

ỦY BAN NHÂN DÂN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG CAO ĐẲNG LÝ TỰ TRỌNG THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

GIÁO TRÌNH

MÔN HỌC/MÔ ĐUN: CƠ KỸ THUẬT
NGÀNH/NGHỀ: CÔNG NGHỆ CHẾ TẠO MÁY
TRÌNH ĐỘ: CAO ĐẲNG

*Ban hành kèm theo Quyết định số: 1480A/QĐ-LTT-ĐT ngày 29 tháng 11 năm 2019
của Hiệu trưởng Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh*

LƯU HÀNH NỘI BỘ

TUYÊN BỐ BẢN QUYỀN

Tài liệu này thuộc loại sách giáo trình nên các nguồn thông tin có thể được phép dùng nguyên bản hoặc trích dùng cho các mục đích về đào tạo và tham khảo.

Mọi mục đích khác mang tính lệch lạc hoặc sử dụng với mục đích kinh doanh thiếu lành mạnh sẽ bị nghiêm cấm.

LỜI GIỚI THIỆU

Giáo trình Cơ kỹ thuật được xây dựng trên cơ sở kế thừa những nội dung đang giảng dạy tại Trường, kết hợp với việc điều chỉnh cho phù hợp với nhu cầu thực tế sau khi người học ra trường. Trên cơ sở nội dung của giáo trình Cơ lý thuyết và Sức bền vật liệu của nhóm tác giả Khoa Cơ khí Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng, chỉnh sửa và phát triển tiếp nội dung theo hướng khái quát những vấn đề lý thuyết cần chú ý của từng chương, minh họa bằng những bài giảng sẵn và cho bài tập cơ bản đến nâng cao để người học có thể vận dụng thành thạo kiến thức đã học nhằm nâng cao khả năng giải quyết vấn đề và khả năng tư duy.

Cơ kỹ thuật là môn học cơ sở dành cho các ngành kỹ thuật và thường được học ở năm I nhằm làm tiền đề để hỗ trợ kiến thức cho các môn chuyên ngành ở những học kỳ sau. Môn học được chia làm 2 nội dung gồm Cơ lý thuyết và Sức bền vật liệu:

Cơ lý thuyết nghiên cứu nghiên cứu các quy luật tổng quát của chuyển động và cân bằng của các vật rắn tuyệt đối và về sự tương tác giữa chúng với nhau. Trong môn học này kiến thức nằm từ chương 1 đến chương 6.

Chương 7 đến chương 10 là chương kiến thức về Sức bền vật liệu. Sức bền vật liệu nghiên cứu về vật thực, vật thể có biến dạng. Môn học này nghiên cứu “sức chịu đựng của vật liệu” làm cơ sở để thiết kế các bộ phận, chi tiết đảm bảo yêu cầu về độ bền, độ cứng, độ ổn định dưới tác động của ngoại lực.

Để hoàn thành được giáo trình này, chúng tôi xin chân thành cảm ơn giảng viên Bộ môn Cơ sở Cơ khí và giảng viên trong Khoa Cơ khí Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh đã rất quan tâm góp ý và hiệu đính cho giáo trình này.

Trong quá trình biên soạn không thể tránh được một vài sai sót, để giáo trình ngày càng hoàn thiện hơn, chúng tôi rất mong được nhận được các ý kiến đóng góp quý báu của độc giả. Mọi ý kiến xin liên hệ về văn phòng Khoa Công nghệ Cơ khí Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh – 390 Hoàng Văn Thụ, Phường 4, Quận Tân Bình, TP.HCM.

Thành phố Hồ Chí Minh, ngày 10 tháng 01 năm 2020

Tham gia biên soạn

1. Phan Thị Xuân Trang – Chủ biên
2. Dương Thị Hồng – Đồng chủ biên

MỤC LỤC

	TRANG
Lời giới thiệu	2
Mục lục	3
Chương trình môn học	4
Chương 1. Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học.....	8
Chương 2. Hệ lực phẳng.....	16
Chương 3. Hệ lực không gian.....	33
Chương 4. Động học điểm.....	42
Chương 5. Chuyển động cơ bản của vật rắn	52
Chương 6. Tổng hợp chuyển động của điểm và vật rắn.....	61
Chương 7. Những khái niệm chung	72
Chương 8. Kéo (nén) đúng tâm	76
Chương 9. Xoắn thuần túy.....	87
Chương 10. Uốn ngang phẳng.....	97

CHƯƠNG TRÌNH MÔN HỌC

Tên môn học: CƠ KỸ THUẬT

Mã môn học: CK108

Thời gian thực hiện môn học: 45 giờ; (Lý thuyết: 43 giờ; Thực hành, thí nghiệm, thảo luận, bài tập: 0 giờ; Kiểm tra: 2 giờ)

I. Vị trí, tính chất của môn học:

- Vị trí: là môn học kỹ thuật cơ sở. Nội dung kiến thức của nó hỗ trợ cho việc học tập các môn kỹ thuật cơ sở khác và các môn chuyên môn có liên quan. Môn học được xếp ngay vào năm thứ nhất.

- Tính chất: có tính chất lý luận tổng quát vừa có tính kết hợp chặt chẽ giữa lý thuyết và thực nghiệm. Trong chuyên môn kỹ thuật, nó được vận dụng để giải nhiều bài toán kỹ thuật. Cơ ứng dụng sử dụng công cụ toán là chủ yếu và là môn học thuộc các môn học, mô-đun kỹ thuật cơ sở bắt buộc.

II. Mục tiêu môn học:

- Kiến thức:

- + Trình bày được các tiên đề, định luật cơ bản về tĩnh học, động học.
- + Xác định được các loại liên kết, vẽ được các phản lực liên kết.
- + Trình bày được các khái niệm cơ bản về biến dạng, nội lực, ứng suất, độ bền, độ cứng của chi tiết máy.
- + Phân tích được ý nghĩa các đại lượng đặc trưng cho tính chất cơ học của vật liệu.
- + Xác định được các phương pháp đưa chi tiết từ kết cấu thực về sơ đồ tính và phân tích được thành các loại biến dạng cơ bản.

- Kỹ năng:

- + Sử dụng thành thạo điều kiện cân bằng của hệ lực để giải các bài toán liên quan đến kết cấu chịu lực.
- + Xác định được các thông số cơ bản (phương trình chuyển động, vận tốc, gia tốc v.v...) của điểm và vật rắn theo hình thức chuyển động tương ứng.
- + Vẽ được các biểu đồ nội lực và xác định được mặt cắt nguy hiểm trên chi tiết.
- + Vận dụng được các điều kiện bền, điều kiện cứng để giải ba bài toán cơ bản về độ bền của vật liệu.

- Năng lực tự chủ và trách nhiệm: Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

III. Nội dung môn học:

1. Nội dung tổng quát và phân bổ thời gian:

Số TT	Tên các bài trong môn học	Thời gian (giờ)			
		Tổng số	Lý thuyết	Thực hành / thực tập/ thí nghiệm/ bài tập/ thảo luận	Kiểm tra
I	Phần I : Tĩnh học Chương 1: Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học. 1. Những khái niệm cơ bản. 2. Các tiên đề tĩnh học. 3. Liên kết và phản lực liên kết.	2	2		
II	Chương 2: Hệ lực phẳng 1.Vector chính và moment chính của hệ lực phẳng 2. Thu gọn hệ lực phẳng 3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng	5	5		
III	Chương 3: Hệ lực không gian 1.Vector chính và moment chính của hệ lực không gian 2. Thu gọn hệ lực phẳng 3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng	7	7		
IV	Phần II: Động lực Chương 4: Động học điểm 1. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp giải tích. 2. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tự nhiên 3. Một số chuyển động thường gặp	4	4		
V	Chương 5: Chuyển động cơ	3	3		

Số TT	Tên các bài trong môn học	Thời gian (giờ)			
		Tổng số	Lý thuyết	Thực hành / thực tập/ thí nghiệm/ bài tập/ thảo luận	Kiểm tra
VI	bản của vật rắn 1. Chuyển động tịnh tiến. 2. Chuyển động của vật quay quanh trục cố định. Chương 6: Tổng hợp chuyển động của điểm và vật rắn 1. Tổng hợp chuyển động của điểm 2. Chuyển động song phẳng	4	3		1
VII	Phần III: Sức bền vật liệu Chương 7: Những khái niệm chung 1. Các khái niệm cơ bản về sức bền vật liệu 2. Ngoại lực, nội lực và ứng suất.	2	2		
VIII	Chương 8: Kéo và nén đúng tâm 1. Khái niệm về kéo (nén) đúng tâm 2. Ứng suất và biến dạng. 3. Đặc trưng cơ học của vật liệu. 4. Tính toán về kéo (nén) đúng tâm.	5	5		
IX	Chương 9: Xoắn thuần túy 1. Khái niệm về xoắn thuần túy. 2. Ứng suất và biến dạng trong thanh mặt cắt tròn chịu xoắn 3. Tính toán về xoắn thuần túy.	6	5		1
		7	7		

Số TT	Tên các bài trong môn học	Thời gian (giờ)			
		Tổng số	Lý thuyết	Thực hành / thực tập/ thí nghiệm/ bài tập/ thảo luận	Kiểm tra
X	Chương 10: Uốn ngang phẳng 1. Khái niệm - Nội lực và biểu đồ nội lực. 2. Ứng suất - biến dạng trong dầm chịu uốn ngang phẳng. 3. Tính toán về uốn ngang phẳng.				
Tổng cộng		45	43		2

PHẦN I. TÍNH HỌC
CHƯƠNG 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ TÍNH HỌC
Mã chương: CK108-01

Giới thiệu:

Chương 1 đưa ra một số các khái niệm cơ bản và các tiên đề tính học, làm tiền đề để người học xác định được đối tượng nghiên cứu của môn học và làm cơ sở xây dựng phương trình cân bằng để giải các bài toán trong môn học.

Mục tiêu:

- + Trình bày được các khái niệm về vật rắn tuyệt đối, lực, hệ lực...
- + Phân tích được các loại liên kết.
- + Vẽ được các phản lực liên kết.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Những khái niệm cơ bản

1.1. Vật rắn tuyệt đối

Vật rắn tuyệt đối là tập hợp các chất điểm mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ thuộc vật luôn luôn không đổi.

(Vật rắn tuyệt đối là vật có hình dáng hình học luôn luôn không đổi trong quá trình chịu lực).

1.2. Trạng thái cân bằng của vật rắn

Là trạng thái vật rắn đứng yên hoặc chuyển động đều so với một vật khác được chọn làm chuẩn (hệ qui chiếu). Trong tĩnh học, hệ qui chiếu được chọn phải thỏa mãn định luật quán tính của Newton (hệ qui chiếu đứng yên tuyệt đối), cân bằng như vậy được gọi là cân bằng tuyệt đối.

1.3. Lực

1.3.1. Định nghĩa

Lực là tác dụng tương hỗ giữa các vật mà kết quả gây nên sự thay đổi hình dáng và trạng thái chuyển động của các vật đó.

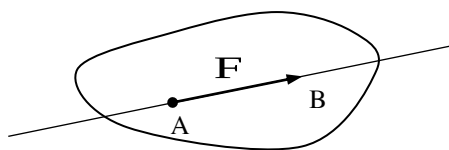
Lực được ký hiệu bằng các chữ in hoa có mũi tên ở trên: $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}, \vec{S}, \vec{T}$

- Đơn vị

Đơn vị của lực là Newton (N).

$$1\text{KN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1\text{MN} = 10^3 \text{ KN} = 10^6 \text{ N}$$



- Các yếu tố xác định lực

Lực là đại lượng vector được xác định bởi ba yếu tố:

- . Điểm đặt
- . Phương chiều
- . Trị số

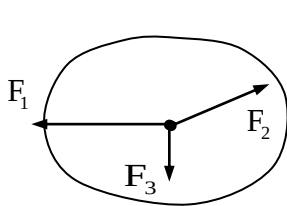
- Cách biểu diễn lực

Vector lực có:

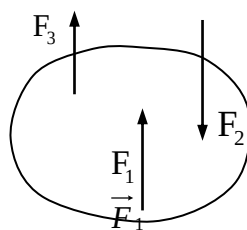
- . Góc trùng với điểm đặt lực.
- . Hướng (phương chiều) trùng với hướng của lực.
- . Độ dài tỷ lệ với trị số của lực.

Đường thẳng chứa vector lực gọi là đường tác dụng lực.

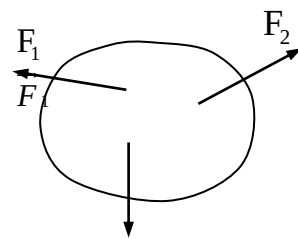
1. 3.2. Hệ lực: Là tập hợp nhiều lực cùng tác dụng lên một vật.



Hệ lực đồng quy



Hệ lực song song



Hệ lực bất kỳ

Hệ lực ký hiệu: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

- Hệ lực cân bằng: Là hệ lực khi tác dụng vào vật sẽ không làm thay đổi trạng thái cơ học của vật đó hay nói cách khác là hệ lực tương đương với 0

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx 0$$

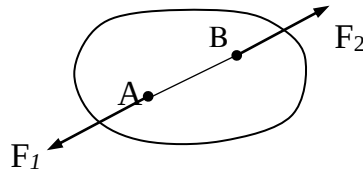
- Hai hệ lực tương đương: Là hai hệ lực có cùng tác dụng cơ học

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$$

- Hợp lực: Là một lực có tác dụng cơ học tương đương với tác dụng cơ học của cả một hệ lực.

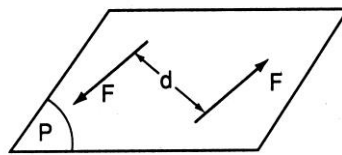
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx \vec{R}$$

- Hai lực trực đối: Là hai lực có cùng đường tác dụng, cùng trị số và ngược chiều nhau.



1.3.3. Ngẫu lực: là hệ gồm có hai lực song song, ngược chiều và cùng cường độ

Một ngẫu lực được xác định bởi các yếu tố sau:

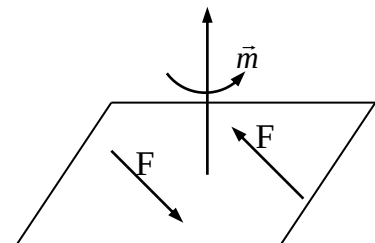


- Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực: là mặt phẳng chứa hai lực thành phần của ngẫu lực (gọi tắt là mặt phẳng ngẫu lực)
- Chiều quay của ngẫu lực trong mặt phẳng ngẫu lực (cùng hay ngược chiều kim đồng hồ)
- Cường độ tác dụng của ngẫu lực được đặc trưng bởi tích số $F \cdot d$ được gọi là trị số mômen ngẫu lực. Trong đó F là trị số của các lực thành phần, d là khoảng cách vuông góc giữa hai lực thành phần, được gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực.

Đơn vị ngẫu lực: Nm và các bội số của nó là KNm, MNm

- o Trong không gian: Ngẫu lực được biểu diễn bằng vector mômen ngẫu lực, ký hiệu là $\vec{m}$, được xác định như sau:

- Phương: vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
- Chiều nhìn từ ngọn xuống gốc vectơ thấy chiều quay của ngẫu lực ngược chiều quay kim đồng hồ.
- Môđun của vectơ mômen ngẫu lực bằng trị số mô men ngẫu lực.



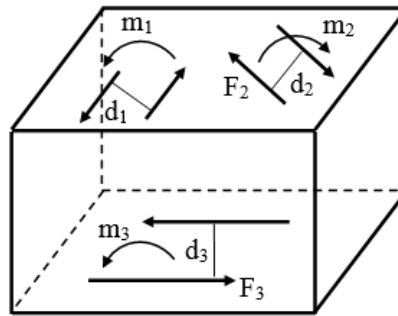
Quy ước: gốc vectơ $\vec{m}$ nằm trên mặt phẳng ngẫu lực.

Trong trường hợp các ngẫu lực tác dụng trong cùng một mặt phẳng hoặc trong các mặt phẳng song song với nhau, ngẫu lực được biểu diễn qua mômen đại số ngẫu lực, ký hiệu $\bar{m} = \pm F \cdot d$

Quy ước: $m > 0$ khi chiều quay ngẫu lực ngược chiều kim đồng hồ.

$m < 0$ trong trường hợp ngược lại.

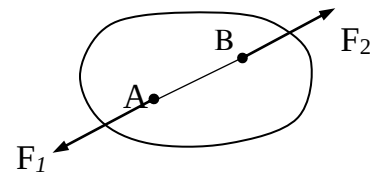
Ví dụ:



2. Các tiên đề tĩnh học

2.1. Tiên đề 1 (Tiên đề về cặp lực cân bằng)

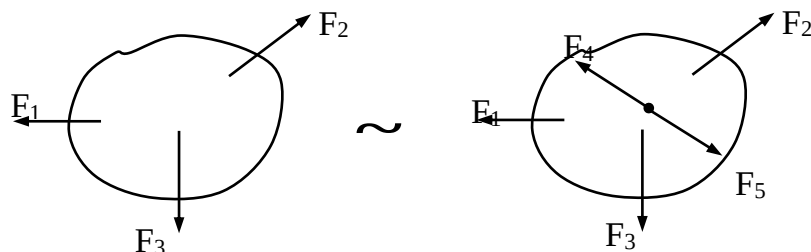
Điều kiện cần và đủ để hai lực tác dụng lên một vật rắn cân bằng là chúng phải trực đối nhau.



2.2. Tiên đề 2 (Tiên đề về thêm hoặc bớt những cặp lực cân bằng)

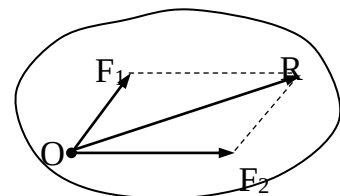
Tác dụng cơ học của một hệ lực lên một vật rắn không thay đổi nếu ta thêm vào hoặc bớt đi những cặp lực cân bằng.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5)$$



2.3. Tiên đề 3 (Tiên đề về đường chéo hình bình hành)

Hai lực đặt tại một điểm tương đương với một lực đặt tại điểm đó và được biểu diễn bằng vectơ



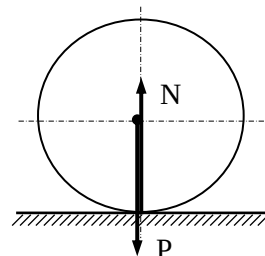
đường chéo hình bình hành mà hai cạnh là hai lực đã cho.

$$\vec{R} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ hay } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

2.4. Tiên đề 4 (Tiên đề về lực tác dụng và phản lực tác dụng)

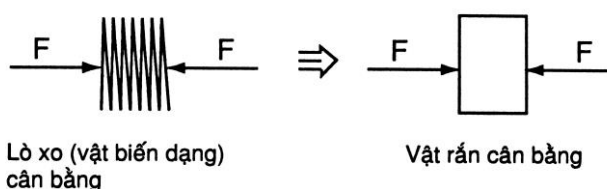
Lực tác dụng và phản lực là hai lực trực đối.

Chú ý: Lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng đặt vào hai vật khác nhau.



2.5. Tiên đề 5 (Tiên đề hoá rắn).

Một vật biến dạng đã cân bằng dưới tác dụng của một hệ lực thì khi hoá rắn nó vẫn cân bằng.



Như vậy hệ lực tác dụng lên “vật biến dạng cân bằng” cũng thỏa mãn các điều kiện của hệ lực tác dụng lên vật rắn cân bằng. Do đó có thể sử dụng các kết quả khảo sát đối với vật rắn cân bằng cho trường hợp vật rắn biến dạng cân bằng. Tuy nhiên nó chỉ là điều kiện cần chứ không phải là điều kiện đủ. Để khảo sát bài toán cân bằng vật rắn biến dạng, ngoài ra kết quả nhận được khi khảo sát vật rắn cân bằng, cần thêm vào các giả thiết về biến dạng.

3. Liên kết và phản lực liên kết

3.1. Khái niệm về vật tự do và vật chịu liên kết

- Vật tự do khi nó có thể thực hiện chuyển động tùy ý theo mọi phương trong không gian mà không bị cản trở.

- Vật chịu liên kết (vật không tự do) khi nó có một vài phương chuyển động bị cản trở (còn gọi là vật khảo sát).

- Vật gây ra sự cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là vật gây liên kết.

* Do tác dụng tương hỗ:

- Vật khảo sát tác dụng lên vật gây liên kết một lực gọi là lực tác dụng.

- Vật gây liên kết tác dụng lên vật khảo sát một lực gọi là phản lực liên kết.

- Những điều kiện cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là liên kết.

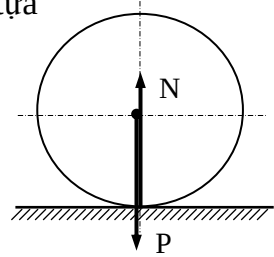
* Phản lực liên kết có những tính chất sau:

- Phản lực liên kết bao giờ cũng đặt vào vật khảo sát, tại chỗ tiếp xúc giữa hai vật.
- Phản lực liên kết cùng phương, ngược chiều với chiều chuyển động bị cản trở của vật khảo sát.
- Trị số của phản lực liên kết phụ thuộc vào lực tác dụng lên vật khảo sát.

3.2. Các liên kết thường gặp

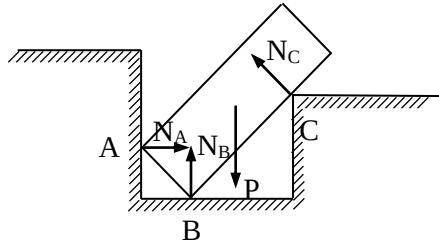
3.2.1. Liên kết hoàn toàn trơn (không có ma sát) hay liên kết tựa

Vật khảo sát tựa trên vật gây liên kết. Phản lực liên kết (áp lực) có phương vuông góc với mặt tiếp xúc chung giữa vật khảo sát và vật gây liên kết, có chiều hướng vào vật khảo sát.



Ký hiệu $\vec{N}$, trị số N chưa biết.

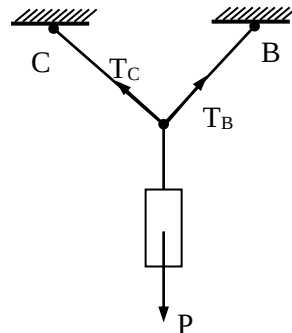
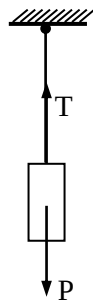
Ví dụ:



3.2.2. Liên kết dây mềm

Vật gây liên kết là dây treo cản trở vật rơi. Phản lực liên kết (sức căng) có phương dọc theo dây và ngược chiều kéo căng.

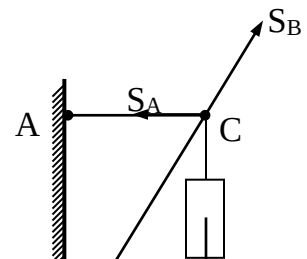
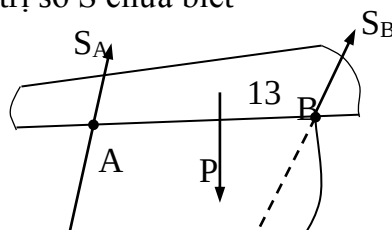
Ký hiệu $\vec{T}$, trị số T chưa biết.



3.2.3. Liên kết thanh

Vật gây liên kết là những thanh thẳng hay cong, không bị biến dạng. Phản lực liên kết (ứng lực) có phương dọc theo thanh, có chiều hướng vào vật khảo sát.

Ký hiệu $\vec{S}$, trị số S chưa biết



3.2.4. Liên kết bản lề: Có hai loại

a. Liên kết bản lề di động

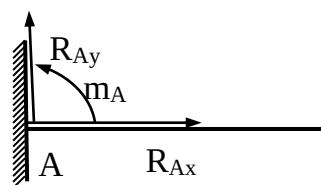
- Phản lực giống phản lực liên kết tựa, đặt tại tâm bản lề.
- Ký hiệu $\vec{R}$, trị số R chưa biết.

b. Liên kết bản lề cố định

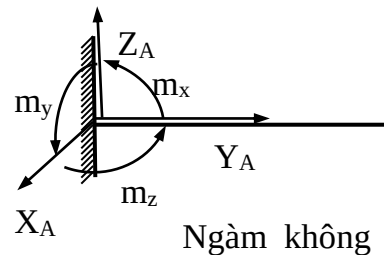
- Bản lề cố định cản trở vật khảo sát chuyển động theo phương ngang và phương thẳng đứng. Do đó phản lực liên kết có hai thành phần $\vec{R}_x$ và $\vec{R}_y$.

3.2.5. Liên kết ngàm: là liên kết khi vật được nối cứng vào một vật khác.

- ##### a. Ngàm phẳng: Phản lực liên kết gồm hai lực vuông góc với nhau và một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng chứa hai lực .



Ngàm phẳng



Ngàm không

- ##### b. Ngàm không gian: Phản lực liên kết gồm ba thành phần lực vuông góc với nhau (dọc theo ba trục tọa độ) và ba thành phần ngẫu lực trong mặt phẳng tọa độ.

Khi khảo sát vật rắn, ta phải tách vật rắn ra khỏi liên kết và xác định hệ lực tác dụng lên vật rắn đó. Hệ lực tác dụng gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

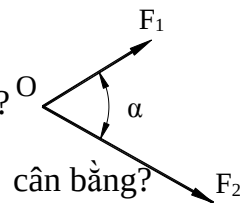
Muốn thế, ta lần lượt thay các liên kết bằng các phản lực liên kết tương ứng, công việc đó gọi là giải phóng liên kết. Sau khi giải phóng liên kết, vật khảo sát được coi như vật rắn tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ lực gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

3.3. Tiên đề 6: Tiên đề giải phóng liên kết

“Vật chịu liên kết có thể xem là vật tự do nếu thay thế tác dụng của vật gây liên kết lên vật khảo sát bằng các phản lực liên kết tương ứng”

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Nêu các khái niệm cơ bản về lực và hệ lực. Trình bày hệ thống các tiên đề tĩnh học – ý nghĩa và vai trò của từng tiên đề.
2. Định nghĩa liên kết và phản lực liên kết. Nêu phương pháp xác định các phản lực liên kết .
3. Định nghĩa ngẫu lực. Các yếu tố đặc trưng của ngẫu lực. Nêu các phép biến đổi tương đương ngẫu lực ? Mômen đại số của ngẫu lực? Véc tơ mômen ngẫu lực? Tại sao ngẫu lực được biểu diễn bằng 1 véc tơ tự do?
4. Xác định ngẫu lực tương đương với hệ ngẫu lực đã cho (trường hợp hệ ngẫu lực phẳng , hệ ngẫu lực không gian).
5. Thế nào là vật rắn tuyệt đối? Khi nào có thể xem vật là vật rắn tuyệt đối?
6. Lực là gì? Nêu các yếu tố xác định lực và trình bày cách biểu diễn lực?
7. Hai hệ lực cân bằng có tương đương nhau không? Vì sao?
8. Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cùng đặt ở điểm O.
 - Với góc α bằng bao nhiêu thì hợp lực $\vec{R}$ có trị số lớn nhất?
 - Đặt thêm vào điểm O lực $\vec{F}_3$ như thế nào thì hệ $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ cân bằng?
9. Vì sao lực tác dụng và lực phản tác dụng không phải là hai lực cân bằng?
10. Liên kết là gì? Phản lực liên kết là gì? Nêu các tính chất của phản lực liên kết?
11. Biểu diễn các liên kết thường gặp trên hình vẽ. Xác định phản lực các liên kết đó?
12. Giải phóng liên kết là gì? Phát biểu tiên đề giải phóng liên kết?



CHƯƠNG 2. HỆ LỰC PHẪNG

Mã chương: CK108-02

Giới thiệu:

Chương 2 đưa ra một số công thức tính như tính hợp lực của hệ lực khi các lực không cùng phương, cách tính mô men của 1 lực đối với 1 điểm. Dựa vào hai công thức này kết hợp với phương pháp thu gọn hệ lực về một tâm, xây dựng điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng để đi tính toán các dạng toán hệ lực phẳng.

Mục tiêu:

- + Trình bày được định lý dời lực song song.
- + Phân tích được phương pháp thu gọn hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm.
- + Giải thích được các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng bất kỳ.
- + Vận dụng thành thạo các kiến thức vừa học để giải toán.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Véc tơ chính và mômen chính của hệ lực phẳng

1.1. Véc tơ chính của hệ lực phẳng

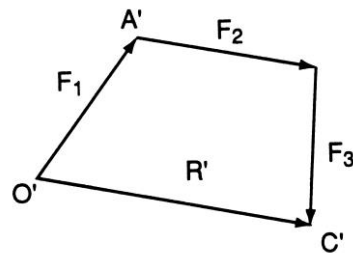
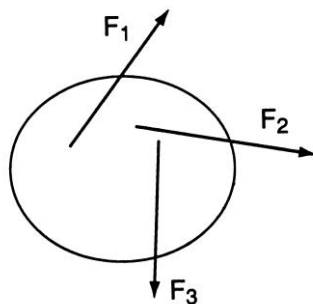
1.1.1. Định nghĩa

Cho hệ lực phẳng $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$. Véc tơ chính của hệ lực, ký hiệu $\vec{R}'$ là véc tơ tổng của các véc tơ lực của hệ lực.

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

1.1.2. Xác định véc tơ chính của hệ lực phẳng

* Có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác lực. Trong trường hợp này, đa giác lực là đa giác phẳng



* Cũng có thể xác định véc tơ chính qua các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ vuông góc. Trong trường hợp này, chỉ cần xác định hai hình chiếu của nó trên hai trục vuông góc nhau.

$$R'_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

$$R'_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

Trị số và phương chiều của véc tơ chính được xác định theo công thức:

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y}, \quad \cos\alpha = \frac{R'_x}{R'}, \quad \cos\beta = \frac{R'_y}{R'}$$

(α, β là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục ox, oy)

1.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

1.2.1. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của một lực đối với điểm O, ký hiệu $\bar{m}_O(\vec{F})$ là một đại lượng đại số.

$$\bar{m}_O(\vec{F}) = \pm Fd \text{ (Nm)}$$

Trong đó: - F là trị số của lực

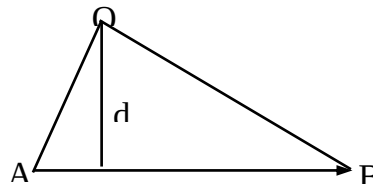
- d là khoảng cách vuông góc từ O đến đường tác dụng của lực.

Qui ước: $\bar{m}_O(\vec{F}) > 0$ khi lực có chiều quay quanh O ngược chiều kim đồng hồ

$\bar{m}_O(\vec{F}) < 0$ trong trường hợp ngược lại.

Chú ý: Mômen của lực đối với điểm bằng 0 khi lực đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$).

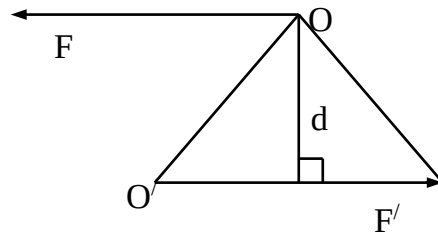
Về trị số, mômen của lực đối với điểm bằng hai lần diện tích tam giác có đỉnh là điểm lấy mômen, có đáy là véc tơ lực.



$$|\bar{m}_O(\vec{F})| = 2 \text{ dt } \Delta OAB$$

Mômen của ngẫu lực bằng mômen của một lực thành phần đối với điểm nằm trên đường tác dụng của lực thành phần kia.

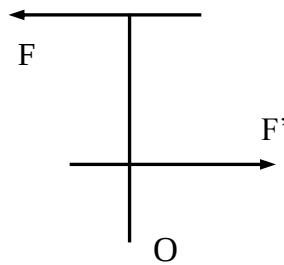
$$\bar{m} = Fd = m_{O'}(\vec{F}) = m_O(\vec{F}')$$



(O nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}$ & O' nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}'$)

Mômen của ngẫu lực ($\vec{F}, \vec{F}'$) đối với một điểm O bất kỳ (tức tổng mô men của lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đối với O) chính bằng mômen của ngẫu lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}')$$



1.2.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

Mômen chính của hệ lực phẳng đối với điểm O là đại lượng đại số, ký hiệu $\vec{m}^O$ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với điểm O.

$$\vec{m}^O = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i)$$

Nhận xét:

– Vectơ chính tự do, còn mô men chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen, nghĩa là mômen chính đối với hai điểm khác nhau sẽ khác nhau.

$$\vec{m}^O = \vec{m}^{O'} + \vec{m}_{O'}(\vec{R}'_O)$$

Trong đó: $\vec{m}^O$ và $\vec{m}^{O'}$ là mômen chính của hệ lực đối với điểm O và O' tương ứng

$\vec{m}_{O'}(\vec{R}'_O)$ là mômen đối với điểm O' của vectơ chính đặt tại điểm O.

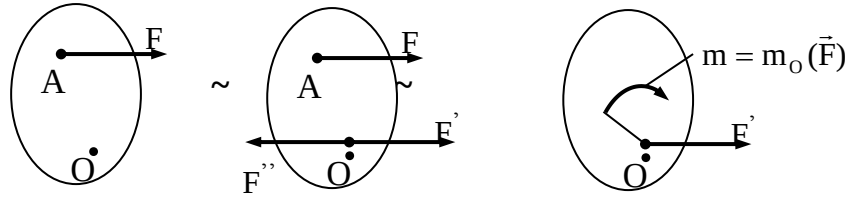
- Đối với hệ lực đồng quy thì mômen chính của hệ lực đối với điểm đồng quy bằng 0.
- Đối với hệ ngẫu lực thì vectơ chính của hệ ngẫu lực luôn bằng 0, còn mômen chính của hệ ngẫu lực đối với điểm bất kỳ O nào cũng bằng mômen của ngẫu lực tổng cộng (tức là bằng tổng mômen của các ngẫu lực thành phần của hệ ngẫu lực).

2. Thu gọn hệ lực phẳng

2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}'$ đặt tại O và một ngẫu lực có mômen bằng mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ \& } \vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})]$$



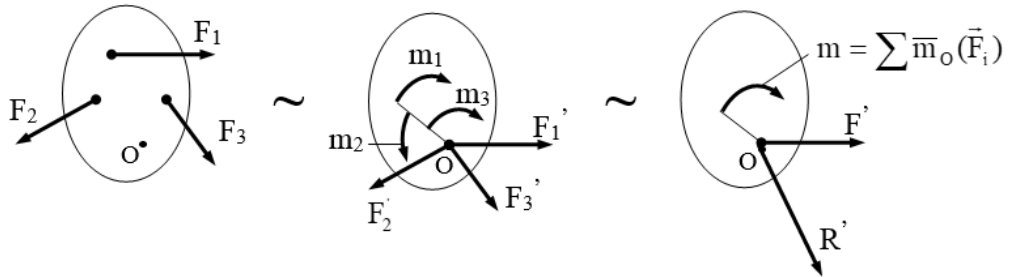
Chứng minh : Đặt tại O hai lực cân bằng $(\vec{F}', \vec{F}'')$ có cùng trị số với lực $\vec{F}$.

Theo tiên đề 2, ta có $\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim [\vec{F}' \text{ và } (\vec{F}, \vec{F}'')]$

$(\vec{F}, \vec{F}'')$ là một ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})$

2.2. Thu gọn hệ ngẫu lực phẳng về một tâm

Lấy một điểm O trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực gọi là tâm thu gọn. Áp dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O.



$$\vec{F}_1 \sim \vec{F}_1' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_1 = \vec{m}_0(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \sim \vec{F}_2' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_2 = \vec{m}_0(\vec{F}_2)$$

.....

$$\vec{F}_n \sim \vec{F}_n' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_n)$$

Như vậy: Thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được hệ lực $(\vec{F}_1', \vec{F}_2', \dots, \vec{F}_n')$ đồng qui tại O và hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$

* Hệ lực đồng qui đó có hợp lực đi qua O, được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vectơ chính của hệ lực đồng qui thu về O và vectơ chính của hệ lực đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}_0' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}'$$

Trong đó: $\vec{R}_0'$ là hợp lực của hệ lực đồng qui thu về O

$\vec{R}'$ là vectơ chính của hệ lực phẳng đã cho.

* Hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$ nằm trong mặt phẳng của hệ lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i) = \vec{m}^0$$

Vậy: Hệ lực phẳng bất kỳ tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực. Chúng được gọi là lực và ngẫu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vectơ chính bằng vectơ chính của hệ lực còn ngẫu lực thu gọn có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Chú ý: – Phương, chiều và trị số lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn vì vectơ chính là vectơ tự do.

– Ngẫu lực thu gọn phụ thuộc vào tâm thu gọn

2.3. Các dạng chuẩn của hệ lực phẳng

Từ kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm, ta nhận được các dạng chuẩn sau:

a. Hệ lực phẳng cân bằng khi vectơ chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu:

$$R' = 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

b. Hệ lực phẳng tương đương với một ngẫu lực khi vectơ chính triệt tiêu và mômen chính đối với một điểm bất kỳ không triệt tiêu.

$$R' = 0, \vec{m}^0 \neq 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{m}^0$$

Trong hai trường hợp trên, vì $\vec{R}' = 0$, mômen chính đối với mọi tâm đều bằng nhau. Trong trường hợp (a) bằng 0 đối với mọi tâm, còn trong trường hợp (b) bằng $\vec{m}^0$ đối với mọi tâm.

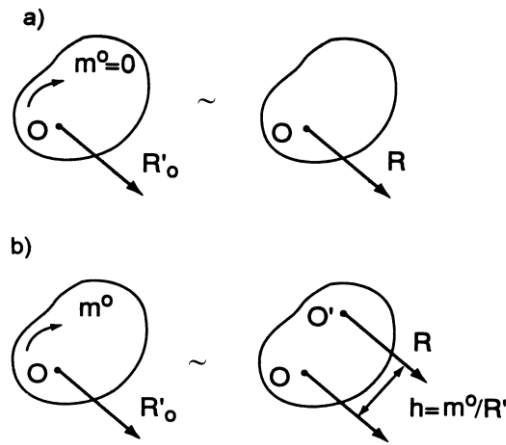
c. Hệ lực phẳng có hợp lực

$$* \text{ Khi } R' \neq 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}'_0$$

$$* \text{ Khi } \vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 \neq 0:$$

Hệ lực thu về tâm O được một lực $\vec{R}_0$ và một ngẫu lực $\vec{m}^0$. Theo định lý dời lực song song, có thể đưa về một lực có phương chiều và trị số bằng phương chiều và trị số của vectơ chính nhưng đặt tại điểm O' khác O cách O một đoạn $h = \frac{m^0}{R'}$, sao cho mômen của

hợp lực $\vec{R}$ đối với điểm O bằng $\vec{m}^0$, tức là: $\vec{m}_0(\vec{R}) = \vec{m}^0 = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i)$



2.4. Định lý Varignon

Trong trường hợp hệ lực có hợp lực, mômen của hợp lực đối với một điểm bất kỳ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với cùng điểm đó.

$$\overline{m}_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n \overline{m}_o(\vec{F}_i)$$

Từ đó dễ dàng suy ra:

- Hệ lực phẳng đồng qui có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu vectơ chính của hệ lực triệt tiêu.
 - * Hợp lực nếu vectơ chính của hệ lực không triệt tiêu.
- Hệ ngẫu lực có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu mômen chính của hệ ngẫu lực triệt tiêu.
 - * Ngẫu lực nếu mômen chính của hệ ngẫu lực không triệt tiêu.
- Hệ lực phẳng song song cùng chiều có một dạng chuẩn là hợp lực vì vectơ chính của hệ lực không triệt tiêu.
- Hệ lực phẳng song song ngược chiều có thể có ba dạng chuẩn: Cân bằng, ngẫu lực và hợp lực.

3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng

3.1. Điều kiện cân bằng

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là vectơ chính và mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ phải đồng thời triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \overline{m}^o = \sum_{i=1}^n \overline{m}_o(\vec{F}_i) = 0 \end{array} \right\}$$

Chứng minh:

– Điều kiện cần được chứng minh dựa vào các dạng chuẩn của hệ lực, vì nếu điều kiện trên không thoả mãn thì hệ lực phẳng hoặc tương đương với một lực hoặc một ngẫu lực, chúng đều không thoả mãn tiên đề 1.

– Điều kiện đủ là hiển nhiên vì khi vectơ chính bằng 0, hệ lực thu gọn về tâm 0 sẽ được một ngẫu lực, tức là thu gọn về hai lực. Nếu ngẫu lực bằng 0 thì hai lực đó là hai lực cân bằng.

3.2. Các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

– Dạng 1: Điều kiện cần và đủ để hệ lực cân bằng là tổng hình chiếu các lực lên hai trục tọa độ vuông góc và tổng mômen các lực đối với một điểm bất kỳ đồng thời triệt tiêu.

$$R_x = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy} = 0$$

$$M_O = \sum \bar{m}_O(\vec{F}_i) = 0$$

– Dạng 2: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực lên một trục và tổng momen các lực đối với hai điểm A & B tùy ý triệt tiêu, với điều kiện AB không vuông góc với trục chiếu.

$$R_x = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0$$

$$M_A = \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_B = \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0$$

– Dạng 3: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng mômen của các lực đối với 3 điểm A, B, C không thẳng hàng triệt tiêu.

$$M_A = \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_B = \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_C = \sum_{i=1}^n \bar{m}_C(\vec{F}_i) = 0$$

3.3. Điều kiện cân bằng của vật rắn không tự do

Trường hợp vật rắn không tự do, ngoài các lực chủ động tác dụng lên vật rắn còn có các phản lực liên kết. Giải phóng các liên kết, ta có vật tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ gồm có các lực tác dụng và các phản lực liên kết.

Ví dụ 1:

Tại điểm A của một giá đỡ gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng có trọng lượng $P = 500\text{N}$ theo sơ đồ hình vẽ. Xác định phản lực của hai thanh AB và AC.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{S}_{AB}, \vec{S}_{AC}) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

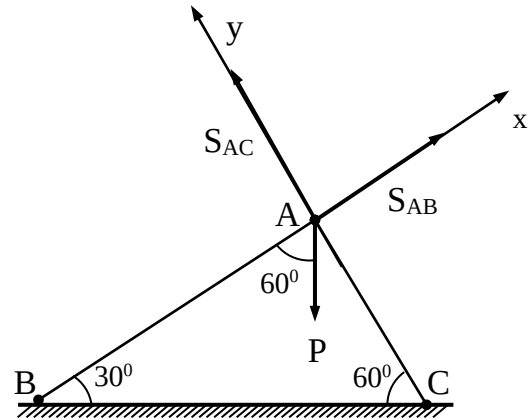
$$R_x = S_{AB} - P \cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = S_{AC} - P \sin 60^\circ = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$S_{AB} = P \cos 60^\circ = 250(\text{N})$$

$$S_{AC} = P \sin 60^\circ = 250\sqrt{3} (\text{N})$$



Ví dụ 2:

Thanh AB có trọng lượng $P = 200\text{N}$ được treo song song bởi 2 dây AC và BD. Tại điểm E trên thanh AB, người ta treo vật nặng có trọng lượng $Q = 600\text{N}$. Xác định sức căng của 2 dây AC và BD. Biết $AE = 60\text{cm}$ và $EB = 20\text{cm}$ (hình vẽ)

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{T}_A, \vec{T}_B) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

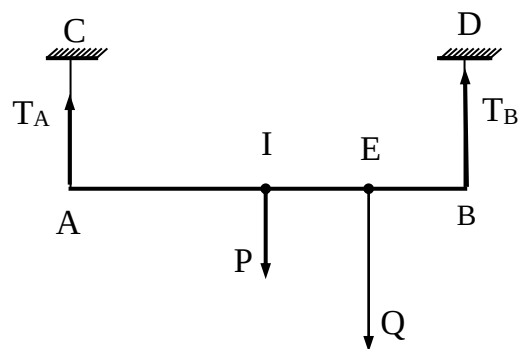
$$R_y = T_A + T_B - P - Q = 0$$

$$M_A = T_B \cdot AB - P \cdot AI - Q \cdot AE = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$T_B = \frac{P \cdot AI + Q \cdot AE}{AB} = 550(\text{N})$$

$$T_A = P + Q - T_B = 250 (\text{N})$$

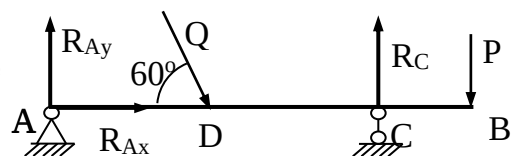


Ví dụ 3:

Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn C. Tại D và B, người ta lần lượt tác dụng các lực $P = 1000\text{N}$ và $Q = 500\text{N}$ (hình vẽ). Biết $AD = DC = 1\text{m}$ và $CB = 0,5\text{m}$. Hãy xác định phản lực tại A và C.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}_{Ax}, \vec{R}_{Ay}, \vec{R}_C) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:



$$R_x = R_{Ax} + Q.\cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = R_{Ay} - Q.\cos 30^\circ - P + R_C = 0$$

$$M_A = -Q.AD.\sin 60^\circ - P.AB + R_C.AC = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$R_{Ax} = -250(\text{N})$$

$$R_{Ay} = -33(\text{N})$$

$$R_C = 1466(\text{N})$$

Vậy, chiều của $\vec{R}_{Ax}, \vec{R}_{Ay}$ ngược với chiều hình vẽ.

CÂU HỎI ÔN TẬP

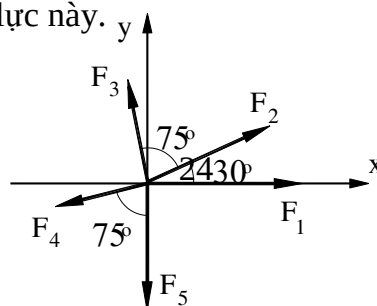
13. Phát biểu và vẽ minh họa định lý dời lực?
14. Nêu cách thu gọn hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm, kết quả thu được? Các trường hợp xảy ra và cách nhận biết?
15. Vì sao các tâm thu gọn khác nhau thì vectơ chính không đổi còn mômen chính thay đổi?
16. Vật tự do chịu tác dụng của hệ lực phẳng bất kỳ có thể chuyển động như thế nào?
17. Nêu các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng bất kỳ?
18. Bài toán hệ lực phẳng bất kỳ cân bằng giải được nhờ các phương trình cân bằng khi tối đa có mấy yếu tố chưa biết? Vì sao?
19. Định nghĩa vectơ chính của hệ lực phẳng? Phương pháp xác định vectơ chính của hệ lực phẳng?
20. Định nghĩa mômen chính của hệ lực phẳng: mômen của lực đối với một điểm – mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm?
21. Kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm cho trước? Phương pháp xác định lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn về một tâm?
22. Giải thích phản lực ở gối cố định và gối di động?

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

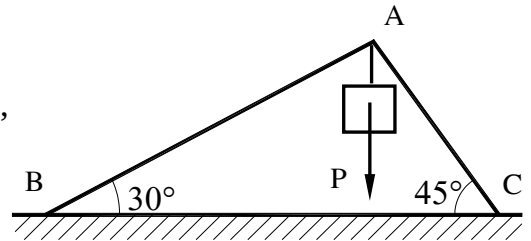
HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUI

1. Một vật rắn chịu tác dụng của năm lực đồng qui (hình vẽ), $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 = 150\text{N}$, $F_3 = 100\text{N}$, $F_4 = 80\text{N}$, $F_5 = 120\text{N}$.

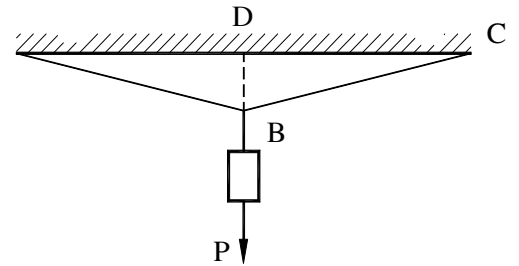
Xác định hợp lực của hệ lực này.



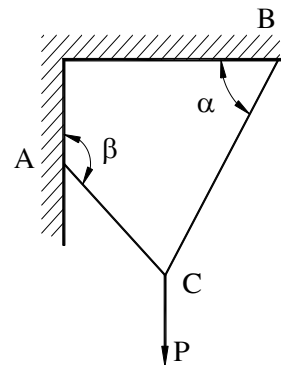
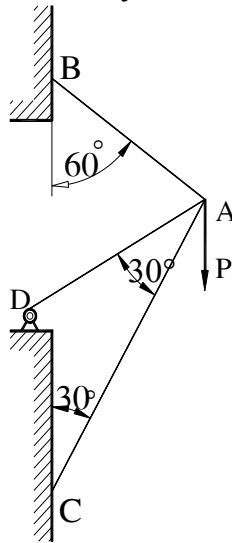
2. Tại điểm A của giá gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng trọng lượng $P = 1000\text{N}$. Xác định phản lực của các thanh?



3. Đèn trọng lượng 80N gắn vào điểm giữa B của dây cáp ABC. Hai đầu dây gắn vào móc A và C trên mặt phẳng ngang. Độ dài dây ABC là $1,6\text{m}$, độ dài BD = $0,1\text{m}$. Xác định lực kéo $\vec{T}_A, \vec{T}_C$ lên các phần AB, BC của dây?

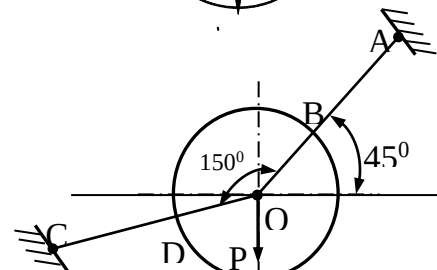
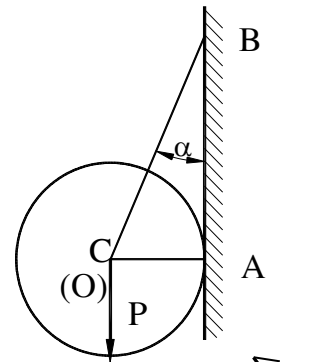


4. Vật nặng có trọng lượng $P = 20\text{KN}$ được giữ bởi trục tời D có dây vắt ra ròng rọc A, các góc cho trên hình vẽ. Xác định phản lực của các thanh AB và AC. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc, trọng lượng thanh và dây.



5. Một vật có trọng lượng 200N được treo vào nút C của hai sợi dây AC và BC. Hình vẽ. Tính phản lực của hai sợi dây đó? Cho $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 135^\circ$

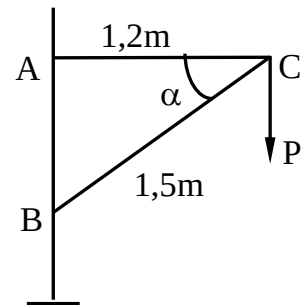
6. Quả cầu đồng chất O treo trên tường trơn thẳng đứng AB nhờ sợi dây BC. Dây lập với tường một góc α , trọng lượng của quả cầu là P. Hãy xác định sức căng $\vec{T}_B$ của dây và áp lực $\vec{N}_A$ của quả cầu lên tường?



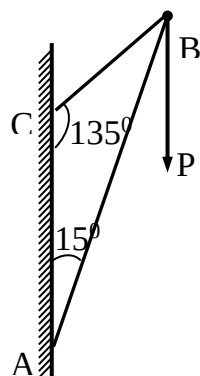
7. Quả cầu đồng chất trọng lượng 100N được giữ cân bằng nhờ hai sợi dây AB và CD nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng và hợp với nhau một góc 150° , dây AB nghiêng với phương ngang một góc bằng 45° . Hãy xác định sức căng của dây?

8. Quả cầu đồng chất O có trọng lượng 60N nằm trên hai mặt nghiêng AB và BC vuông góc với nhau. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên mỗi mặt phẳng? Cho biết mặt phẳng BC tạo với phương ngang một góc $= 60^\circ$

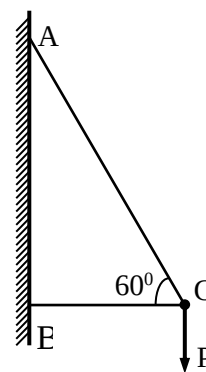
9. Chiếc đèn đường phố nặng 30kG treo vào cột thẳng đứng nhờ thanh ngang $AC = 1,2\text{m}$ và thanh chống $BC = 1,5\text{m}$. Hãy tìm ứng lực trong các thanh AC và BC ? Giả thiết rằng các điểm A, B, C gắn bản lề



10. Cần trục kiểu cột gồm cần nâng AB gắn vào cột nhờ bản lề A và dây xích CB . Tải trọng $P = 200\text{kG}$ treo vào đầu mút B của cần nâng, các góc $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây xích CB và ứng lực $\vec{Q}$ trong cần nâng AB ?



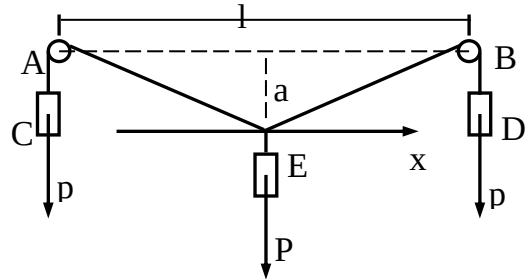
Câu 10



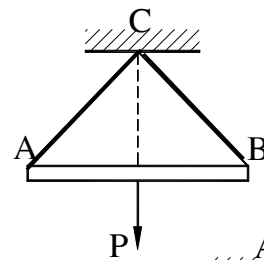
Câu 11

11. Các thanh AC và BC nối với nhau và với tường thẳng đứng. Tại bulông khớp C tác dụng một lực $P = 1000\text{N}$. Xác định các phản lực các thanh AC và BC, cho $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$.

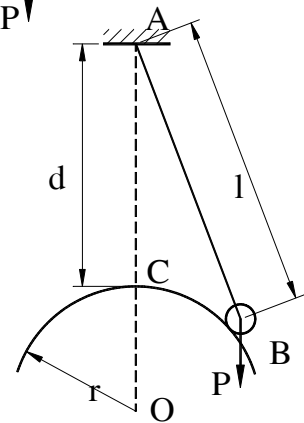
12. Sợi dây CAEBD vắt qua hai ròng rọc nhỏ không đáng kể A và B cùng nằm trên một đường thẳng nằm ngang $AB = l$. Tại các đầu C và D của các sợi dây treo các quả cân, mỗi quả có trọng lượng p , còn tại điểm E treo vật nặng có trọng lượng P (hình b). Bỏ qua ma sát tại các ròng rọc và trọng lượng của dây. Hãy xác định khoảng cách x từ điểm E đến đường thẳng AB ở vị trí cân bằng?



13. Thanh đồng chất AB nặng 160N dài $1,2\text{m}$ treo vào điểm C nhờ hai dây AC và BC cùng độ dài 1m (hình a). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của các dây?

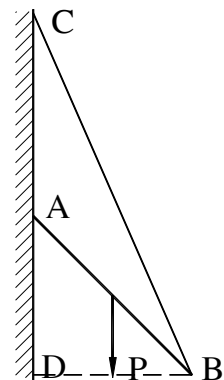


14. Viên bi trọng lượng P treo vào điểm cố định A nhờ sợi chỉ AB và nằm trên mặt cầu tròn bán kính r . Khoảng cách từ điểm A đến mặt cầu $AC = d$. độ dài của sợi chỉ $AB = l$, đường thẳng AO đứng thẳng (hình b). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của sợi chỉ và phản lực $\vec{Q}$ của mặt cầu? Bỏ qua bán kính của viên bi.

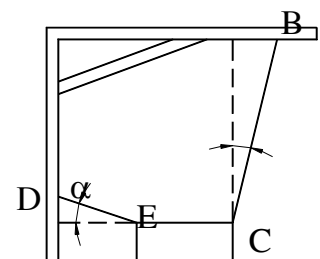


15. Xà đồng chất AB dài 2m nặng 5 kG tựa đầu trên A vào tường trơn thẳng đứng. Sợi dây BC buộc vào đầu dưới B của xà.

- Hãy tìm xem cần cột dây vào tường ở khoảng cách AC bằng bao nhiêu để xà tạo thành góc $BAD = 45^\circ$ ở trạng thái cân bằng, đồng thời tìm sức căng $\vec{T}$ của dây và phản lực $\vec{R}$ của tường.
- Nếu tại A, thay liên kết tựa bằng liên kết bản lề thì có gì thay đổi. Tìm độ lớn và hướng phản lực của bản lề



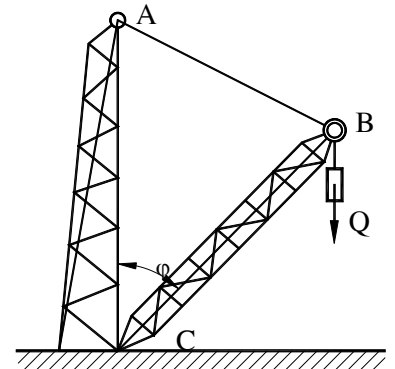
16. Để nhấc cọc khỏi đất người công nhân đã buộc vào nó một sợi dây ở điểm A, còn đầu kia của dây buộc vào



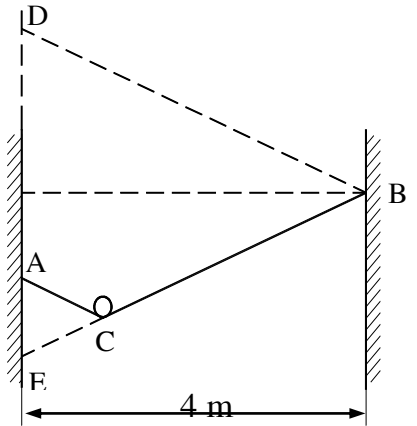
điểm B. Người đó cột một đầu sợi dây khác vào dây này tại điểm C, còn đầu kia cột chặt vào điểm D. Sau đó, anh ta nắm lấy dây CD tại điểm E. Khi đó dây AC có hướng thẳng đứng. CE nằm ngang, CB tạo với đường thẳng đứng và DE tạo với đường ngang những góc α như nhau bằng 4° ($\cotg 4^\circ = 14,3$). Hãy xác định sức căng của dây AC?

Cho biết trọng lượng của người công nhân là 80 kG.

17. Cần trục gồm tháp cố định AC và dàn động BC. Dàn có khớp bản lề C và được giữ bằng dây cáp AB. Tải trọng 40 tấn treo trên dây xích vắt qua ròng rọc tại điểm B và vào tời theo đường thẳng BC. Độ dài $AC = BC$. Bỏ qua trọng lượng của dàn và ma sát tại ròng rọc. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây cáp AB, lực nén dàn theo đường thẳng BC phụ thuộc vào góc $ACB = \varphi$

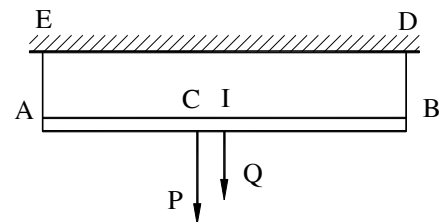


18. Ròng rọc không cùng với tải trọng $P = 18 \text{ kG}$ có thể trượt theo dây cáp mềm ACB, các đầu A và B của dây cột chặt vào tường. Khoảng cách giữa các tường là 4m, độ dài của dây cáp là 5m. Hãy xác định sức căng của dây cáp khi ròng rọc cùng tải trọng ở vị trí cân bằng, bỏ qua trọng lượng của dây và ma sát giữa dây và ròng rọc (sức căng của phần AC và CB như nhau, độ lớn của chúng có thể xác định từ hệ quả đồng dạng của tam giác lực và tam giác cân có cạnh bên là đường thẳng BCE còn đáy nằm trên đường thẳng đứng AD).

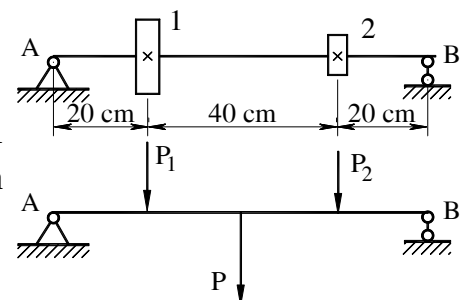


HỆ LỰC PHẪNG SONG SONG

1. Một thanh đồng chất AB trọng lượng $Q = 200\text{N}$ được treo bằng các dây song song AE và BD. Vật nặng có trọng lượng $P = 800\text{N}$ được treo vào điểm C của thanh AB. Xác định lực kéo của vật lên hai dây? Biết $AC = 30 \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$.

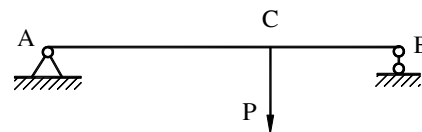


2. Một trục AB trọng lượng 120N, trên đó có lắp hai bánh răng 1 và 2 lần lượt có trọng lượng 100N và

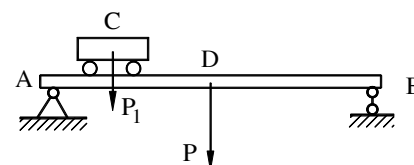


60N. Kích thước cho trên hình vẽ. Tính áp lực của trục lên hai gối đỡ?

3. Hai người khiêng một vật nặng có trọng lượng $P = 1000\text{N}$ bằng đòn dài 1m (có thể xem đây là khoảng cách giữa vai của hai người). Người thứ nhất chỉ khiêng được tối đa 400N . Tính khoảng cách tối thiểu từ điểm treo vật đến vai người thứ nhất?

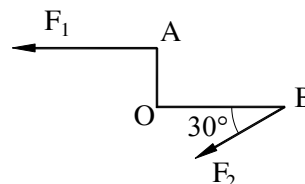


4. Hãy tìm độ lớn áp lực của cần trục AB lên đường ray phụ thuộc vào vị trí của xe tời C có gắn tời trên nó. Vị trí của xe tời tính bằng tỷ số khoảng cách tính từ trung điểm của nó đến đường ray bên trái và độ dài chung của cần ($\frac{AC}{AB} = n$). Biết trọng lượng cần $P = 6$ tấn, trọng lượng của xe tời $P_1 = 4$ tấn.

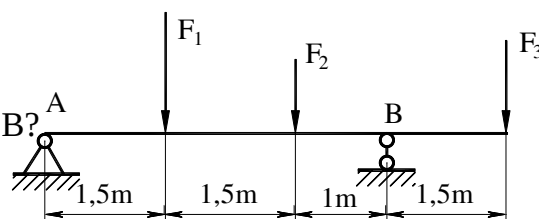


HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ

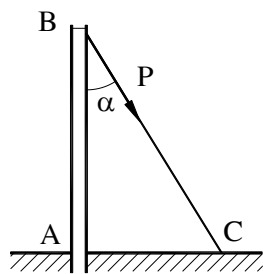
1. Tìm mômen của lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đối với điểm O? Biết $F_1 = 8\text{N}$, $F_2 = 6\text{N}$, $OA = 4\text{m}$, $OB = 6\text{m}$. Các góc cho trên hình vẽ.



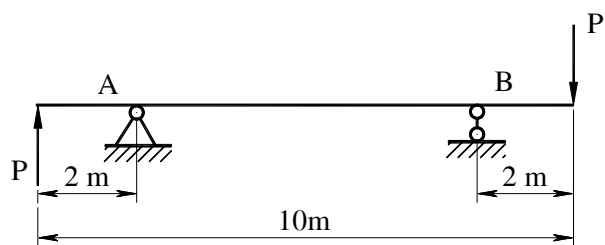
2. Hãy xác định tổng đại số moment của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đặt vào xà AC đối với hai gối đỡ A và B? Cho biết $F_1 = 438\text{ N}$, $F_2 = 146\text{ N}$, $F_3 = 292\text{ N}$. Các dữ kiện khác cho trên hình vẽ.



3. Dây thừng $BC = a$ buộc vào một cột dưới một góc α và chịu lực kéo P . Xác định mômen của lực đối với điểm A? Với giá trị nào của α thì mômen đạt giá trị cực đại? (hình a).

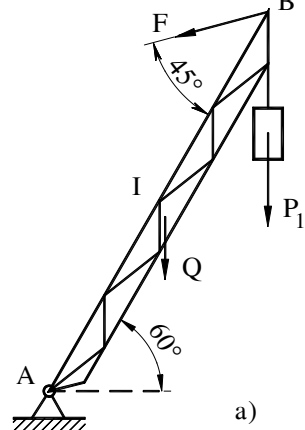


a)

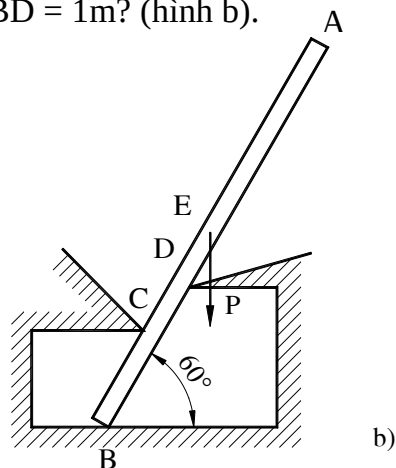


b)

4. Dầm có hai gối đỡ A và B chịu tác dụng bởi ngẫu lực ($\vec{P}, \vec{P}$) có mômen $3 \cdot 10^5 \text{ Nm}$. Xác định phản lực tại các gối đỡ của dầm? (hình b).
5. Cần trục có trục trọng lượng $Q = 150 \text{ kN}$, trục AB dài 15m hợp với phương ngang một góc 60° , được kéo bởi $F = 500 \text{ kN}$ hợp phương AB một góc 45° . Xác định trọng lượng vật nâng P_1 , trị số và hướng của phản lực bản lề A? (hình a).
6. Dầm AB trọng lượng 200N tựa trên mặt phẳng ngang tại điểm B dưới một góc nghiêng 60° , ngoài ra còn tựa hai điểm C và D. Xác định phản lực tại các điểm tựa B, C, D? Nếu độ dài $AB = 3\text{m}$; $CB = 0,5\text{m}$; $BD = 1\text{m}$? (hình b).

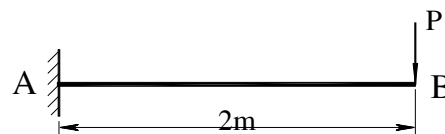


a)

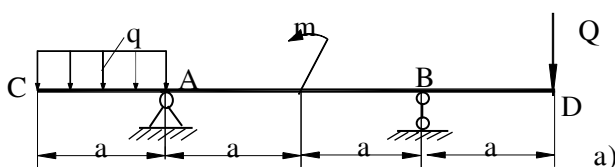


b)

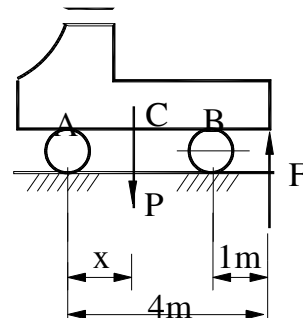
7. Dầm AB có đầu A ngàm chặt vào tường, còn đầu B tự do chịu tác dụng bởi lực $P = 10^3 \text{ N}$, có phương vuông góc với trục của nó. Xác định phản lực tại điểm A bị kẹp chặt? Biết $AB = 2\text{m}$.



8. Dầm CD đặt trên hai gối đỡ A và B. Dầm chịu tác dụng của ngẫu lực $m = 8 \text{ kNm}$, lực có trị số $Q = 20 \text{ kN}$ và lực phân bố đều $q = 20 \text{ kN/m}$. Xác định trị số phản lực tại các gối đỡ?
Biết $a = 0,8\text{m}$ (hình a).



a)

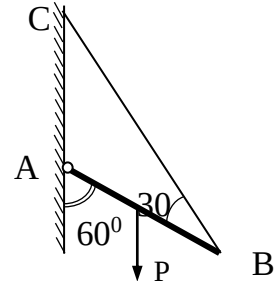


b)

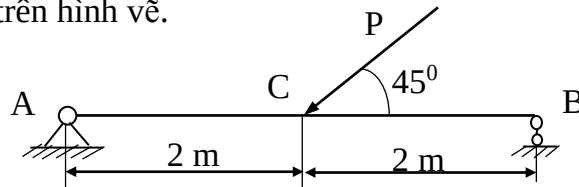
9. Ôtô có sơ đồ như hình vẽ (hình b).

- Khi không chở hàng, trục trước chịu tác dụng của lực có trị số 1,5KN - trục sau 1KN. Xác định khoảng cách x từ trọng tâm xe đến trục trước?
- Muốn thay bánh sau, người ta đặt kích ở cuối xe, tìm trị số lực $\vec{F}$ nhỏ nhất mà kích tác dụng vào xe?

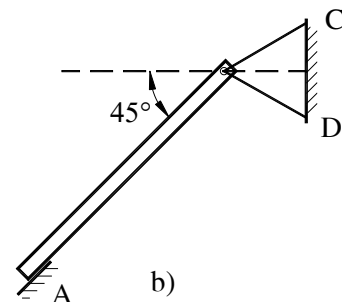
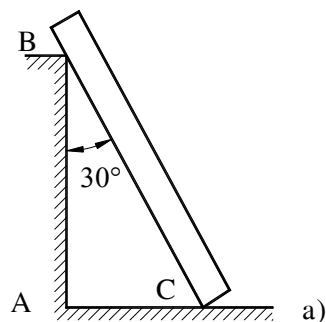
10. Thanh đồng chất AB gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề A và giữ nghiêng một góc $\alpha = 60^\circ$ so với tường thẳng đứng nhờ sợi dây BC tạo với thanh một góc 30° . Hãy xác định độ lớn và hướng phản lực $\vec{R}$ của bản lề? Biết trọng lượng của thanh là 20N



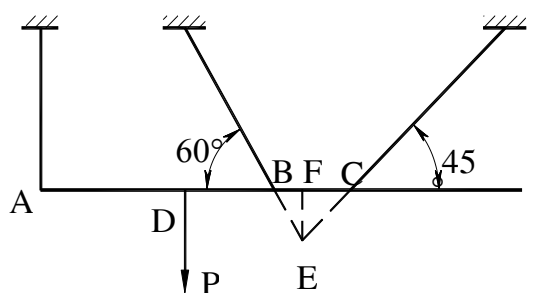
11. Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn B. Tại trung điểm của dầm tác dụng lực $P = 20\text{KN}$ nghiêng một góc 45° so với trục của nó. Hãy xác định phản lực tại A và B? Kích thước cho trên hình vẽ.



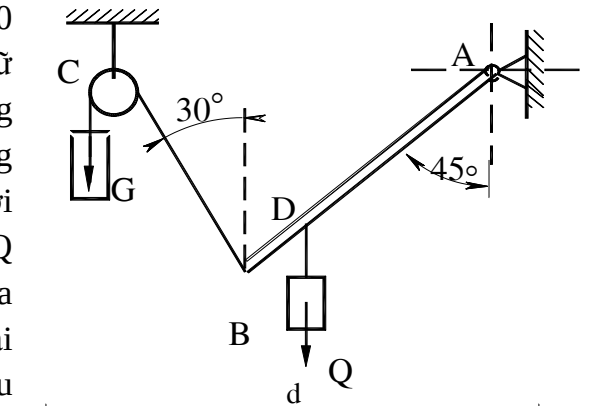
12. Một dầm đồng chất nặng 60 kG dài 4m tựa một đầu trên sàn trơn và tựa trên cột cao 3m tại điểm trung gian B. Dầm hợp với đường thẳng đứng một góc 30° và giữ ở vị trí đó nhờ sợi dây AC căng theo sàn. Bỏ qua ma sát hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây, phản lực $\vec{N}_B$ của cột và phản lực $\vec{N}_C$ của sàn? (hình a).



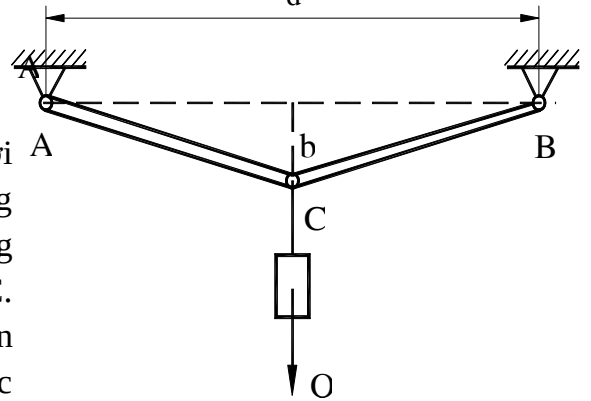
13. Khi lắp ghép cầu, phần dầm cầu ABC được nâng lên nhờ ba sợi dây cáp bố trí như hình vẽ. Trọng lượng của phần dầm cầu là 520 kG. Trọng tâm nằm tại điểm D. Các khoảng cách tương ứng $AD = 4\text{ m}$, $DB = 2\text{ m}$, $BF = 1\text{ m}$. Hãy tìm sức căng của các dây nếu dầm cầu ABC nằm ngang



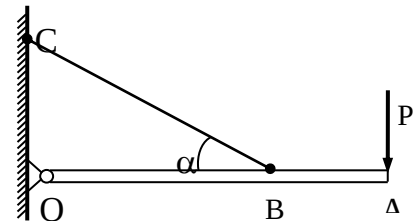
14. Dầm đồng chất AB có trọng lượng $P = 100$ kG gắn bản lề đầu A vào tường và giữ nghiêng một góc 45° so với phương thẳng đứng nhờ sợi dây bắt qua ròng rọc và mang tải trọng G , nhánh BC của dây tạo với phương thẳng đứng một góc 30° . Tải trọng $Q = 200$ kG treo vào dầm tại điểm D. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Hãy xác định giá trị tải trọng G và phản lực của khớp bản lề A nếu $BD = \frac{1}{4} AB$?



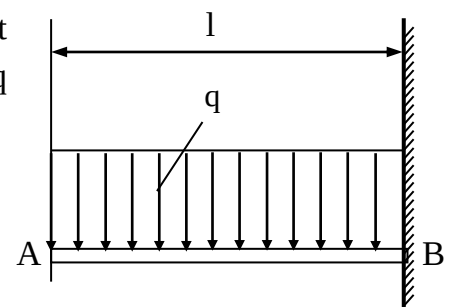
15. Hai xà đồng chất dài như nhau nối khớp với nhau tại điểm C. Tại các điểm A và B chúng cũng được gắn khớp với gối đỡ. Trọng lượng của mỗi xà là P . Tải trọng Q treo vào điểm C. Khoảng cách $AB = d$; khoảng cách từ C đến đường thẳng nằm ngang $AB = b$. Hãy xác định phản lực tại các khớp A và B?



16. Thanh OA nằm ngang có trọng lượng không đáng kể, được gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề O và được giữ bởi dây BC nghiêng một góc $\alpha = 30^\circ$ so với thanh OA. Tại đầu A tác dụng lực $P = 1000$ N. Biết $OB = 2$ m và $BA = 1$ m. Hãy xác định phản lực tại bản lề O và sức căng dây BC.



17. Thanh AB trọng lượng không đáng kể, có liên kết và chịu lực như hình vẽ. Cường độ lực phân bố là q (N/m). Tìm phản lực liên kết tại ngàm B.



CHƯƠNG 3. HỆ LỰC KHÔNG GIAN

Mã chương: CK108-03

Giới thiệu:

Chương 3 đưa ra một số công thức tính như tính hợp lực của hệ lực không gian, cách tính mô men của 1 lực đối với 1 trục. Dựa vào hai công thức này kết hợp với phương pháp thu gọn hệ lực không gian về một tâm, xây dựng điều kiện cân bằng của hệ lực không gian để đi tính toán các dạng toán hệ lực không gian.

Mục tiêu:

- + Phân tích được cách chiếu và lấy momen của một lực đối với ba trục.
- + Giải thích được điều kiện cân bằng của hệ lực không gian.
- + Vận dụng giải thành thạo các bài tập hệ lực không gian.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Véc tơ chính và vector mômen chính của hệ lực không gian

1.1. Véc tơ chính của hệ lực không gian

Cho hệ lực không gian $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

1.1.1. Định nghĩa:

Véc tơ chính của hệ lực, ký hiệu $\vec{R}'$, là véc tơ tổng của các véc tơ lực của hệ lực:

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

1.1.2. Xác định véc tơ chính:

- Có thể dùng phương pháp vẽ đa giác lực. Trong trường hợp này đa giác lực là đa giác ghènh.
- Cũng có thể xác định véc tơ chính qua các hình chiếu của nó trên ba trục tọa độ vuông góc theo các công thức sau:

$$R'_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{ix} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

$$R'_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{iy} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

$$R'_z = \bar{F}_{1z} + \bar{F}_{2z} + \dots + \bar{F}_{iz} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iz}$$

$$R' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y + F'^2_z}; \quad \cos \alpha = \frac{R'_x}{R'};$$

$$\cos \beta = \frac{R'_y}{R'}; \quad \cos \gamma = \frac{R'_z}{R'};$$

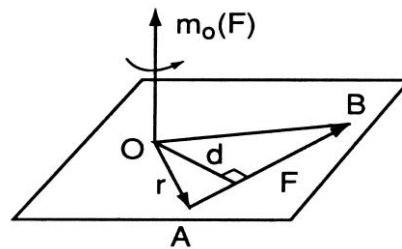
Trong đó α, β, γ là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục Ox, Oy, Oz

1.2. Mômen chính của hệ lực không gian đối với một điểm

1.2.1. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O , ký hiệu $\vec{m}_O(\vec{F})$ là véc tơ có:

- Phương: vuông góc với mặt phẳng qua O và chứa $\vec{F}$.
- Chiều: Nhìn từ đầu mút xuống thấy $\vec{F}$ quay ngược chiều kim đồng hồ quanh O .
- Trị số: bằng tích số của giá trị lực với cánh tay đòn của lực đối với điểm O ,
 $\vec{m}_O(\vec{F}) = Fd$
- Đơn vị: Nm



Dễ dàng thấy rằng véc tơ mômen của lực đối với một điểm không thay đổi khi lực trượt trên đường tác dụng của nó và triệt tiêu khi lực $\vec{F}$ đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$). Trị số của mômen bằng 2 lần diện tích tam giác ΔOAB

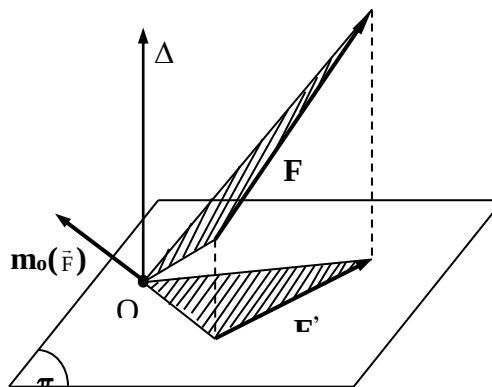
Từ đó suy ra: Véc tơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O bằng tích có hướng của véc tơ định vị điểm đặt lực $\vec{r} = \vec{OA}$ với véc tơ lực $\vec{F}$:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

1.2.2. Mômen của một lực đối với một trục

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ , ký hiệu $\vec{m}_\Delta(\vec{F})$ là mômen đại số của lực $\vec{F}'$ đối với điểm O , ở đó $\vec{F}'$ là hình chiếu của lực $\vec{F}$ trên mặt phẳng π vuông góc với trục Δ , còn O là giao điểm của trục Δ với mặt phẳng π :

$$\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = \vec{m}_O(\vec{F}') = F'd$$



Rõ ràng, khi $F = 0$ hoặc khi $\vec{F}$ song song hay cắt trục Δ (lực và trục đồng phẳng) thì $\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = 0$.

1.2.3. Định lý liên hệ giữa mômen của lực đối với một điểm và mômen của lực đối với một trục

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ bằng hình chiếu trên trục ấy của vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O nằm trên trục.

$$\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = \text{hch}_\Delta[\vec{m}_O(\vec{F})]$$

Áp dụng công thức trên cho trường hợp trục Δ lần lượt là trục Ox , Oy , Oz mômen của lực $\vec{F}$ đối với ba trục là $\vec{m}_x(\vec{F})$, $\vec{m}_y(\vec{F})$, $\vec{m}_z(\vec{F})$, còn hình chiếu mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O trên ba trục là $\vec{m}_{Ox}(\vec{F})$, $\vec{m}_{Oy}(\vec{F})$, $\vec{m}_{Oz}(\vec{F})$ ta có:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) \begin{cases} \vec{m}_{Ox}(\vec{F}) = \vec{m}_x(\vec{F}) \\ \vec{m}_{Oy}(\vec{F}) = \vec{m}_y(\vec{F}) \\ \vec{m}_{Oz}(\vec{F}) = \vec{m}_z(\vec{F}) \end{cases}$$

Vậy có thể thay thế việc tính hình chiếu trên một trục của vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với một điểm O bằng tính mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục đó.

1.2.4. Mômen chính của hệ lực không gian đối với điểm O

Vectơ mômen chính của hệ lực không gian đối với điểm O , ký hiệu $\vec{m}^O$, là một vectơ bằng tổng hình học các vectơ mômen của các lực đối với điểm O .

$$\vec{m}^O = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i)$$

Vectơ mômen chính có thể được xác định bằng phương pháp đa giác vectơ (tương tự đa giác lực, ở đó vectơ lực được thay thế bằng các vectơ mômen của lực), nhưng thuận tiện hơn, ta xác định các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ.

$$\vec{m}^O = \begin{cases} \vec{m}^{Ox} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Ox}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_x(\vec{F}_i) \\ \vec{m}^{Oy} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Oy}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_y(\vec{F}_i) \\ \vec{m}^{Oz} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Oz}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_z(\vec{F}_i) \end{cases}$$

Từ đó dễ dàng xác định giá trị và phương chiều của vectơ mômen chính

Nhận xét:

- Mômen chính của hệ lực đồng quy đối với điểm đồng quy bằng không.
- Mômen chính của hệ ngẫu đối với bất kỳ điểm nào cũng bằng vectơ ngẫu lực tổng:

$$\vec{m}^O = \sum_{i=1}^n \vec{m}_i$$

- Vectơ chính là vectơ tự do, còn vectơ mômen chính thay đổi theo điểm lấy mômen:

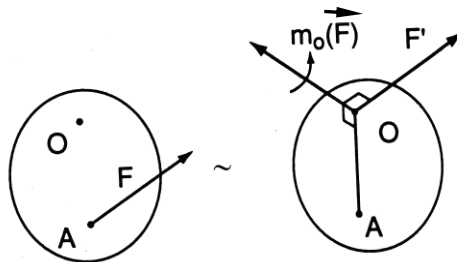
$$\vec{m}^{0_1} = \vec{m}^0 + \vec{m}_{O_1}(\vec{R}_O')$$

2. Thu gọn hệ lực không gian

2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của nó tại O (lực $\vec{F}'$) và một ngẫu lực có vectơ mômen bằng vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ và } \vec{m} = \vec{m}_{O_1}(\vec{F})]$$



Chứng minh định lý này giống như chứng minh cho trường hợp hệ lực phẳng, khi thay thế mômen đại số bằng vectơ mômen.

2.2. Thu gọn hệ lực không gian về tâm O

Lấy một điểm O tùy ý, gọi là tâm thu gọn. Sử dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O

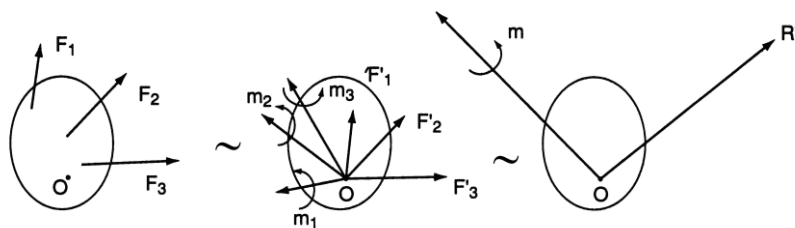
$$\vec{F}_1 \sim [\vec{F}'_1 \text{ và } \vec{m}_1 = \vec{m}_O(\vec{F}_1)]$$

$$\vec{F}_2 \sim [\vec{F}'_2 \text{ và } \vec{m}_2 = \vec{m}_O(\vec{F}_2)]$$

.....

$$\vec{F}_n \sim [\vec{F}'_n \text{ và } \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_n)]$$

Như vậy thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được một hệ lực đồng quy (không gian) tại O: $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n)$ và một hệ ngẫu lực (không gian): $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$



Hệ lực đồng quy có hợp lực qua O, kí hiệu $\vec{R}_O'$ được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vectơ chính của hệ lực đồng quy tại O và vectơ chính của hệ lực

đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}'_O \equiv \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}'$$

Trong đó $\vec{R}'$ là vectơ chính của hệ lực đã cho.

Hệ ngẫu lực không gian $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$:

$$\begin{aligned}\vec{m} &= \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) \\ \vec{m} &= \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) = \vec{m}_O\end{aligned}$$

Định lý : Hệ lực không gian tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý, chúng được gọi là lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn . Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn có vectơ lực bằng vectơ chính của hệ lực, còn ngẫu lực thu gọn có vectơ mômen bằng vectơ mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Nhận xét:

- Phương chiều và giá trị của lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn. Sự biến đổi của ngẫu lực thu gọn theo tâm thu gọn.
- Đối với hệ lực không gian , lực thu gọn không nằm trong mặt phẳng của ngẫu lực thu gọn như trường hợp hệ lực phẳng (tức vectơ chính và vectơ mômen chính không vuông góc với nhau như trong trường hợp hệ lực phẳng). Đây là sự khác biệt cơ bản giữa hệ lực không gian và hệ lực phẳng.

3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực không gian

3.1. Điều kiện cân bằng

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực không gian cân bằng là vectơ chính và vectơ mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \equiv 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \vec{m}_O = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}$$

Chứng minh: Điều kiện cần được chứng minh dựa vào dạng thu gọn của hệ lực không gian. Thực vậy nếu điều kiện trên không được thỏa mãn thì hệ lực đã cho thu về một trong các dạng: ngẫu lực, hợp lực hoặc một lực và một ngẫu lực. Dễ dàng chỉ ra rằng không có một dạng nào trong đó thỏa mãn tiên đề 1 về cân bằng.

Điều kiện đủ là hiển nhiên vì từ vectơ chính bằng không, hệ lực thu về một ngẫu lực có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn, nó bằng không thì chứng tỏ ngẫu lực thu gọn là hai lực cân bằng.

3.2. Các phương trình cân bằng của hệ lực không gian

Để vectơ chính và vectơ mômen chính triệt tiêu thì các hình chiếu của chúng trên ba trục tọa độ vuông góc phải triệt tiêu:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{ix} &= 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0; \\ \sum_{i=1}^n \bar{m}_x(\vec{F}_i) &= 0; \quad \sum_{i=1}^n \bar{m}_y(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \bar{m}_z(\vec{F}_i) = 0; \end{aligned} \right\}$$

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực không gian cân bằng là tổng hình chiếu của các lực trên ba trục vuông góc và tổng mômen của các lực đối với ba trục ấy đều triệt tiêu.

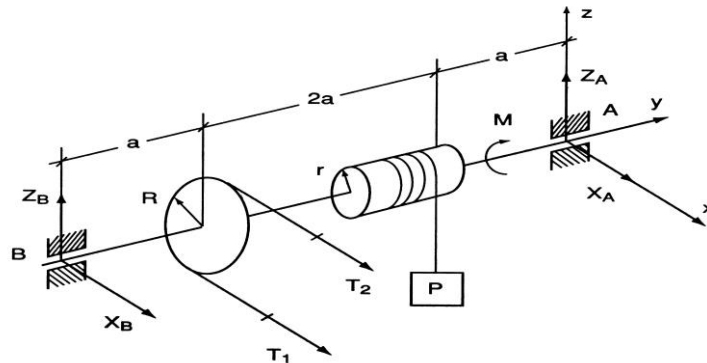
Các phương trình trên được gọi là các phương trình cân bằng của hệ lực không gian.

Từ điều kiện cân bằng ta có thể suy ra các phương trình cân bằng của các hệ lực đặc biệt: Hệ lực đồng quy không gian; hệ ngẫu lực không gian; hệ lực song song không gian. Đối với các hệ lực này số phương trình cân bằng giảm xuống còn ba phương trình.

Ví dụ:

Một trục kéo AB có đường trục nằm ngang và được đỡ trên hai ổ trục (bản lề trụ) A và B. Hai nhánh đai có puli có đường kính $D = 0,6\text{m}$ chịu các lực căng $T_1 = 5\text{kN}$, $T_2 = 2\text{kN}$. Vật được kéo có trọng lượng $P = 5\text{kN}$ và tang tời có đường kính $d = 0,3\text{m}$. Trục tời chịu tác dụng của ngẫu lực cân có mômen M .

Xác định ngẫu lực cân M cần thiết để trục cân bằng và các phản lực tại các gối trụ A và B. Bỏ qua ma sát, các kích thước cho trên hình vẽ.



Giải:

Trục kéo cân bằng dưới tác dụng của hệ lực: $(\vec{P}, \vec{M}, \vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{X}_A, \vec{Z}_A, \vec{X}_B, \vec{Z}_B) \approx 0$

Với trục tọa độ như hình vẽ các phương trình cân bằng của hệ lực có dạng:

$$\sum \bar{F}_x = T_1 + T_2 + X_A + X_B = 0$$

$$\sum \bar{F}_z = -P + Z_A + Z_B = 0$$

$$\sum \bar{m}_x(\vec{F}) = aP - 4aZ_B = 0$$

$$\sum \bar{m}_y(\vec{F}) = T_1 \frac{D}{2} - T_2 \frac{D}{2} - P \frac{d}{2} - M = 0$$

$$\sum \bar{m}_z(\vec{F}) = 3aT_1 + 3aT_2 + 4aX_B = 0$$

Thay các giá trị bằng hệ số vào hệ phương trình trên và giải ra ta nhận được:

$$X_A = -1,75 \text{ kN}; Z_A = 3,75 \text{ kN}; X_B = -5,25 \text{ kN}$$

$$Z_B = 1,25 \text{ kN}; M = 0,15 \text{ kN}$$

Ở đây thành phần X_A và X_B có chiều ngược so với chiều trên hình vẽ.

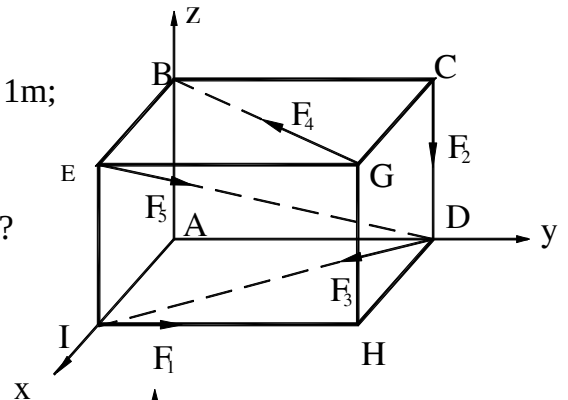
CÂU HỎI ÔN TẬP

23. Định nghĩa vectơ chính của hệ lực không gian? Công thức xác định 3 hình chiếu của vectơ chính trên ba tọa độ vuông góc?
24. Định nghĩa mômen chính đối với một điểm của hệ lực không gian? Công thức xác định ba hình chiếu của vectơ mômen chính đối với một điểm của hệ lên trên ba tọa độ vuông góc?
25. Nêu các phương trình cân bằng của hệ lực không gian?

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

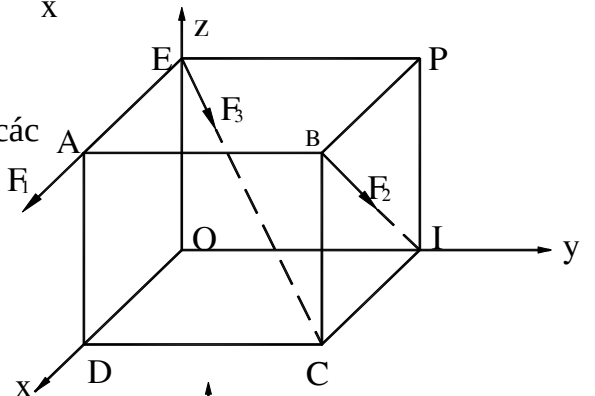
1. Hình hộp chữ nhật ABCDEGHI có $AB = AI = 1\text{m}$; $AD = 2\text{m}$. Ở các đỉnh C, D, E, G, I đặt các lực có trị số $F_1 = F_2 = F_4 = 10\text{KN}$; $F_3 = F_5 = 20\text{KN}$

- a) Xác định hình chiếu các lực lên các trục tọa độ?
- b) Xác định mômen của các lực đối với các trục tọa độ?

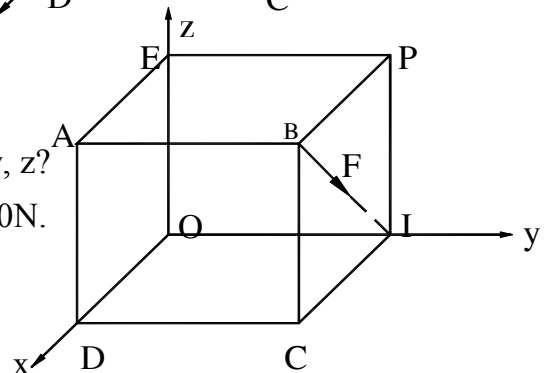


2. Xác định hình chiếu của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên các trục của hệ trục Oxyz? Biết các lực đặt tại đỉnh của khối lập phương và có trị số là:

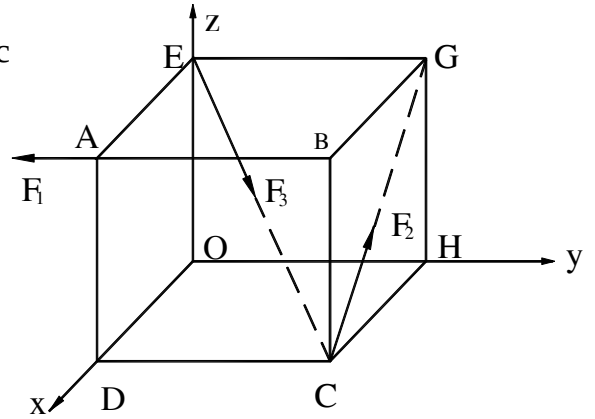
$$F_1 = 100\text{N}, F_2 = 200\text{N}, F_3 = 200\sqrt{3}\text{N}$$



3. Xác định mômen của lực $\vec{F}$ đối với các trục x, y, z? Biết cạnh của khối lập phương dài 2m và $F = 200\text{N}$.



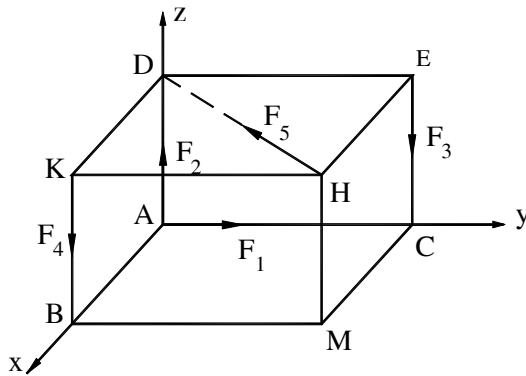
4. Xác định hình chiếu của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên các trục của hệ trục Oxyz? Biết ABCDOEGH là hình lập phương, trị số của các lực $F_1 = 100\text{N}, F_2 = 200\sqrt{2}\text{N}, F_3 = 200\sqrt{3}\text{N}$



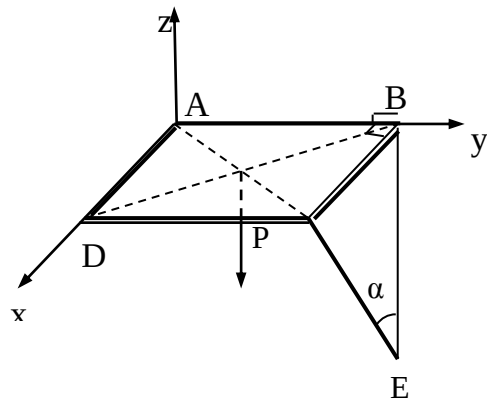
5. Ở các đỉnh A, K, E, H của hình hộp chữ nhật, đặt các lực có trị số:

$$F_1 = F_2 = F_3 = 10\text{KN và } F_4 = 10\text{KN}, F_5 = 30\text{kN}$$

- a) Xác định hình chiếu của các lực lên hệ trục tọa độ Oxyz?
b) Xác định mômen của các lực đối với các trục .Biết $KB = KD = 1\text{m}, AC = 2\text{m}$.

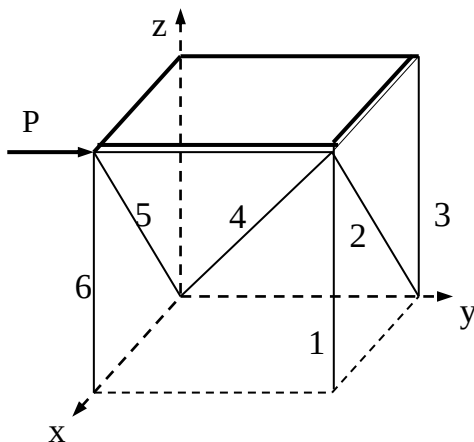


Hình câu 5

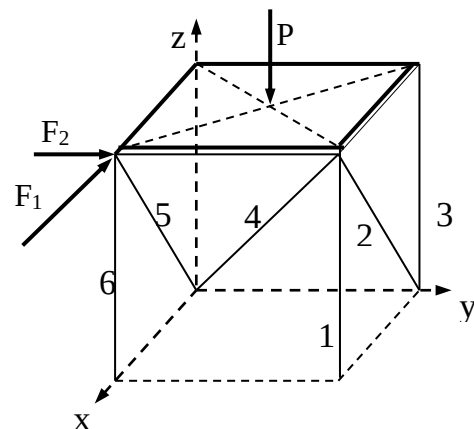


Hình câu 6

6. Tấm hình chữ nhật trọng lượng P được giữ nằm ngang nhờ liên kết cầu A , bản lề trụ B và thanh CE tạo với phương đứng góc 30° . Tìm lực liên kết tại A , B và lực nén thanh CE
7. Tấm phẳng chịu lực P và được giữ bởi 6 thanh như hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng tấm và các thanh. Toàn hình có dạng khối lập phương. Tìm lực kéo nén các thanh.

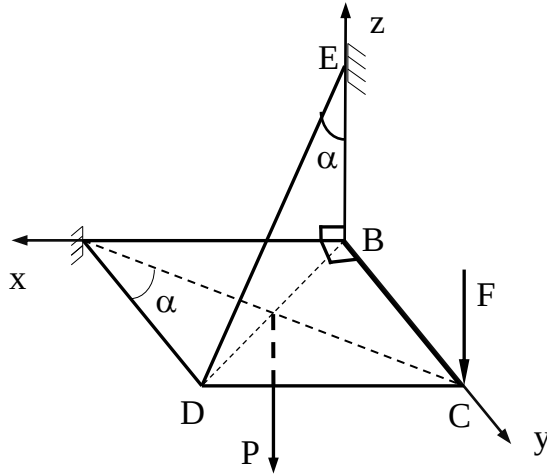


Hình câu 7

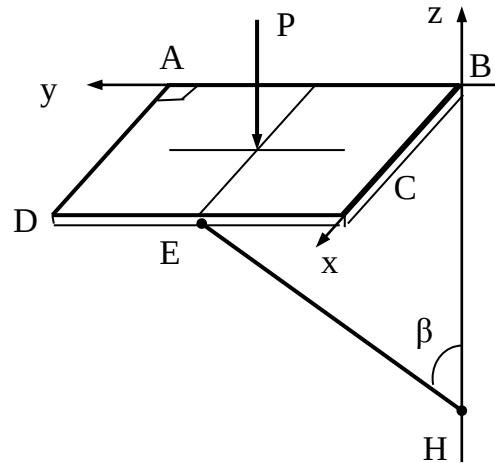


Hình câu 8

8. Tấm hình phẳng đồng chất trọng lượng $P = 2000\text{N}$, chịu tác dụng của các lực $F_1 = 500\text{N}$, $F_2 = 1000\text{N}$ ($\vec{F}_1 \parallel O_x, \vec{F}_2 \parallel O_y$) và được giữ bởi 6 thanh như hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng các thanh, toàn hình có dạng khối lập phương. Tìm ứng lực các thanh
9. Tấm phẳng đồng chất hình chữ nhật, trọng lượng $P = 2000\text{N}$, lực $F = 1000\text{N}$. Tìm lực liên kết tại ổ đỡ chặn A, bản lề trụ B và lực căng dây DE. Góc $\alpha = 30^\circ$



Hình câu 9



Hình câu 10

10. Tấm đồng chất hình chữ nhật có trọng lượng $P = 500\text{N}$, được giữ cân bằng ở vị trí ngang. Các cạnh $AB = 2a$, đoạn $DE = EC = a$. Góc $\beta = 30^\circ$. Xác định phản lực liên kết tại bản lề trụ A, bản lề cầu B và ứng lực của thanh EH

Phần II. ĐỘNG HỌC
CHƯƠNG 4. ĐỘNG HỌC ĐIỂM
Mã chương: CK108-04

Giới thiệu:

Chương 4 nghiên cứu về chuyển động của điểm (động điểm) thông qua phương pháp tọa độ Descartes và phương pháp tự nhiên.

Mục tiêu:

- + Trình bày được các khái niệm về phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo, vận tốc, gia tốc.
- + Xác định được quỹ đạo, phương trình chuyển động, vận tốc, gia tốc của một chuyển động cụ thể.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

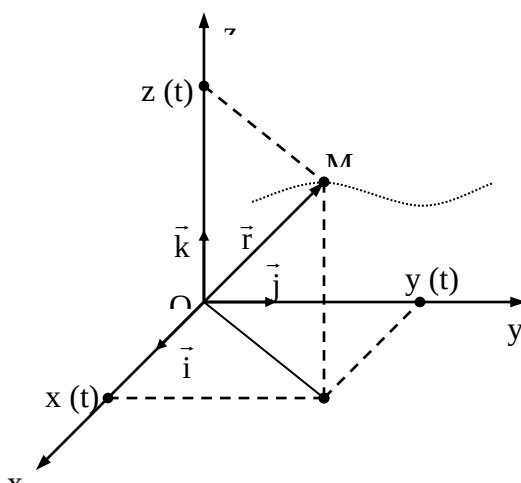
1. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tọa độ Descartes

1.1. Phương trình chuyển động:

Trong hệ tọa độ Descartes, vị trí của điểm M được xác định bởi tọa độ (x, y, z) của nó. Khi M chuyển động, các thông số định vị này thay đổi theo thời gian t . Liên hệ giữa x, y, z và t gọi là phương trình chuyển động của điểm theo tọa độ Descartes

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t)$$

Khử t trong các phương trình chuyển động, ta có phương trình quỹ đạo của động điểm.



1.2. Vận tốc của điểm:

Gọi v_x, v_y, v_z là hình chiếu của $\vec{v}$ trên các trục tọa độ thì

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} \quad (*)$$

Trong đó: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

$$\text{Mà } \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\begin{aligned} \text{Nên } \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} \\ &= x'(t) \cdot \vec{i} + y'(t) \cdot \vec{j} + z'(t) \cdot \vec{k} \quad (**) \end{aligned}$$

So sánh (*) và (**) ta rút ra: $v_x = x'(t); v_y = y'(t); v_z = z'(t)$

Vậy các hình chiếu của vận tốc trên các trục tọa độ Descartes bằng đạo hàm bậc nhất theo thời gian của các tọa độ tương ứng.

Trị số, phương chiều của vận tốc được xác định như sau:

$$- \text{Trị số: } v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$- \text{Phương chiều: } \cos\alpha = \frac{v_x}{v}; \cos\beta = \frac{v_y}{v}; \cos\gamma = \frac{v_z}{v}$$

Với α, β, γ : là góc tạo bởi $\vec{v}$ với các trục tọa độ x, y, z

1.3. Gia tốc của điểm:

Tương tự như vận tốc, gọi a_x, a_y, a_z là hình chiếu của $\vec{a}$ trên các trục tọa độ:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = v'_x(t) = x''(t)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = v'_y(t) = y''(t)$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = v'_z(t) = z''(t)$$

$$- \text{Trị số gia tốc: } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$- \text{Phương chiều: } \cos\alpha' = \frac{a_x}{a}; \cos\beta' = \frac{a_y}{a}; \cos\gamma' = \frac{a_z}{a}$$

α', β', γ' : là góc tạo bởi $\vec{a}$ với các trục tọa độ x, y, z

* **Ví dụ:** Viên đạn bay trong không gian Oxy theo quy luật:

$$x = v_0 t \cos\alpha \quad (a)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin\alpha \quad (b)$$

Trong đó v_0 là vận tốc ứng với thời điểm $t_0 = 0$, α là góc bắn.

Tìm vận tốc, gia tốc, quỹ đạo viên đạn, độ cao và tầm xa của viên đạn.

Giải

$$(a) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Thế vào (b) ta được:

$$y = -\left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}\right)x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

Vậy quỹ đạo của viên đạn là đường parabol

Vận tốc viên đạn:

$$v_x = x'(t) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = y'(t) = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

Gia tốc viên đạn:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = g$$

Khi viên đạn chạm đất thì $y(t) = 0$

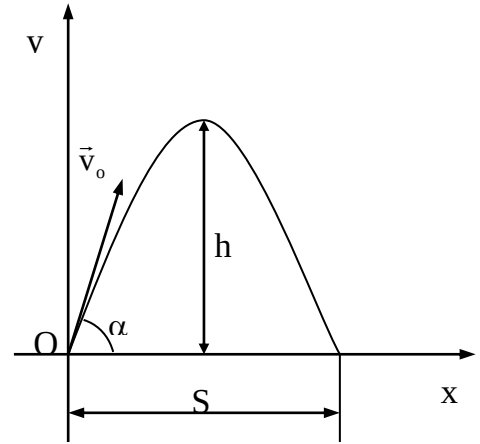
$$\Leftrightarrow y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ và } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (t \neq 0)$$

$$\text{Tầm xa của viên đạn: } s = x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Do tính đối xứng của Parabol, ta có độ cao của viên đạn đạt được tại thời điểm $\frac{t}{2}$

$$\Rightarrow h = y\left(\frac{t}{2}\right) = -\frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

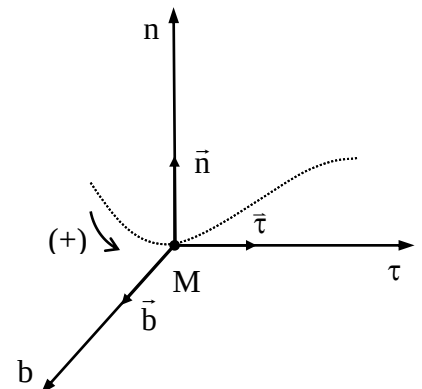


2. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tự nhiên

1.1. Phương trình chuyển động:

1.1.1. Hệ tọa độ tự nhiên:

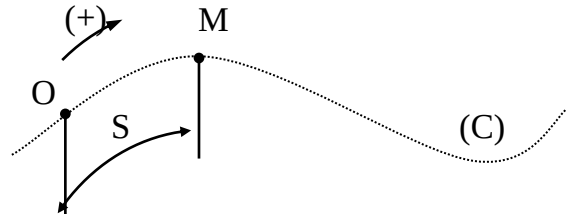
Dựng trong mặt phẳng tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm M trục $M\tau$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo về phía dương, có vectơ đơn vị là $\vec{\tau}$. Dựng trục Mn hướng theo pháp tuyến của quỹ đạo về phía lõm, Mn nằm trong mặt phẳng tiếp gọi là pháp tuyến chính có vectơ đơn vị là $\vec{n}$. Dựng pháp tuyến Mb gọi là trùng pháp tuyến có vectơ đơn vị là $\vec{b}$ (thường chọn chiều của $\vec{b}$ sao cho $M_{\vec{\tau}\vec{n}\vec{b}}$ là tam diện thuận)



Như vậy, tại mọi điểm của đường cong, ta luôn dựng được hệ tọa độ vuông góc có 3 trục hướng theo tiếp tuyến, pháp tuyến chính và trùng pháp tuyến gọi là hệ tọa độ tự nhiên. Hệ tọa độ tự nhiên thay đổi theo vị trí của điểm M trên quỹ đạo.

1.1.2. Phương trình chuyển động:

Trên quỹ đạo của động điểm, ta chọn O làm gốc. Khi đó, vị trí của động điểm được xác định bởi thông số $s = \widehat{OM}$. Khi M chuyển động, s biến thiên theo thời gian.



$s = s(t)$ gọi là phương trình chuyển động của điểm theo tọa độ tự nhiên.

* Chú ý: s là đại lượng đại số. Tuy nhiên nếu chọn chiều dương của quỹ đạo là chiều chuyển động của điểm thì s luôn dương.

1.2. Vận tốc của điểm:

Để xác định vận tốc $\vec{v}$ ta tìm hình chiếu của nó lên các trục của tọa độ tự nhiên. Vì $\vec{v}$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo tại M nên $\vec{v} = v_\tau \cdot \vec{\tau}$ (vì $v_n = v_b = 0$)

$$|\vec{v}| = |v_\tau| = \left| \frac{ds}{dt} \right| = |s'(t)|$$

Dấu của v_τ và $s'(t)$ luôn trùng nhau (cùng dương nếu điểm chuyển động theo chiều dương quỹ đạo và cùng âm trong trường hợp ngược lại).

Vậy suy ra: $v_\tau = s'(t)$

1.3. Gia tốc của điểm:

Tương tự như vận tốc ta tìm hình chiếu của nó trên các trục tọa độ tự nhiên ta có:

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_n \cdot \vec{n} + a_b \cdot \vec{b} \quad (*)$$

Mặt khác:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_\tau \cdot \vec{\tau}) = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + v_\tau \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + v_\tau \cdot \frac{d\vec{\tau}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$$

Theo hình học vi phân thì $\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{n}}{\rho}$ với ρ là bán kính cong quỹ đạo tại điểm đang xét

$$\text{Vậy ta có: } \vec{a} = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + \frac{v_\tau^2}{\rho} \cdot \vec{n} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad (**)$$

So sánh (*) và (**) ta suy ra:

$$a_\tau = v'_\tau(t) = s''(t) ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} ; \quad a_b = 0$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Vì $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ luôn dương nên $\vec{a}$ luôn hướng vào bề lõm của quỹ đạo.

* Ý nghĩa của các thành phần gia tốc:

- $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$ khi $\rho \rightarrow \infty$ tức là điểm chuyển động thẳng

- $a_n \neq 0$ điểm chuyển động cong.

Vậy, a_n biểu thị cho sự đổi hướng của vận tốc.

- $a_\tau = v'_\tau(t) = 0$ thì $v_\tau =$ hằng số, tức là điểm chuyển động đều.

- $a_\tau \neq 0$ thì v_τ biến thiên, điểm chuyển động không đều.

Vậy, a_τ biểu thị cho sự thay đổi về trị số của vận tốc.

+ Khi a_τ và v cùng dấu : Điểm chuyển động nhanh dần.

+ Khi a_τ và v ngược dấu : Điểm chuyển động chậm dần.

* Ví dụ:

Điểm chuyển động trên vòng tròn bán kính $r = 1\text{m}$ theo phương trình $s = t^3 - 16t$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây)

- Xác định vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 2\text{s}$

- Xét xem ở thời điểm đó, điểm chuyển động nhanh hay chậm dần.

Giải

$$v = s'(t) = 3t^2 - 16$$

$$\text{Khi } t = 2\text{s} \text{ thì } v = 3 \cdot 2^2 - 16 = -4 \text{ m/s}$$

$$a_\tau = v'(t) = 6t = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(-4)^2}{1} = 16 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ m/s}^2$$

Vì a_τ và v trái dấu nên điểm chuyển động chậm dần.

3. Một số chuyển động thường gặp

3.1. Chuyển động đều:

Chuyển động đều là chuyển động mà vận tốc của điểm chuyển động có trị số không đổi.

$$v = \text{hằng số}$$

$$a_\tau = v'_\tau(t) = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

3.1.1. Chuyển động thẳng đều:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0 \quad (\rho \rightarrow \infty) \quad ; \quad a_\tau = 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

Trong đó: v và s_0 tương ứng là vận tốc và tọa độ cong ban đầu của động điểm.

3.1.2. Chuyển động cong đều:

$$a_\tau = 0 \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

3.2. Chuyển động biến đổi đều:

Là chuyển động mà gia tốc tiếp tuyến của điểm có giá trị không đổi.

$$a_\tau = \text{hằng số} \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad v = v_0 + a_\tau t$$

3.2.1. Chuyển động thẳng biến đổi đều:

$$a_n = 0 \quad ; \quad a_\tau = \text{hằng số}$$

$$v = v_0 + a_\tau t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

3.2.1. Chuyển động cong biến đổi đều:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad a_\tau = \text{hằng số} \quad ; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$v = v_0 + a_\tau t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

* Ví dụ:

Một điểm chuyển động nhanh dần đều trên cung tròn bán kính $r = 1000\text{m}$, từ trạng thái đứng yên sau 2 phút nó đi được quãng đường $S = 1200\text{m}$. Hãy tính trị số vận tốc và gia tốc sau 2 phút đó.

Giải

$$\text{Ta có : } s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

$$\text{Chọn } s_0 = 0$$

$$\text{Mặt khác } v_0 = 0 \text{ (ban đầu điểm đứng yên)}$$

$$\text{Nên } s = \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

$$\Rightarrow a_\tau = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 1200}{120^2} = \frac{1}{6} \text{ m/s}^2$$

Vận tốc sau 2 phút :

$$v = v_0 + a_\tau t = a_\tau \cdot t = \frac{1}{6} \cdot 120 = 20 \text{ m/s}$$

Gia tốc pháp tuyến : $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{20^2}{1000} = 0,4 \text{ m/s}^2$

Gia tốc sau 2 phút:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + (0,4)^2} = 0,43 \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

- Viết công thức xác định vận tốc và gia tốc của điểm theo phương pháp tọa độ Descartes.
- Điểm chuyển động có $\frac{v_x}{v_y} = \text{hằng số}$ thì quy luật chuyển động của điểm như thế nào
- Viết biểu thức xác định vận tốc và gia tốc của điểm chuyển động cong tổng quát.
- Đối với các điểm chuyển động thẳng (hoặc cong) có thể xảy ra các trường hợp sau không?
 - $v > 0$ và $a_\tau < 0$
 - $v < 0$ và $a_\tau > 0$

Chuyển động ứng với mỗi trường hợp có đặc điểm gì?

- Phương trình chuyển động, vận tốc của động điểm trong chuyển động thẳng và cong biến đổi đều được xác định như thế nào? Nếu thay đổi góc quy chiếu hoặc góc thời gian thì các biểu thức đó có gì thay đổi không?
- Khi nào điểm chuyển động không có gia tốc tiếp tuyến, không có gia tốc pháp tuyến và cả hai thành phần gia tốc đó đều không có?

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

- Động điểm chuyển động theo phương trình:

$$x = 2 t^2$$

$$y = 1,5 t^2 - 1$$

x, y tính bằng mét và t tính bằng giây. Xác định.

- Quỹ đạo động điểm.
- Vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 2\text{s}$.

- Viên đạn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng theo phương trình:

$$x = 300 t$$

$$y = 400 t - 5 t^2$$

x, y tính bằng mét và t tính bằng giây. Tìm:

- Quỹ đạo của viên đạn
- Vận tốc và gia tốc tại thời điểm đầu và lúc viên đạn rơi xuống đất.

c) Độ cao và tầm xa của đường đạn.

3. Điểm chuyển động theo phương trình :

$$\begin{aligned}x &= b \cos \frac{\pi}{3} t \\y &= b \sin \frac{\pi}{3} t\end{aligned} \quad (\text{với } a, b \text{ là hằng số, } x, y \text{ tính bằng mét và } t \text{ tính bằng giây})$$

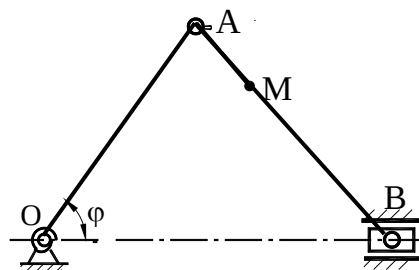
- a) Điểm chuyển động theo quỹ đạo gì?
- b) Tìm vận tốc và gia tốc của động điểm

4. Chất điểm chuyển động theo phương trình

$$\begin{aligned}x &= 75 \cos 4t^2 \\y &= 75 \sin 4t^2\end{aligned} \quad (x, y \text{ tính bằng cm và } t \text{ tính bằng giây})$$

Tìm vận tốc và gia tốc của điểm.

5. Tìm quỹ đạo điểm M trên thanh truyền AB của cơ cấu tay quay con trượt (hình vẽ). Biết $OA = AB = 60\text{cm}$; $MA = \frac{1}{3}AB$; $\varphi = 4\pi t$. Xác định vận tốc và gia tốc của điểm M khi $\varphi = 0$



6. Điểm chuyển động theo phương trình $s = t^3 - 12t + 2$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây).
- a) Xác định vận tốc và gia tốc của điểm tại các thời điểm $t_1 = 1\text{s}$ và $t_2 = 4\text{s}$.
 - b) Xác định thời điểm để vận tốc bằng không.
 - c) Mô tả quy luật chuyển động của điểm.
7. Điểm chuyển động trên quỹ tròn bán kính $R = 6\text{cm}$ theo phương trình $s = 6 + 9t^2 - 12t^3$ (s tính bằng cm, t tính bằng giây)
- a) Xác định vận tốc và gia tốc của điểm tại thời điểm $t = 2\text{s}$.
 - b) Xét xem ở thời điểm đó, điểm chuyển động nhanh dần hay chậm dần?
8. Điểm chuyển động trên cung tròn bán kính $R = 0,2\text{m}$ theo phương trình $s = 0,2\sin\pi t$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây). Tại thời điểm $t = 5\text{s}$, hãy xác định trị số và hướng của vận tốc, gia tốc của điểm.
9. Điểm chuyển động thẳng có phương trình $s = 2t + t^2$
- a) Sau khi mấy giây điểm đạt vận tốc 10m/s ?
 - b) Tại thời điểm đó, điểm vạch được quãng đường dài bao nhiêu?
 - c) Tìm gia tốc của điểm?

10. Một điểm trên vành bánh xe chuyển động theo phương trình $s = 0,1t^3$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Bán kính của bánh xe bằng 2m . Xác định gia tốc của điểm tại thời điểm vận tốc của nó bằng 30m/s
11. Một ô tô chuyển động thẳng , trong giai đoạn khởi động , chạy nhanh dần đều với gia tốc $a = 1\text{m/s}^2$. Tính :
- Vận tốc và quãng đường chạy được sau thời gian khởi động 4 giây?
 - Vận tốc của ô tô sau khi đi được 32m.
12. Trên đoạn đường dài 12,5km , tàu hoả giảm tốc từ 54km/h xuống còn 36km/h. Xem như trên đoạn đường đó , tàu hoả chuyển động chậm dần đều . Xác định gia tốc của tàu và thời gian tàu chạy được trên quãng đường đó.
13. Một ô tô chuyển động thẳng với vận tốc $v = 36\text{km/h}$ thì được hãm lại. Từ khi hãm ô tô chuyển động chậm dần đều và chạy được 25m thì dừng lại. Xác định :
- Khoảng thời gian từ khi bắt đầu hãm đến khi ô tô dừng lại?
 - Gia tốc của ô tô?
 - Vận tốc của ô tô sau khi hãm được 3s ?
14. Ô tô đang chuyển động trên đường thẳng với vận tốc v_0 km/h thì người lái nhìn thấy vật cản nên người lái đã hãm nhanh và sau 10s thì ô tô dừng lại. Hãy xác định vận tốc v_0 bằng bao nhiêu nếu đoạn đường hãm (tính vị trí bắt đầu hãm cho đến khi dừng hẳn) là 80m.
15. Viên đạn được bắn ra theo hướng thẳng đứng lên trên với vận tốc đầu là 350m/s. Hỏi viên đạn đạt được chiều cao bằng bao nhiêu và sau thời gian bao lâu nó rơi đến đất (không tính sức cản của không khí và lấy $g = 9,81\text{m/s}^2$)
16. Tàu điện xuất phát từ ga A và chuyển động trên đường thẳng tới ga B với yêu cầu vận hành của tàu như sau: Trên đoạn đường thứ nhất dài s_1 km, tàu chạy nhanh dần đều với gia tốc $0,04\text{m/s}^2$ và ở cuối đoạn có vận tốc 72 km/h; Trên đoạn đường thứ hai dài $s_2 = 36\text{km}$ tàu chạy với vận tốc không đổi 72 km/h; Trên đoạn đường thứ ba dài $s_3 = 1,5\text{km}$, tàu chạy chậm dần đều và dừng lại ở ga B. Hãy xác định thời gian tàu chạy trên quãng đường AB và chiều dài quãng đường đó.
17. Đầu tàu hoả có vận tốc đầu 15m/s và trong 30 giây đầu chạy được 600m. Biết chuyển động của nó là biến đổi đều, xác định vận tốc và gia tốc của tàu hoả ở cuối giây thứ 30 nếu tàu hoả chuyển động trên cung tròn bán kính $R = 1\text{km}$.
18. Một tàu hoả chuyển động nhanh dần đều, vận tốc của nó tăng từ 18km/h đến 72km/h trong khoảng thời gian 2phút . Quãng đường nằm trên cung tròn bán kính $R = 1000\text{m}$. Xác định vận tốc và gia tốc của tàu sau 40 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động nhanh dần đều.

19. Hai điểm bắt đầu chuyển động ở cùng một thời điểm tại cùng một vị trí trên đường tròn và ngược chiều nhau. Các điểm chuyển động đều, gia tốc của hai điểm lần lượt là $8,2\text{m/s}^2$ và $73,9\text{m/s}^2$. Bán kính của đường tròn $R = 30\text{m}$. Xác định thời gian cần thiết để các điểm gặp nhau và đoạn đường mỗi điểm đã đi trong thời gian đó.
20. Đầu máy điện chuyển động chậm dần đều trên đường cong bán kính $R = 800\text{m}$ và đã đi được quãng đường 800m . Hãy xác định gia tốc ở cuối đường cong và thời gian để đầu máy chuyển động trên đường cong đó nếu vận tốc đầu và cuối tương ứng là $v_0 = 54\text{ km/h}$ và $v = 18\text{km/h}$.

CHƯƠNG 5. CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

Mã chương: CK108-05

Giới thiệu:

Chương 5 nghiên cứu về 2 chuyển động cơ bản của vật rắn. Thông qua phương pháp tự nhiên giúp khảo sát các thông số đặc trưng cho 2 chuyển động cơ bản này.

Mục tiêu:

- + Trình bày được tính chất và phương pháp khảo sát vật chuyển động tịnh tiến.
- + Phân tích được cách xác định các đại lượng đặc trưng của chuyển động quay quanh trục cố định.
- + Vận dụng giải thành thạo các bài toán về chuyển động cơ bản của vật rắn.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

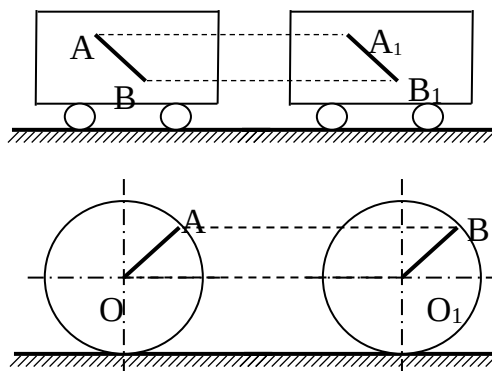
1. Chuyển động tịnh tiến

1.1. Định nghĩa

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó lấy bất kỳ đoạn thẳng nào trên vật cũng luôn song song với vị trí ban đầu của nó.

Trong thực tế gặp rất nhiều trường hợp vật chuyển động tịnh tiến. Vật chuyển động tịnh tiến thường gặp là:

- Tịnh tiến thẳng: Toa xe lửa chuyển động trên đường ray.
- Tịnh tiến cong: Thanh truyền AB trong cơ cấu hình bình hành của đầu máy xe lửa.

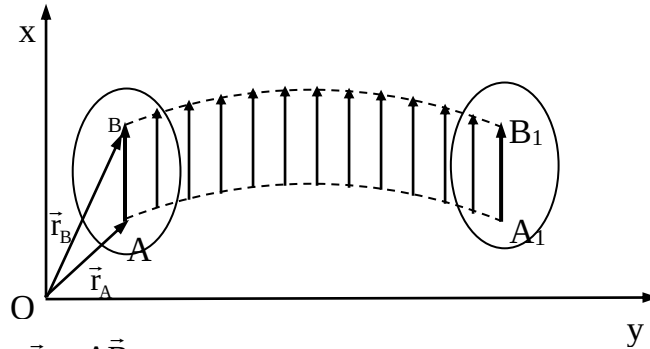


1.2. Tính chất của chuyển động tịnh tiến:

Định lý: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, các điểm thuộc vật vẽ nên những quỹ đạo đồng chất (có thể đặt trùng khít lên nhau). Tại mỗi thời điểm, các điểm thuộc vật có vận tốc và gia tốc bằng nhau.

Chứng minh:

Lấy 2 điểm A, B bất kỳ thuộc vật. Giả sử vị trí của chúng tại thời điểm t được xác định bởi các vector $\vec{r}_A$ và $\vec{r}_B$



Dựng $\vec{AB}$, ta có: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$

Trong đó: $\vec{AB}$ là vector có môđun và phương chiều không đổi (vật rắn chuyển động tịnh tiến). Do đó, vị trí của điểm B có được bằng cách dịch chuyển song song các điểm trên quỹ đạo của A đi cùng một vector không đổi $\vec{AB}$. Vậy quỹ đạo của điểm A và B là những đường cong giống nhau (tức là có thể đặt trùng khít lên nhau)

Để xác định vận tốc các điểm A và B ta lấy đạo hàm hai vế $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$ theo thời gian:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d(\vec{AB})}{dt}$$

Vì $\frac{d(\vec{AB})}{dt} = 0$ nên $\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt}$ hay $\vec{v}_A = \vec{v}_B$

Tiếp tục lấy đạo hàm theo 2 vế của đẳng thức $\vec{v}_A = \vec{v}_B$, ta được:

$$\frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_B}{dt} \text{ hay } \vec{a}_A = \vec{a}_B$$

Vậy, về mặt động học vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng chuyển động của điểm bất kỳ thuộc vật. Do đó, việc khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến được đưa về bài toán động học điểm.

2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH:

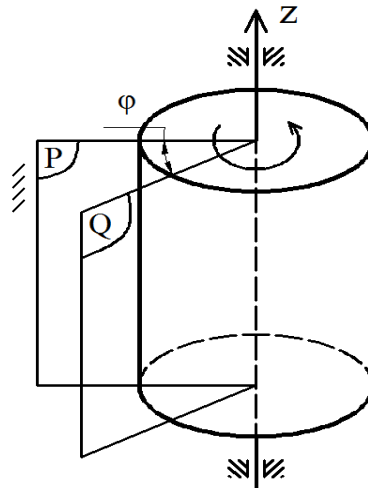
2.1. Định nghĩa:

Vật rắn quay quanh một trục cố định là trong quá trình chuyển động, dễ dàng tìm được hai điểm bất kỳ cố định thuộc vật rắn. Đường thẳng đi qua hai điểm cố định này được gọi là trục quay của vật rắn.

Ví dụ: Quạt trần quay quanh trục, cánh cửa quay quanh trục bản lề, ...

2.2. Phương trình chuyển động:

Cho vật rắn hình trụ quay quanh trục cố định z . Dựng mặt phẳng cố định P và mặt phẳng Q gắn vào vật di động.



Khi vật chưa chuyển động, có mặt phẳng P trùng với vị trí của mặt phẳng Q. Khi vật quay, lúc này vị trí mặt phẳng Q thay đổi so với P một góc φ . Ứng với mỗi thời điểm ta có mỗi góc quay φ khác nhau. Vậy phương trình chuyển động của vật rắn:

$$\varphi = \varphi(t) \quad (\text{rad})$$

Tuy nhiên, trong kỹ thuật, góc quay của vật thường được tính theo số vòng quay N. liên hệ giữa N và φ :

$$\varphi = 2\pi N \quad (\text{rad})$$

Góc quay φ là đại lượng đại số. Trường hợp vật quay theo một chiều cố định thì ta chọn chiều quay đó là chiều dương.

2.3. Vận tốc góc:

Khi vật quay,, góc quay φ biến thiên theo thời gian. Để biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật, ta đưa ra khái niệm vận tốc góc. Ký hiệu là ω

$$\bar{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)$$

Đơn vị đo của ω là rad/s

Vậy, Vận tốc góc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của góc quay theo thời gian cũng tại thời điểm đó.

Trong kỹ thuật, vận tốc góc thường được đo bằng số vòng quay trong một phút gọi là vận tốc vòng. Ký hiệu: n (vòng/phút)

Liên hệ giữa n và ω :

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \quad (\text{rad/s})$$

2.4. Gia tốc góc:

Vận tốc nói chung mỗi lúc quay nhanh chậm khác nhau, có khi còn thay đổi cả chiều quay. Đại lượng biểu thị cho sự thay đổi đó của vận tốc góc theo thời gian gọi là gia tốc góc. Ký hiệu là ε

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{\omega}'(t) = \varphi''(t)$$

Đơn vị đo của ε là rad/s²

Vậy, Gia tốc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của vận tốc theo thời gian hoặc bằng đạo hàm cấp hai của góc quay theo thời gian tại thời điểm đó.

Dấu hiệu nhận biết chuyển động nhanh dần, chậm dần:

- $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} > 0$: vật chuyển động quay nhanh dần
- $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} < 0$: vật chuyển động quay chậm dần

2.5. Các chuyển động quay thường gặp:

2.5.1. Chuyển động quay đều:

Vận tốc góc: $\omega = \text{hằng số}$

Gia tốc góc: $\bar{\varepsilon} = \bar{\omega}'(t) = 0$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$

2.5.2. Chuyển động quay biến đổi đều (nhanh dần đều, chậm dần đều)

Gia tốc góc $\varepsilon = \text{hằng số}$

Vận tốc góc: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Nếu chọn chiều dương trùng với chiều quay ban đầu của vật thì:

- $\varepsilon > 0$: Vật quay nhanh dần đều
- $\varepsilon < 0$: Vật quay chậm dần đều
- Ví dụ 1:

Vật quay quanh trục cố định theo phương trình: $\varphi = 2t^2 + t + 2$ (φ tính bằng rad, t tính bằng giây). Xác định:

- Góc quay của vật trong 3 giây đầu.
- Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.
- Trong quá trình chuyển động, vật có đổi chiều quay hay không.

Giải:

- Góc quay của vật trong 3 giây đầu.
 - Ở thời điểm đầu $t_0 = 0$ thì $\varphi_0 = 2 \text{ rad}$
 - Ở thời điểm đầu $t_1 = 3$ thì $\varphi_1 = 23 \text{ rad}$

Vậy, góc quay $\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = 21 \text{ rad}$

- Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.

$$\omega = \varphi'(t) = 4t + 1 = 4 \cdot 3 + 1 = 13 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon = \omega'(t) = 4 \text{ rad/s}^2$$

- Vật không đổi chiều quay vì $\omega = 4t + 1 > 0 \quad \forall t$

- Ví dụ 2:

Một trục máy trong giai đoạn tăng tốc quay nhanh dần đều, từ vận tốc 1200 vòng/phút lên 1800 vòng/phút, với số vòng quay được là 250 vòng.

- Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó

- b) Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

Giải:

- a) Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot n_0}{30} = \frac{1200 \cdot \pi}{30} = 40\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{1800 \cdot \pi}{30} = 60\pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi = 2\pi N = 500\pi \text{ rad}$$

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \\ \omega = \omega_0 + \varepsilon t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 500\pi = 40\pi t + \frac{1}{2} \left(\frac{20\pi}{t} \right) t^2 \\ \varepsilon = \frac{20\pi}{t} \\ t = 10\text{s} \\ \varepsilon = 2\pi \text{ rad/s}^2 \end{cases}$$

- b) Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t = 40\pi + 2\pi \cdot 6 = 52\pi \text{ rad/s}$$

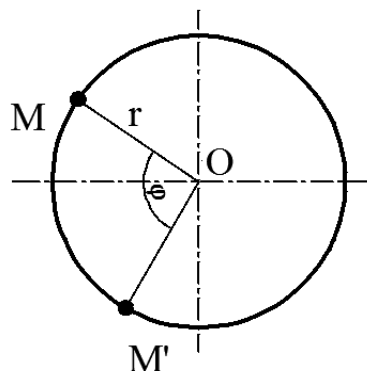
$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} = 1560 \text{ vòng/phút}$$

2.6. Chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định:

2.6.1. Phương trình chuyển động:

Xét điểm M bất kỳ thuộc vật rắn với khoảng cách từ M đến trục quay không đổi $r = OM$. Sau thời gian t vật quay được một góc φ , lúc này M di chuyển đến vị trí M'. Vậy vị trí của M được xác định thông qua cung tròn MM' .



Ta có công thức tính cung tròn:

$$\overline{MM'} = s = r \cdot \varphi$$

Mặt khác φ thay đổi theo thời gian nên phương trình chuyển động của điểm M: $s = r.\varphi(t)$

2.6.2. Vận tốc của điểm thuộc vật:

Ta có: $\vec{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r.\varphi) = r. \frac{d\varphi}{dt} = r. \bar{\omega}$

Vì chiều của $\vec{v}$ bao giờ cũng thuận chiều quay của vật tức là chiều của vận tốc góc ω , nên:

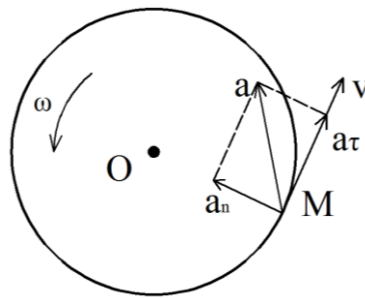
$$\vec{v} = r.\omega \quad (\text{m/s})$$

Phương $\vec{v}$: tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm khảo sát

Chiều: cùng chiều chuyển động của vật

2.6.3. Gia tốc của điểm thuộc vật:

Gia tốc toàn phần: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$



Trong đó:

- a_t là gia tốc tiếp tuyến, có phương chiều cùng với phương chiều của vận tốc và có trị số: $a_t = \vec{v}'(t) = r.\omega'(t) = r.\varepsilon$
- a_n là gia tốc pháp tuyến, có phương chiều hướng vào tâm quay và có trị số:

$$a_t = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega.R)^2}{R} = r.\omega^2$$

Vậy $a = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$

• Ví dụ:

Một vật quay quanh trục cố định O. Ở thời điểm khảo sát, Điểm A cách trục quay khoảng $r = 0,5\text{m}$ có vận tốc $v = 2\text{m/s}$ và gia tốc là $8\sqrt{3}\text{ m/s}^2$.

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.
- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

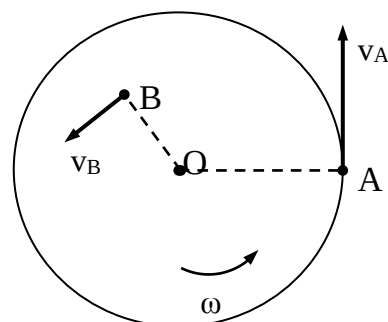
Giải:

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.

$$v_A = r.\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A}{r} = \frac{2}{0,5} = 4\text{ rad/s}$$

$$a_n = r. \omega^2 = 0,5. 4^2 = 8\text{m/s}^2$$



$$\text{Mà } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\Rightarrow a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_t = r \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{8\sqrt{2}}{0,5} = 16\sqrt{2} \text{ rad/s}^2$$

b) Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

$$v_B = r \cdot \omega = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ m/s}$$

$$a_t = r \cdot \varepsilon = 0,2 \cdot 16\sqrt{2} = 3,2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v_B^2}{r} = \frac{0,8^2}{0,2} = 3,2 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(3,2\sqrt{2})^2 + 3,2^2} = 3,2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Định nghĩa chuyển động tịnh tiến của vật rắn. Cho ví dụ minh họa ?
- 2) Vì sao khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn ta chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật ?
- 3) Thế nào là chuyển động quay của vật rắn quay quanh trục cố định. Cho ví dụ?
- 4) Trình bày cách xác định vận tốc góc và gia tốc góc của. Cách nhận biết vật rắn quay nhanh hay chậm dần.
- 5) Tại một thời điểm, vận tốc và gia tốc của các điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định phụ thuộc vào những yếu tố nào?

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

- 1) Một trục động cơ quay theo phương trình: $\varphi = \pi t^3$ (φ tính bằng rad và t tính bằng giây)

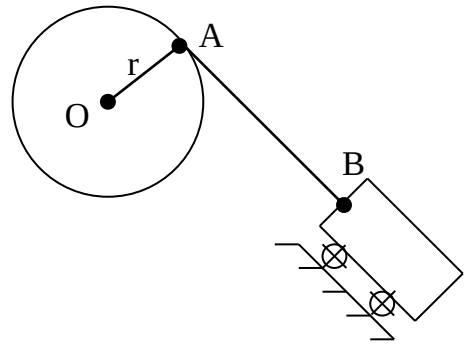
Xác định vận tốc góc và gia tốc góc của trục tại thời điểm $t = 3$ giây (tốc độ tính ra vòng/phút).

- 2) Vật quay quanh trục cố định theo phương trình :

$$\varphi = 2t^2 - t + 1 \text{ (}\varphi \text{ tính bằng rad và } t \text{ tính bằng giây)}$$

- a. Xác định vận tốc góc và gia tốc ở thời điểm $t = 2\text{s}$?
- b. Tính góc quay được của vật trong khoảng thời gian $t_1 = 1\text{s}$ đến $t_2 = 3\text{s}$?
- c. Ở thời điểm $t = 2\text{s}$ vật quay nhanh dần hay chậm dần đều?

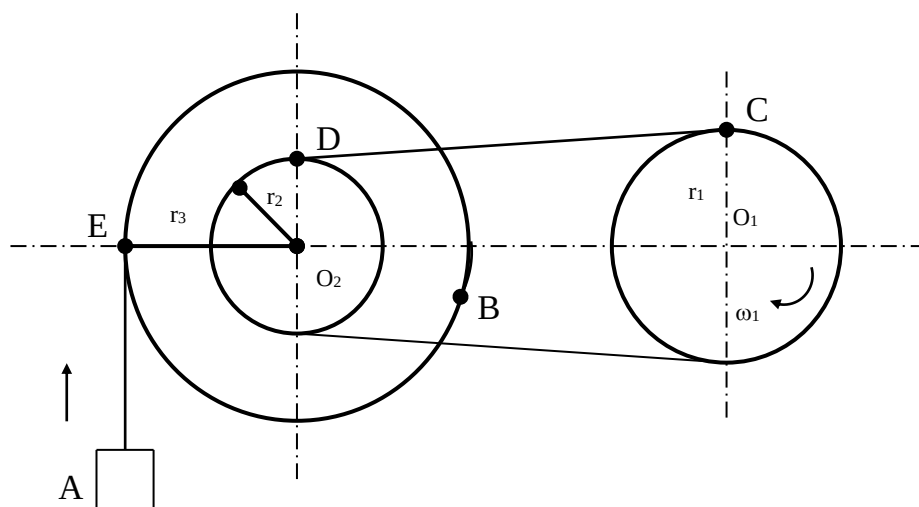
- 3) Vật nặng được kéo lên trên mặt phẳng nghiêng theo phương trình $s = \frac{t^2}{4}$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây) nhờ dây cáp quấn quanh trục tời có bán kính $r = 10\text{cm}$. Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của tời. Sau đó tìm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của điểm M trên mép trục tời ở thời điểm $t = 1\text{s}$.



- 4) Bánh xe quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 phút bánh xe có tốc độ quay 120 vòng/phút. Xác định số vòng quay của bánh xe trong 10 phút đó.
- 5) Bánh đà có bán kính $r = 2\text{m}$ quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 giây, các điểm nằm trên vành có vận tốc $v = 100\text{m/s}$. Hãy tìm vận tốc và gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến của các điểm trên vành tại thời điểm $t = 15\text{giây}$
- 6) Một động cơ đang quay với vận tốc $n = 1200$ vòng/phút thì được hãm lại. Sau khi hãm, động cơ quay chậm dần đều và quay được 80 vòng thì dừng hẳn. Xác định gia tốc góc của trục và thời gian từ lúc hãm đến khi trục dừng.
- 7) Một vô lăng từ trạng thái đứng yên rồi quay nhanh dần đều, sau 2 phút nó quay được 300 vòng. Tính vận tốc góc và gia tốc góc sau khi quay được 3 phút.
- 8) Trục của máy tiện cần phải quay với vận tốc bao nhiêu vòng/phút để tiện chi tiết hình trụ dài 120mm hết 15 phút trong mỗi lần chạy dao. Biết bề rộng phoi tiện 0,2mm và trục máy tiện quay đều
- 9) Hai puli có đường kính $D_1 = 36\text{cm}$ và $D_2 = 84\text{cm}$ được gắn trên cùng một đai truyền. Vận tốc góc của puli thứ nhất là $n_1 = 42\text{v/phút}$. Hỏi vận tốc góc của puli thứ hai bằng bao nhiêu nếu vận tốc biên của 2 puli là như nhau.
- 10) Khi bánh xe quay quanh trục cố định, các điểm ở trên vành của nó có vận tốc $v_0 = 20\text{m/s}$. Đường kính của bánh xe là 1,08m. Sau 2 phút từ khi bắt đầu hãm, bánh xe dừng hẳn. Hãy xác định vận tốc góc của bánh xe trước khi hãm và trị số gia tốc góc trong thời gian hãm. Nếu coi chuyển động của bánh xe trong lúc hãm là chậm dần đều. Sau đó, tìm số vòng quay của bánh xe trong thời gian hãm.
- 11) Hãy xác định vận tốc góc của:
- Kim giây đồng hồ
 - Kim phút đồng hồ
 - Kim giờ đồng hồ
 - Trái đất quay quanh trục của nó.
- 12) Bánh xe 1 quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ. Sau 2 giây đạt được vận tốc góc 6 rad/s. Nó truyền chuyển động cho bánh xe 2 nhờ dây xích. Bánh xe 2 gồm 2 tầng. Ở

tầng ngoài có gắn sợi dây mềm không giãn treo vật nặng A . Cho $r_1 = 5\text{cm}$, $r_2 = 3\text{cm}$, $r_3 = 8\text{ cm}$

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của bánh xe 1 sau 3 giây.
- Tìm vận tốc, gia tốc vật A cũng như của điểm B (hình vẽ) sau 3 giây.



CHƯƠNG 6. TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM VÀ VẬT RẮN

Mã chương: CK108-06

Giới thiệu:

Chương 6 đưa ra một số khái niệm về chuyển động. Nhắc lại kiến thức chương 4 và chương 5 vận dụng giải bài toán về tổng hợp chuyển động của điểm và vật rắn.

Mục tiêu:

- + Trình bày được phương pháp chọn hệ quy chiếu động, cố định.
- + Phân biệt được chuyển động tương đối, tuyệt đối, theo.
- + Vận dụng được định lý hợp vận tốc để giải bài toán.
- + Trình bày được định nghĩa và tính chất chuyển động song phẳng.
- + Phân tích được phương pháp xác định tâm vận tốc tức thời và xác định vận tốc của điểm bằng phương pháp tâm vận tốc tức thời.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Tổng hợp chuyển động của điểm

1.1. Khái niệm và định nghĩa các chuyển động :

Giả sử có động điểm M, hệ quy chiếu động Oxyz và hệ quy chiếu cố định $O_1x_1y_1z_1$

1.1.1. Chuyển động tương đối :

Chuyển động của M so với hệ quy chiếu động gọi là chuyển động tương đối, tương ứng ta có quỹ đạo tương đối và vận tốc tương đối. Ký hiệu $\vec{v}_r$

1.1.2. Chuyển động theo :

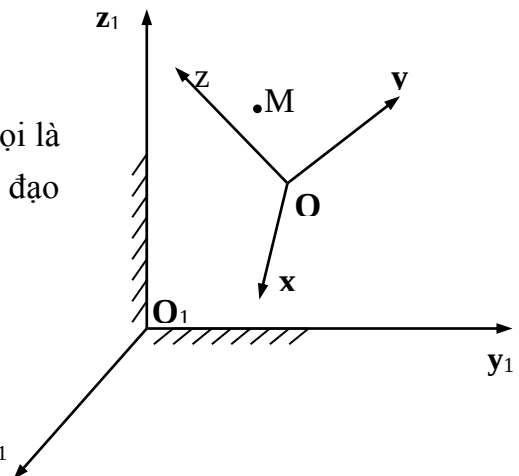
Chuyển động của M cùng với hệ quy chiếu động đối với hệ quy chiếu cố định gọi là chuyển động theo, tương ứng ta có quỹ đạo theo và vận tốc theo. Ký hiệu $\vec{v}_e$

1.1.3. Chuyển động tuyệt đối :

Chuyển động của điểm M so với hệ quy chiếu cố định gọi là chuyển động tuyệt đối, tương ứng ta có quỹ đạo tuyệt đối và vận tốc tuyệt đối. Ký hiệu $\vec{v}_a$

Vậy, chuyển động tuyệt đối là tổng hợp của hai chuyển động, chuyển động tương đối và chuyển động theo

1.2. Định lý hợp vận tốc:



Tại mỗi thời điểm, vận tốc tuyệt đối của chất điểm M bằng tổng hình học của vận tốc theo và vận tốc tương đối.

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r \quad (*)$$

Chứng minh:

Động điểm M được định vị bởi vectơ $\vec{r}$ và $\vec{r}_1$, gốc O được xác định bởi $\vec{r}_0$. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị của hệ trục oxyz, ta có $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Theo hình (*), ta có:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \vec{r}$$

Vận tốc tuyệt đối của M là:

$$\vec{v}_a = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 + x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt} + \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{v}_a = \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \right) + \left[\vec{v}_0 + \left(x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt} \right) \right]$$

$$\text{hay } \vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

Vậy, định lý đã được chứng minh.

• **Ví dụ:** Cho cơ cấu tay quay culit với tay quay OA = 200mm quay đều với vận tốc $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, Con chạy A nối bằng bản lề vào đầu mút tay quay chạy trong rãnh BC làm culit chuyển động lên xuống. Xác định vận tốc của culit tại thời điểm tay quay lệch một góc $\varphi = 30^\circ$ so với phương thẳng đứng.

Giải

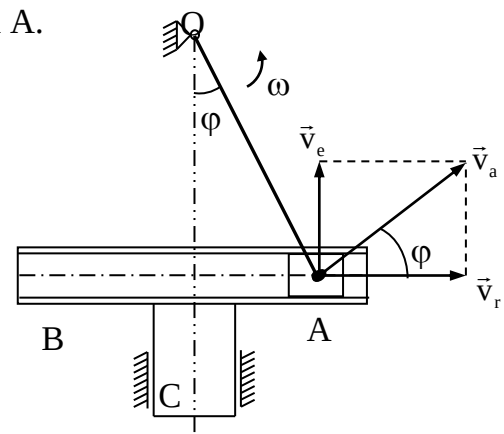
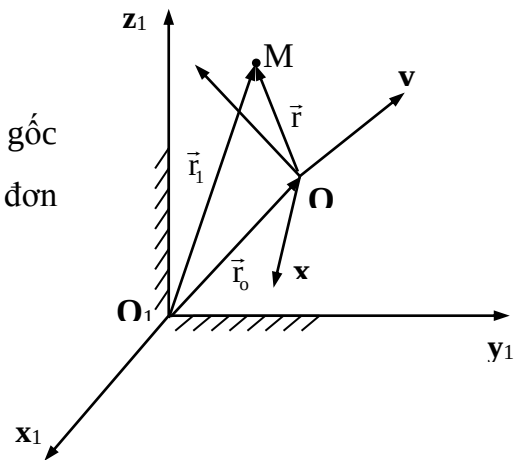
- Chuyển động của con chạy A trong rãnh BC là chuyển động tương đối với vận tốc $\vec{v}_r$ hướng theo phương ngang.
- Chuyển động của BC (culit) so với khung máy là chuyển động theo với vận tốc $\vec{v}_e$ hướng theo phương thẳng đứng.
- Chuyển động của con chạy A so với khung máy là chuyển động tuyệt đối với vận tốc $\vec{v}_a$ tiếp tuyến với quỹ đạo tròn tại A.

Theo định lý hợp vận tốc ta có:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

Theo sơ đồ hợp vận tốc, ta có:

Vận tốc của culit là:



$$v_e = v = v_a \cdot \sin\varphi = OA \cdot \omega \cdot \sin\varphi$$

$$v = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 3\pi \cdot \frac{1}{2} = 0,3\pi \text{ m/s}$$

2. Chuyển động song phẳng của vật rắn

2.1. Khái niệm và phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng :

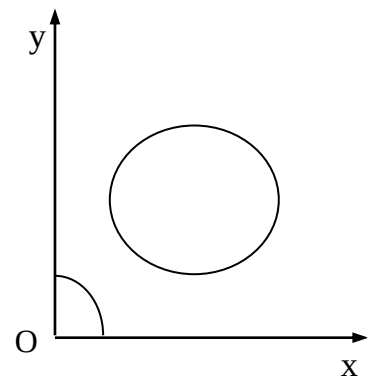
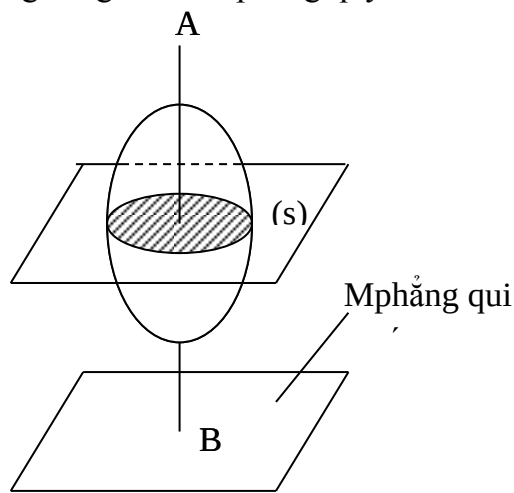
2.1.1. Định nghĩa

Chuyển động song phẳng của vật rắn là chuyển động trong đó mỗi điểm thuộc vật luôn di động trong những mặt phẳng cố định song song với mặt phẳng quy chiếu.

Ví dụ: Khi xe chạy trên đường, mọi điểm trên bánh xe di chuyển trong những mặt phẳng song song với mặt phẳng thẳng đứng chứa trục đường, nên bánh xe chuyển động song phẳng.

2.1.2. Phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng:

Bài toán khảo sát chuyển động song phẳng của vật rắn trong không gian được đưa về bài toán khảo sát chuyển động của một tiết diện phẳng của nó trong mặt phẳng chứa tiết diện phẳng, song song với mặt phẳng quy chiếu.

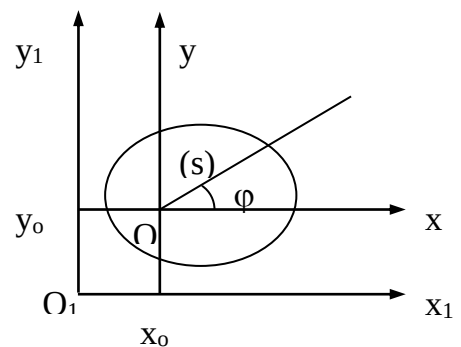


2.2. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp tinh tiến và quay:

2.2.1. Khảo sát chuyển động của hình phẳng

2.2.1.1. Phương trình chuyển động:

Xét chuyển động của hình phẳng (s) trong mặt phẳng (P). Chọn hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$. Lấy điểm O tùy ý thuộc (s) và gắn vào đó hệ trục Oxy có trục Ox và Oy luôn song song với O_1x_1 và O_1y_1 . Chuyển động của hình phẳng (s) được phân tích thành 2 chuyển động:



- Chuyển động tịnh tiến của hệ động Oxy đối với hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$ (chuyển động theo).
- Chuyển động quay quanh cực O của hình phẳng đối với hệ động Oxy (chuyển động *trương đối*)

Vậy chuyển động song phẳng của vật rắn có thể phân tích thành 2 chuyển động: chuyển động tịnh tiến cùng với cực và chuyển động quay của vật quanh cực

Do đó, phương trình chuyển động của vật rắn chuyển động song phẳng là:

$$x_o = x_o(t) ; y_o = y_o(t) ; \varphi = \varphi(t)$$

2.2.1.2. Các yếu tố động học của hình phẳng:

- Chuyển động của hệ trục Oxy là chuyển động tịnh tiến cùng với cực O nên trạng thái động học được xác định là vận tốc $\vec{v}_o$ và gia tốc $\vec{a}_o$.
- Chuyển động quay của hình phẳng đối với hệ động oxy được xác định bằng vận tốc góc ω và gia tốc góc ε

* *Chú ý: Các đại lượng $\vec{v}_o$, $\vec{a}_o$ phụ thuộc vào việc chọn cực*

2.2.2. Khảo sát chuyển động của điểm thuộc hình phẳng

2.2.2.1. Phương trình chuyển động

Xét điểm M thuộc hình phẳng S nằm cách cực O một khoảng $OM = R$. Vị trí của M được xác định:

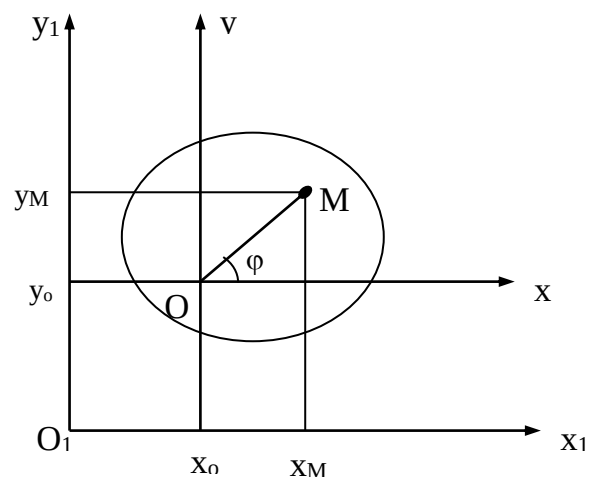
$$x_M = x_o + R \cdot \cos \varphi$$

$$y_M = y_o + R \cdot \sin \varphi$$

Vì x_o , y_o , φ luôn thay đổi theo thời gian, nên phương trình chuyển động của M là:

$$x_M(t) = x_o(t) + R \cdot \cos \varphi(t)$$

$$y_M(t) = y_o(t) + R \cdot \sin \varphi(t)$$



2.2.2.2. Vận tốc của điểm

- Biểu thức giải tích của vận tốc.

Vận tốc của điểm M được xác định qua hình chiếu của nó trên hệ trục cố định $O_1x_1y_1$

$$v_{Mx} = \frac{dx_M}{dt} = x'_o - R \cdot \varphi' \cdot \sin \varphi = x'_o - R \cdot \omega \cdot \sin \varphi$$

$$v_{My} = \frac{dy_M}{dt} = y'_o + R \cdot \varphi' \cdot \cos \varphi = y'_o + R \cdot \omega \cdot \cos \varphi$$

- Quan hệ vận tốc giữa hai điểm thuộc hình phẳng:

Như đã phân tích, chuyển động song phẳng của vật thực chất là tổng hợp của hai chuyển động:

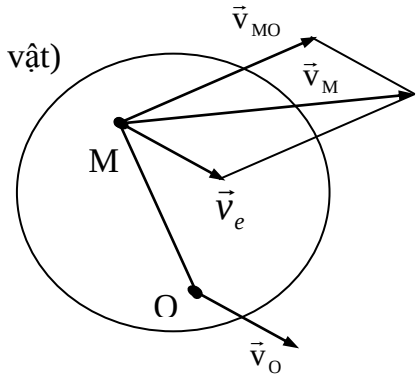
- Chuyển động tịnh tiến cùng với cực O (chuyển động theo nên $\vec{v}_e = \vec{v}_O$)
- Chuyển động quanh cực O (chuyển động tương đối). Nên vận tốc của M:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{MO}$$

Mà $\vec{v}_{MO} \perp OM$ và $v_{MO} = OM \cdot \omega$ (ω là vận tốc góc của vật)

Theo định lý hợp vận tốc, ta có: $\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{v}_{MO}$

Định lý: Vận tốc của điểm thuộc hình phẳng bằng tổng hình học vận tốc của cực với vận tốc của điểm khi hình phẳng quay quanh cực.



Áp dụng cho 2 điểm A, B bất kỳ thuộc hình phẳng

Ta có: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$

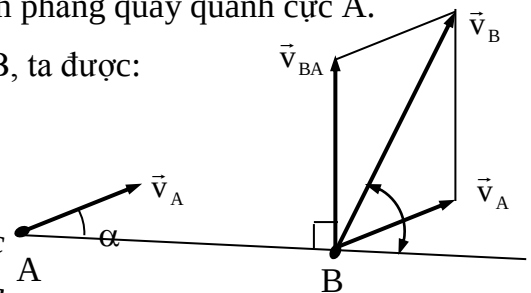
Trong đó, $\vec{v}_{BA}$ là vận tốc của điểm B do hình phẳng quay quanh cực A.

Chiếu đẳng thức vừa thiết lập lên phương AB, ta được:

$$h_{CAB} \vec{v}_B = h_{CAB} \vec{v}_A$$

$$\text{Hay } v_B \cos \beta = v_A \cos \alpha$$

Vậy: Hình chiếu vận tốc 2 điểm bất kỳ thuộc hình phẳng lên phương nối với hai điểm thì bằng nhau.



2.3. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp tâm vận tốc tức thời

2.3.1. Định Nghĩa tâm vận tốc tức thời:

Tại thời điểm khảo sát, tồn tại điểm P thuộc hình phẳng có vận tốc bằng không thì điểm đó gọi là tâm vận tốc tức thời.

Tại mỗi thời điểm nếu $\omega \neq 0$, có một điểm duy nhất thuộc hình phẳng s có vận tốc bằng không (tồn tại duy nhất một tâm vận tốc tức thời).

2.3.2. Sự phân bố vận tốc các điểm thuộc hình phẳng:

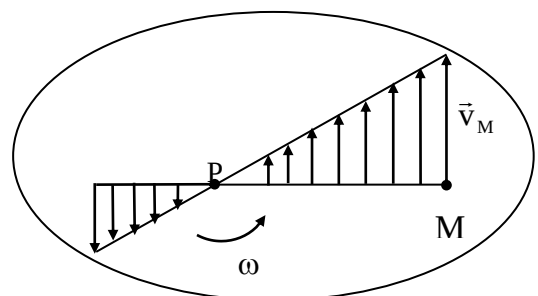
Ta xét sự phân bố vận tốc của điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng. Có 2 khả năng có thể xảy ra:

- Trường hợp $\omega \neq 0$:

Lấy tâm vận tốc tức thời P làm cực, khi đó:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP}$$

$$\text{Hay } \vec{v}_M = \vec{v}_{MO} \quad (\text{vì } \vec{v}_P = 0)$$



Với $\vec{v}_M \perp MP$ và $v_M = MP \cdot \omega$

Vậy, tại mỗi thời điểm, vận tốc các điểm thuộc hình phẳng phân bố giống như khi nó đang quay quanh tâm vận tốc tức thời P với vận tốc góc ω

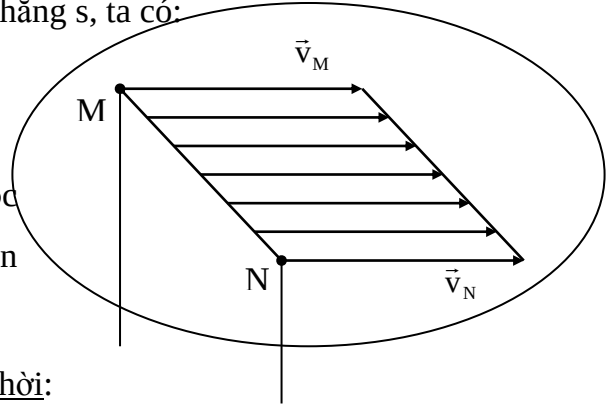
- Trường hợp $\omega = 0$ (không tồn tại tâm vận tốc tức thời)

Xét vận tốc 2 điểm M, N bất kỳ của hình phẳng s, ta có:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_N + \vec{v}_{MN}$$

Do đó : $v_{MN} = MN \cdot \omega = 0$ nên $\vec{v}_M = \vec{v}_N$

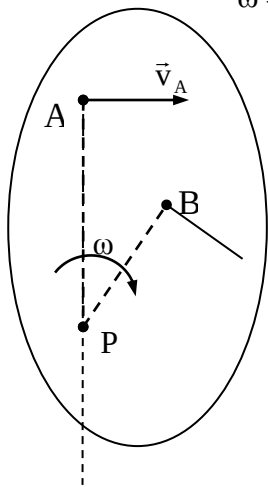
Vậy khi $\omega = 0$ thì vận tốc các điểm thuộc hình phẳng đều bằng nhau (hình phẳng chuyển động tịnh tiến tức thời)



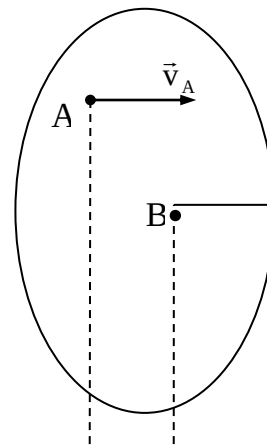
2.3.3. Một số quy tắc xác định tâm vận tốc tức thời:

- Biết vận tốc điểm A và phương vận tốc điểm B:

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}; \quad v_B = \frac{v_A \cdot PB}{PA}$$

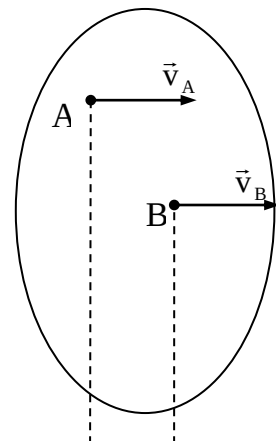
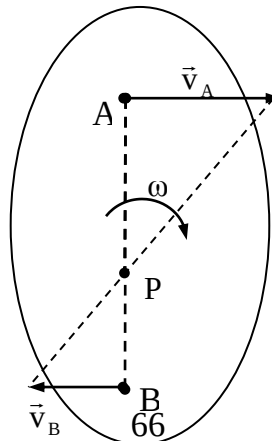
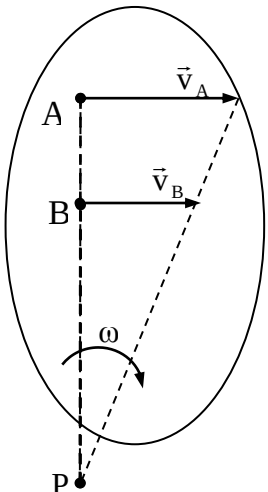


(Phương của v_B)



(Vật chuyển động tịnh tiến)

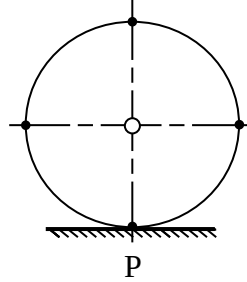
- Biết vận tốc 2 điểm A và B có phương // nhau và $\perp AB$:



(Vật chuyển động tịnh tiến)

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}$$

- Vật lăn không trượt trên mặt phẳng cố định: Tiếp điểm là tâm vận tốc tức thời



2.3.4. Gia tốc của điểm thuộc hình phẳng:

2.3.4.1. Biểu thức giải tích:

$$a_{Mx} = \frac{d^2 x_M}{dt^2} = x_o'' - R \cdot \varepsilon \cdot \sin \varphi - R \omega^2 \cos \varphi$$

$$a_{My} = \frac{d^2 y_M}{dt^2} = y_o'' + R \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi - R \omega^2 \sin \varphi$$

2.3.4.2. Quan hệ gia tốc giữa hai điểm:

Định lý: Gia tốc của điểm M thuộc hình phẳng bằng tổng hình học của gia tốc cực O và gia tốc của điểm M trong chuyển động tròn quanh O.

$$\vec{a}_M = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO} = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO}^\tau + \vec{a}_{MO}^n$$

Trong đó:

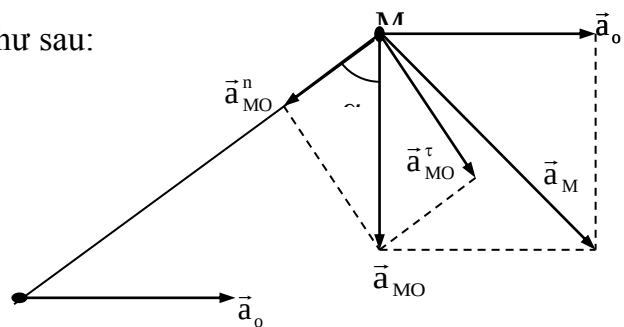
$\vec{a}_{MO}^\tau$ và $\vec{a}_{MO}^n$ được tính như sau:

$$\vec{a}_{MO}^\tau = MO \cdot \varepsilon$$

$$\vec{a}_{MO}^n = MO \cdot \omega^2$$

$$a = MO \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\vec{a}_{MO}^\tau}{\vec{a}_{MO}^n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$



2.3.4.3. Tâm gia tốc tức thời:

Điểm Q thuộc vật có gia tốc bằng không ở thời điểm khảo sát được gọi là tâm gia tốc tức thời. Tại thời điểm vận tốc góc và gia tốc góc của hình phẳng không đồng thời bằng không thì tồn tại duy nhất một tâm gia tốc.

* **Ví dụ:** Một bánh xe có bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên một đường thẳng cố định. Tính vận tốc và gia tốc của điểm M_2 . Biết tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1\text{m/s}$, $a_0 = 1,5\text{m/s}^2$

Giải

Vì bánh xe lăn không trượt nên M_1 là tâm vận tốc tức thời: $v_{M1} = 0$

$$\text{Ta có: } v_0 = M_1O.\omega \Rightarrow \omega = \frac{v_0}{M_1O} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ rad/s}$$

$$\text{Tương tự: } v_{M2} = M_1M_2.\omega = R.\sqrt{2}.\omega = 0,5.\sqrt{2}.2$$

$$v_{M2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

Gia tốc của điểm M_2 :

$$\text{Ta có: } \vec{a}_{M2} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{M2O}^t + \vec{a}_{M2O}^n$$

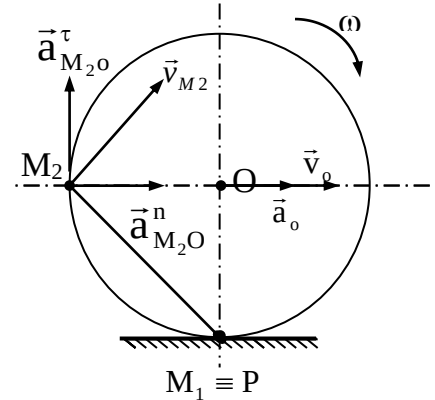
Trong đó:

$$\vec{a}_{M2O}^t = M_2O.\varepsilon = R.\varepsilon = a_0 = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{M2O}^n = R.\omega^2 = 0,5.2^2 = 2\text{m/s}^2$$

$$\text{Vậy: } a_{M2} = \sqrt{(a_0 + a_{M2O}^n)^2 + (a_{M2O}^t)^2}$$

$$a_{M2} = \sqrt{(1,5 + 2)^2 + (1,5)^2} \approx 1,8 \text{ m/s}^2$$



CÂU HỎI ÔN TẬP

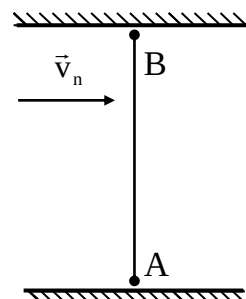
1. Thế nào là chuyển động tương đối, tuyệt đối và chuyển động theo ? Phân tích qua ví dụ cụ thể.
2. Giải thích hiện tượng: Khi lặng gió, những giọt mưa lại rơi xiên trên thành tàu đang chạy? Độ xiên của giọt mưa phụ thuộc vào yếu tố nào?
3. Phát biểu định lý hợp vận tốc của điểm chuyển động tổng hợp.
4. Thế nào là chuyển động song phẳng của vật rắn? Cho ví dụ.
5. Hãy lấy ví dụ chứng tỏ rằng luôn luôn có thể phân tích chuyển động song phẳng thành chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.
6. Tâm vận tốc tức thời là gì? Trình bày cách xác định tâm vận tốc tức thời?
7. Tâm gia tốc tức thời là gì ?
8. Viết biểu thức xác định vận tốc gia tốc giữa 2 điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng.

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

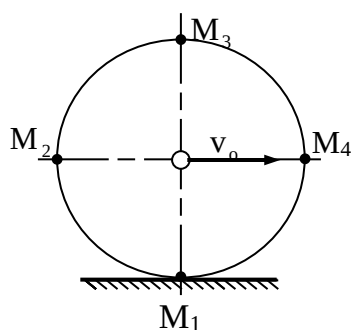
- 1) Một con thuyền sang sông theo phương AB. Vận tốc của nước là $v_n = 10$ m/phút, vận tốc của thuyền so với nước $v_{tn} = 20$ m/phút.

Chiều rộng của sông AB = $l = 250$ m. Xác định:

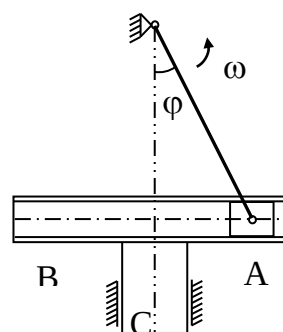
- Góc lập bởi phương của $\vec{v}_{tn}$ và AB.
- Vận tốc tuyệt đối của thuyền và thời gian thuyền sang sông (xem thuyền chuyển động đều)



- 2) Một bánh xe lăn không trượt trên đường ray thẳng. Vận tốc của trục là $v_o = 10$ m/s. Xác định vận tốc tuyệt đối của các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 trên hình

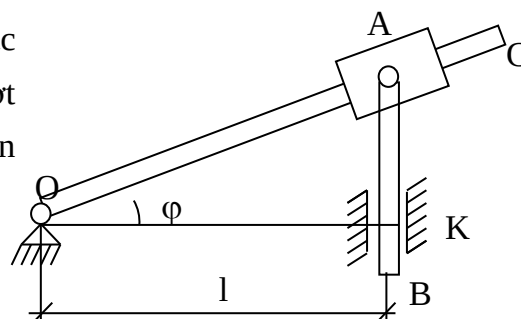


Hình câu 2



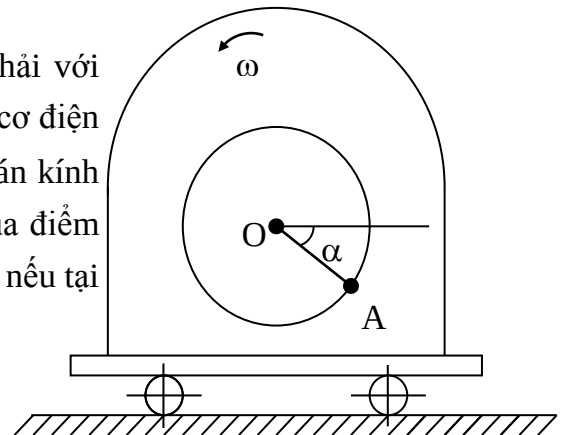
Hình câu 3

- Cơ cấu tay quay thanh trượt trong máy búa biểu thị trên hình vẽ. Thanh trượt chuyển động lên xuống nhờ con trượt A trượt trong rãnh B. Tay quay OA = 30 cm quay quanh O với vận tốc $n = 150$ v/phút. Khi $t = 0$, thanh trượt ở vị trí thấp nhất. Tìm vận tốc của thanh trượt (búa) và vận tốc của con chạy A đối với thanh trượt
- Theo đầu bài tập 3 hãy xác định vận tốc của búa C và vận tốc con chạy A tại thời điểm $\varphi = 60^\circ$
- Tàu hoả đang chạy trên đoạn thẳng nằm ngang với vận tốc 216 km/h. Viên đạn được bắn trong mặt phẳng nằm ngang theo phương vuông góc với phương chuyển động của đoàn tàu với vận tốc có trị số $v = 1000$ m/s. Xác định trị số vận tốc tuyệt đối của viên đạn.
- Trong cơ cấu lắc, tay quay OC quay quanh trục $O \perp$ với mặt phẳng hình vẽ. Con trượt A trượt dọc theo OC và làm thanh AB tịnh tiến lên

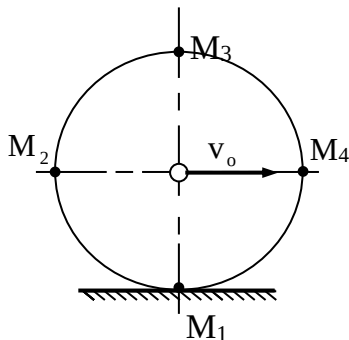


xuống. Biết $OK = l$ và vận tốc tay quay OC là ω , góc quay là φ . Tìm vận tốc con trượt A đối với tay quay OC tại thời điểm đó.

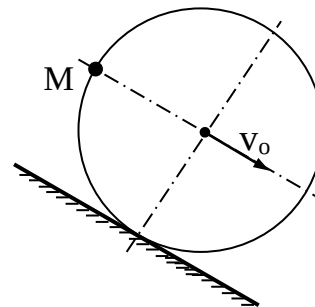
- 7) Xe chuyển động nằm ngang, hướng sang phải với gia tốc $a = 49,2 \text{ cm/s}^2$. trên xe đặt một động cơ điện với roto của nó quay theo quy luật $\varphi = t^2$, bán kính roto $r = 20 \text{ cm}$. xác định gia tốc tuyệt đối của điểm A nằm trên vành roto tại thời điểm $t = 1$ giây nếu tại vị trí này $\alpha = 30^\circ$.



- 8) Một bánh xe có bán kính $R = 0,5 \text{ m}$ lăn không trượt trên đường ray thẳng. Vận tốc của trục là $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Xác định vận tốc tuyệt đối của các điểm M_1, M_2, M_3, M_4

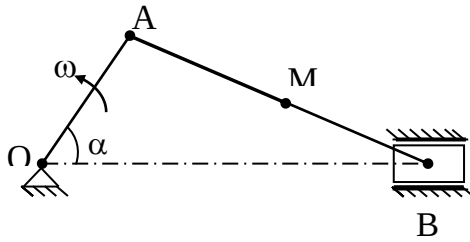


Hình câu 8

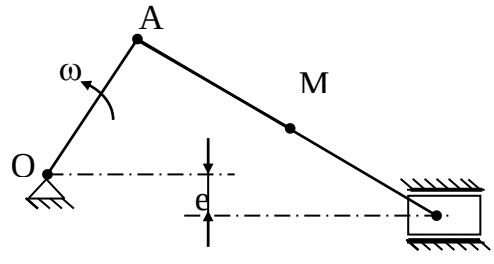


Hình câu 9

- 9) Bánh xe lăn không trượt trên đoạn nằm nghiêng. Tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1 \text{ m/s}$ và gia tốc $a_0 = 3 \text{ m/s}^2$. Bán kính bánh xe $R = 0,5 \text{ m}$. Tìm vận tốc và gia tốc điểm M .
- 10) Cơ cấu tay quay con trượt có tay quay OA quanh trục O với vận tốc $n = 180$ vòng/phút.. Xác định vận tốc góc thanh truyền AB , vận tốc điểm giữa M tại thời điểm $\alpha = 0^\circ$ và $\alpha = 90^\circ$. biết $OA = 0,4 \text{ m}$, $AB = 2 \text{ m}$
- 11) Cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm có tay quay OA quay đều quanh O với vận tốc góc $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$. Hãy xác định vận tốc con trượt B ứng với hai vị trí nằm ngang và hai vị trí thẳng đứng của tay quay OA . Biết $OA = 40 \text{ cm}$, $AB = 200 \text{ cm}$, $e = 20 \text{ cm}$.

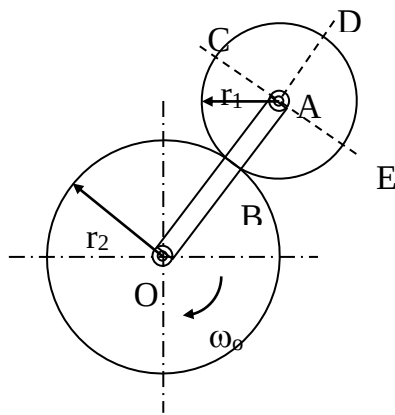


Hình câu 10

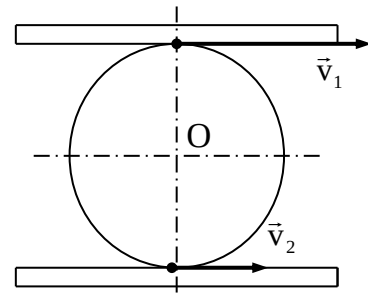


Hình câu 11

- 12) Tay quay OA quay đều với vận tốc góc $\omega_0 = 2,5 \text{ rad/s}$ quanh trục O của bánh khía cố định. Tay quay OA truyền chuyển động cho bánh khía động lắp ở đầu A. Cho $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 15 \text{ cm}$. Xác định trị số và hướng vận tốc các điểm A, B, C, D, E của bánh động nếu $CE \perp BD$

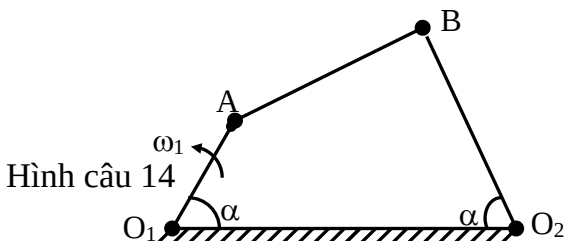


Hình câu 12

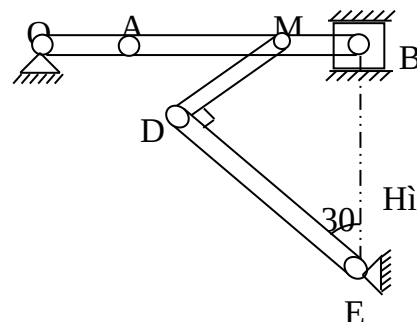


Hình câu 13

- 13) Hai thước song song cùng chuyển động về một phía với các vận tốc không đổi $v_1 = 6 \text{ m/s}$ và $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Giữa các thước, người ta đặt đĩa tròn bán kính $r = 0,5 \text{ m}$, đĩa lăn không trượt theo các thước. Tìm vận tốc góc và vận tốc của tâm đĩa.
- 14) Cho cơ cấu bốn khâu bản lề có tay quay O_1A quay đều với vận tốc góc $\omega_1 = 6 \text{ rad/s}$. Xác định vận tốc góc của thanh truyền AB ở thời điểm mà các thanh O_1A và O_2B làm với O_1O_2 những góc bằng nhau $\alpha = 60^\circ$. Biết chiều dài $O_1A = 10 \text{ cm}$, $O_1O_2 = 50 \text{ cm}$, $O_2B = 30 \text{ cm}$
- 15) Cơ cấu tay quay nối khớp tại điểm giữa M của thanh biên AB với thanh MD, thanh MD nối với thanh DE, thanh này có thể quay quanh trục E. Biết tay quay OA quay quanh O với vận tốc $\omega_0 = 8 \text{ rad/s}$, $OA = 25 \text{ cm}$, $DE = 100 \text{ cm}$, $MDE = 90^\circ$, $BED = 30^\circ$. Xác định vận tốc góc của thanh DE.



Hình câu 14



Hình câu 15

PHẦN III: SỨC BỀN VẬT LIỆU
CHƯƠNG 7: NHỮNG KHÁI NIỆM CHUNG
Mã chương: CK108-07

Giới thiệu:

Chương 7 giới thiệu nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu, một số khái niệm trong sức bền vật liệu như ngoại lực, nội lực, phương pháp mặt cắt, ứng suất, các biến dạng cơ bản.

Mục tiêu:

- + Trình bày được nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu
- + Trình bày được các khái niệm: Ngoại lực, nội lực, phương pháp mặt cắt, ứng suất, các biến dạng cơ bản.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Các khái niệm cơ bản về sức bền vật liệu

1.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu:

1.1.1. Nhiệm vụ

Cơ học vật rắn biến dạng nghiên cứu các hình thức biến dạng của vật rắn dưới tác dụng của lực. Từ đó đưa ra phương pháp tính toán thiết kế sao cho mỗi cơ cấu hoặc chi tiết máy đảm bảo an toàn và đạt hiệu quả kinh tế cao.

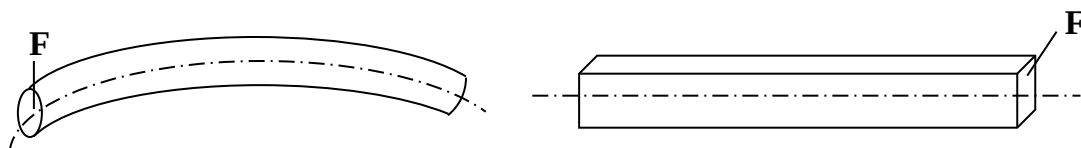
Khi thiết kế các công trình hoặc các chi tiết máy phải đảm bảo:

- Bền : Chi tiết không bị phá hủy
- Cứng : Chi tiết không bị biến dạng quá lớn
- Điều kiện ổn định: Chi tiết luôn giữ được hình dạng cân bằng ban đầu.

1.1.2. Đối tượng nghiên cứu: Vật rắn biến dạng mà chủ yếu là các thanh

Thanh là vật thể có kích thước theo một phương rất lớn so với hai phương kia.

Nói cách khác thanh là một vật thể được tạo ra do một hình phẳng F có tiết diện là hình tròn, hình chữ nhật... di chuyển trong không gian sao cho trọng tâm C của nó luôn luôn ở trên một đường cong nhất định và F luôn luôn vuông góc với đường cong đó.



- Trục thanh là quỹ đạo của trọng tâm C
- F gọi là mặt cắt ngang (hay tiết diện) của thanh

Nếu trục thanh là đường thẳng : thanh thẳng

Nếu trục thanh là đường cong : thanh cong

1.2. Các giả thuyết cơ bản về vật liệu

Trong tính toán, thiết kế với vật thể thật, nếu xét đến mọi tính chất thật của vật liệu thì bài toán sẽ rất phức tạp. Để quá trình suy luận hay tính toán được đơn giản mà vẫn đảm bảo được độ chính xác cần thiết ta phải lược bỏ nhiều yếu tố và chỉ giữ lại những tính chất cơ bản quyết định đến chất lượng của chi tiết hay công trình, tức là đưa ra các giả thuyết về vật liệu.

1.2.1. Giả thuyết 1

Vật liệu có tính liên tục, đồng tính và đẳng hướng:

- + Liên tục: Vật liệu có thể tích đồng đều, không có khe hở
- + Đồng tính: Tính chất cơ lý của vật liệu ở mọi nơi trong vật thể đều giống nhau.
- + Đẳng hướng: Tính chất cơ lý của vật liệu quanh một điểm bất kỳ và theo mọi phương đều như nhau

1.2.2. Giả thuyết 2

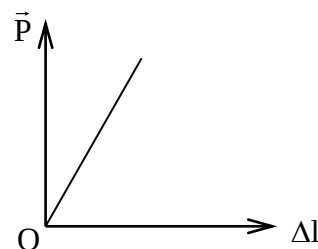
Vật liệu có tính đàn hồi tuyệt đối.

- + Khi có lực tác dụng thì vật thể bị biến dạng.
- + Khi bỏ lực tác dụng thì vật thể trở lại hình dạng và kích thước ban đầu của nó, tuy còn biến dạng dư nhưng chúng được coi là nhỏ, ta có thể bỏ qua.

1.2.3. Giả thuyết 3

Vật liệu tuân theo định luật Hooke: “ Biến dạng của vật liệu tỷ lệ bậc nhất với lực gây ra biến dạng đó”

$$P = C \cdot \Delta l \quad (C: \text{là hệ số biến dạng})$$



2. Ngoại lực – Nội lực - Ứng suất

2.1. Ngoại lực:

2.1.1. Định nghĩa: Ngoại lực là những lực tác dụng từ môi trường bên ngoài hay từ những vật thể khác lên vật thể đang xét làm nó bị biến dạng. Ngoại lực gồm: Các lực tác dụng và các phản lực liên kết.

2.1.2. Phân loại:

Căn cứ vào cách tác dụng lực, chia làm 2 loại: Lực tập trung và lực phân bố

Căn cứ vào tính chất thay đổi theo thời gian, chia làm 2 loại: Lực tĩnh và lực động.

Đơn vị: N, Nm, N/m....

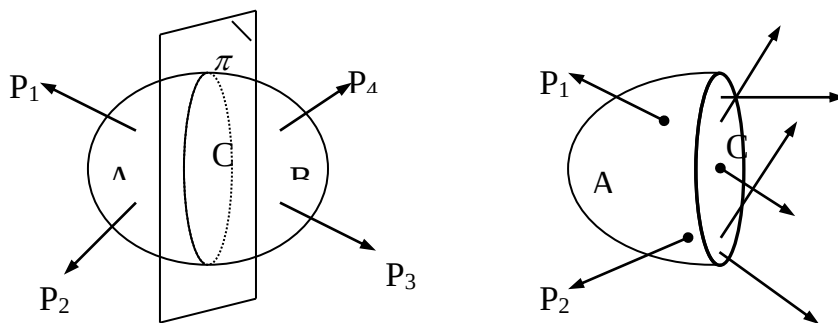
2.2. Nội lực:

Khi có ngoại lực tác dụng, vật thể bị biến dạng, các lực liên kết giữa các phân tử của vật tăng lên để chống lại sự biến dạng đó. Độ tăng của lực liên kết được gọi là nội lực.

Nếu ngoại lực tăng thì nội lực cũng tăng theo để cân bằng với ngoại lực. Tùy từng loại vật liệu, nội lực chỉ tăng đến một giới hạn nhất định. Khi ngoại lực quá lớn, nội lực không đủ sức chống lại, vật liệu sẽ bị phá hủy.

Để xác định nội lực người ta dùng phương pháp mặt cắt. Tưởng tượng dùng mặt cắt (π) cắt vật thể làm hai phần A và B. Xét riêng một phần (giả sử phần A). Sở dĩ phần A cân bằng được là nhờ có hệ nội lực của phần B tác dụng lên phần A, hệ nội lực này phân bố trên toàn mặt cắt. Quy luật phân bố của hệ nội lực này chưa xác định được nhưng nếu thu gọn về tâm C ta sẽ được một vectơ chính $\vec{R}$ và mômen chính $\vec{M}$.

Trị số của R và M sẽ xác định được qua các phương trình cân bằng tĩnh học ,

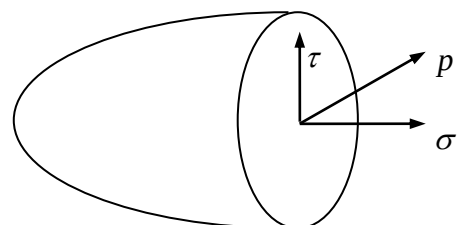


2.3. Ứng suất:

- Ứng suất là trị số của nội lực trên một đơn vị diện tích mặt cắt. Ký hiệu : p
- Đơn vị (thường dùng) của ứng suất : N/m²
- Ứng suất p nói chung không vuông góc với mặt cắt nên ta có thể chia p làm hai thành phần:

+ Thành phần vuông góc với mặt cắt gọi là ứng suất pháp: ký hiệu σ , chủ yếu gây biến dạng dọc.

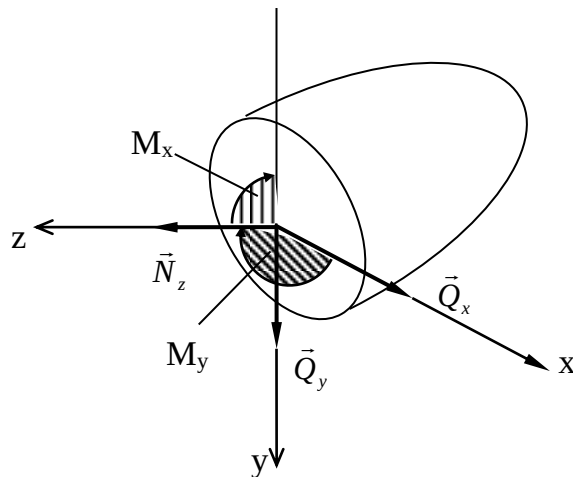
+ Thành phần nằm trong mặt cắt gọi là ứng suất tiếp. ký hiệu τ , chủ yếu gây biến dạng trượt.



2.4. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt.

Giả sử xét sự cân bằng của phần phải. Thu gọn hệ nội lực đặc trưng cho tác dụng của phần trái lên phần phải về trọng tâm O của mặt cắt ngang, ta sẽ được một vectơ chính $\vec{R}$ và mômen chính $\vec{M}$



Phân $\vec{R}$ làm ba thành phần trên hệ trục tọa độ vuông góc.

- Thành phần nằm trên trục z gọi là lực dọc. Ký hiệu : $\vec{N}_z$
- Thành phần nằm trên các trục x và y trong mặt cắt ngang gọi là lực cắt. Ký hiệu : $\vec{Q}_x, \vec{Q}_y$

Tương tự, $\vec{M}$ cũng được phân làm ba thành phần.

- Thành phần mômen quay xung quanh các trục x,y (tác dụng trong các mặt phẳng zoy và zox vuông góc với các mặt cắt ngang) gọi là mô men uốn. Ký hiệu : M_x và M_y .
- Thành phần mô men quay xung quanh trục z (tác dụng trong mặt phẳng của mặt cắt ngang) gọi là mô men xoắn phẳng của mặt. Ký hiệu M_z .
- $N_z, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$ là sáu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.

Từ điều kiện cân bằng tĩnh học, sáu thành phần nội lực trên sẽ được xác định

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học?
- 2) Thế nào là thanh? Trục thanh là gì?
- 3) Thế nào là vật thể đàn hồi tuyệt đối?
- 4) Nêu các giả thuyết cơ bản về vật liệu? Tại sao phải có các giả thuyết đó?
- 5) Nội lực là gì? Phương pháp mặt cắt dùng để làm gì? Trình bày nội dung của các phương pháp mặt cắt
- 6) Ứng suất là gì? Có mấy thành phần ứng suất?
- 7) Kể tên các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang?

CHƯƠNG 8: KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

Mã chương: CK108-08

Giới thiệu:

Chương 8 nghiên cứu về biến dạng trong thanh chịu kéo (nén) đúng tâm. Trong chương này người học sẽ định nghĩa như thế nào là thanh chịu kéo hoặc nén thông qua nhận biết lực tác dụng lên thanh, xây dựng các công thức tính ứng suất, biến dạng và kiểm tra thanh có bị phá hủy không khi có ngoại lực tác dụng.

Mục tiêu:

- + Trình bày được khái niệm thanh chịu kéo (nén) đúng tâm
- + Phân tích được khái niệm lực dọc.
- + Vẽ được biểu đồ lực dọc trên mặt cắt ngang.
- + Tính được ứng suất và biến dạng trong thanh.
- + Áp dụng thành thạo ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

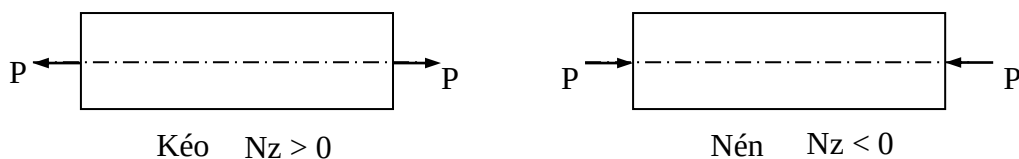
Nội dung chính:

1. Khái niệm về kéo (nén) đúng tâm

1.1. Định nghĩa:

Một thanh chịu kéo (nén) đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc nằm trên trục thanh.

Ví dụ: Dây cáp căng trục (chịu kéo), thân bulông khi xiết đai ốc (chịu kéo), cột điện, ống khói, đầu búa (chịu nén).



1.2. Biểu đồ lực dọc (biểu đồ nội lực)

Nội lực trong thanh chịu kéo (nén) là lực dọc N_z vuông góc với mặt cắt.

- Biểu đồ lực dọc là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực dọc tại mọi mặt cắt ngang dọc theo thanh.

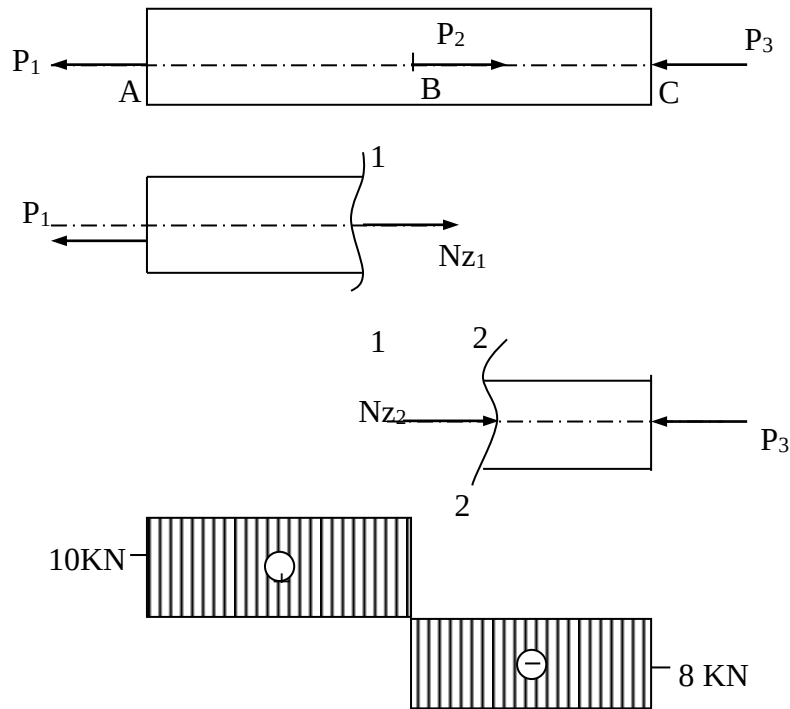
- Quy ước dấu:

- + Lực dọc dương khi thanh chịu kéo.

+ Lực dọc âm khi thanh chịu nén.

- Ví dụ : Vẽ biểu đồ lực dọc của thanh chịu tác dụng lực theo sơ đồ hình vẽ.

Biết $P_1 = 10\text{KN}$, $P_2 = 18\text{ KN}$, $P_3 = 8\text{ KN}$



Để vẽ biểu đồ ta chia thành làm hai đoạn AB và BC

- Xét đoạn AB: Dùng mặt cắt 1 - 1, khảo sát sự cân bằng bên trái, ta có:

$$N_{Z1} - P_1 = 0 \Rightarrow N_{Z1} = P_1 = 10\text{ KN (kéo)}$$

Khi mặt cắt 1 - 1 biến thiên trong đoạn AB, lực dọc N_{Z1} không đổi và bằng 10KN

- Xét đoạn BC : Dùng mặt cắt 2 - 2 khảo sát sự cân bằng bên phải, ta có:

$$N_{Z2} - P_3 = 0 \Rightarrow N_{Z2} = P_3 = 8\text{ KN (nén)}$$

Khi mặt cắt 2 - 2 biến thiên trong đoạn BC, lực dọc N_{Z2} không đổi và bằng 8 KN

Biểu đồ lực dọc trên suốt chiều dài thanh được biểu diễn như trên hình vẽ.

Hoành độ biểu diễn trục thanh, tung độ biểu diễn lực dọc tương ứng với mặt cắt trên trục của thanh.

2. Ứng suất - Biến dạng

2.1. Ứng suất: Khảo sát biến dạng một thanh chịu lực kéo đúng tâm.

Nếu coi biến dạng xảy ra bên trong thanh cũng như biến dạng quan sát được trên mặt ngoài của thanh. Người ta đưa ra một số giả thuyết làm cơ sở để tính toán. Từ đó nhận thấy nội lực phân bố trên mặt cắt ngang của thanh phải có phương song song với trục của thanh. Như vậy trên mặt cắt ngang thanh chỉ có ứng suất pháp.

Giả thiết nội lực phân bố đều trên mặt cắt ngang tức ứng suất tại mọi điểm trên mặt cắt đều có trị số bằng nhau.

Tổng quát :
$$\sigma = \pm \frac{N_z}{F} \quad (\text{N/m}^2)$$

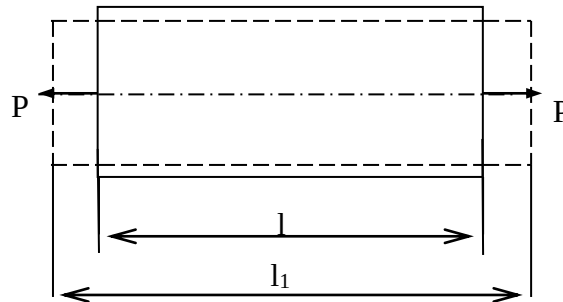
N_z : giá trị tuyệt đối của lực dọc tại mặt cắt tính ứng suất (N)

F : diện tích mặt cắt ngang thanh (m^2)

σ lấy dấu (+) nếu thanh chịu lực kéo

σ lấy dấu (–) nếu thanh chịu lực nén

2.2. Biến dạng



Gọi l và l_1 là chiều dài ban đầu và chiều dài sau khi biến dạng của thanh, khi chịu kéo thanh dài ra một đoạn Δl . Ngược lại khi chịu nén thanh co lại.

- Biến dạng dọc tuyệt đối của thanh $\Delta l = l_1 - l$ (m)

- Biến dạng dọc tỉ đối (tương đối) $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ (hư số)

2.3. Định luật Hooke về kéo (nén)

Khi lực tác dụng chưa vượt quá một giới hạn nhất định thì biến dạng dọc tuyệt đối tỷ lệ thuận với lực tác dụng.

$$\Delta l = \pm \frac{N_z l}{EF} \quad (\text{m})$$

N_z : Trị số của lực dọc (N)

l : Chiều dài thanh (m)

E : môđun đàn hồi của vật liệu (N/m^2) - đặc trưng cho khả năng chống lại biến dạng kéo (nén) của vật liệu.

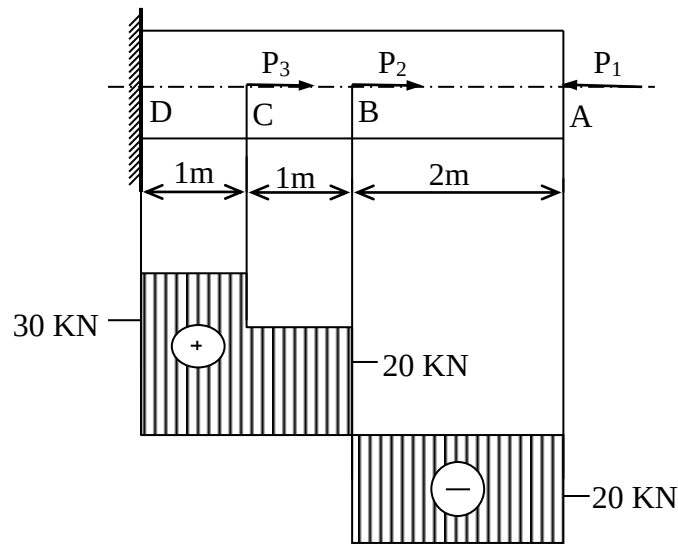
F : diện tích mặt cắt ngang (m^2)

Dấu của Δl : - Δl có dấu (+) khi thanh chịu kéo (thanh bị giãn)

- Δl có dấu (–) khi thanh chịu nén (thanh bị co)

- Ví dụ : Thanh thép chịu lực $P_1 = 20\text{KN}$, $P_2 = 40\text{KN}$, $P = 10\text{KN}$ và có mặt cắt ngang không đổi $F = 10\text{cm}^2$. Kích thước dọc cho trên hình vẽ.

- Vẽ biểu đồ nội lực.
- Tính ứng suất trong từng đoạn thanh
- Tìm biến dạng dọc tuyệt đối của thanh? Cho $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.



- Vẽ biểu đồ nội lực: Chia thanh làm 3 đoạn AB, BC, CD
Dùng phương pháp mặt cắt, tính nội lực từng đoạn

- Đoạn AB : $N_{z_1} = -P_1 = -20 \text{ kN}$
- Đoạn BC : $N_{z_2} = -P_1 + P_2 = 20 \text{ kN}$
- Đoạn CD : $N_{z_3} = -P_1 + P_2 + P_3 = 30 \text{ kN}$

- Tính ứng suất trong từng đoạn thanh

- Đoạn AB : $\sigma_1 = \frac{N_{z_1}}{F} = -\frac{20}{10} = -2 \text{ kN/cm}^2 = -20 \text{ MN/m}^2$
- Đoạn BC : $\sigma_2 = \frac{N_{z_2}}{F} = \frac{20}{10} = 2 \text{ kN/cm}^2 = 20 \text{ MN/m}^2$
- Đoạn CD : $\sigma_3 = \frac{N_{z_3}}{F} = \frac{30}{10} = 3 \text{ kN/cm}^2 = 30 \text{ MN/m}^2$

- Tính biến dạng dọc tuyệt đối của thanh

Theo định luật Hooke:

$$\Delta l = \pm \frac{N_z l}{EF} \Rightarrow \Delta l_{AB} = \frac{-20 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{AD} = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = -2 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

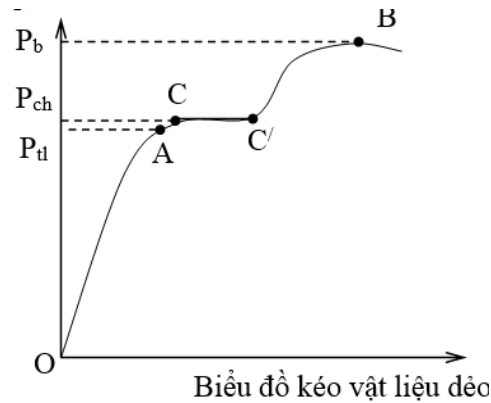
Kết luận : Thanh bị dãn $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

3. Đặc trưng cơ học của vật liệu

3.1. Thí nghiệm kéo (nén) vật liệu dẻo: Thép, đồng, nhôm . . .

3.1.1. Kéo vật liệu dẻo:

Vật liệu có 3 giai đoạn biến dạng chính.



- Giai đoạn thứ nhất: Giai đoạn tỷ lệ (hay giai đoạn đàn hồi). Vật liệu có tính đàn hồi và tuân theo qui luật Hooke (biểu diễn bởi đoạn thẳng OA trên biểu đồ kéo). Gọi P_{tl} là lực lớn nhất cuối giai đoạn này và F_0 là diện tích mặt cắt ban đầu của mẫu thử ta có:

$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0}$$

Ứng suất σ_{tl} gọi là giới hạn tỷ lệ hay giới hạn đàn hồi.

- Giai đoạn thứ hai: Giai đoạn chảy dẻo. Biến dạng đồng biến với lực chút ít, rồi tăng rõ rệt trong khi lực không đổi (đoạn nằm ngang có trên biểu đồ kéo). Lực kéo ứng với giai đoạn này được ký hiệu là P_{ch} .

Ứng suất $\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0}$ được gọi là giới hạn chảy (dẻo)

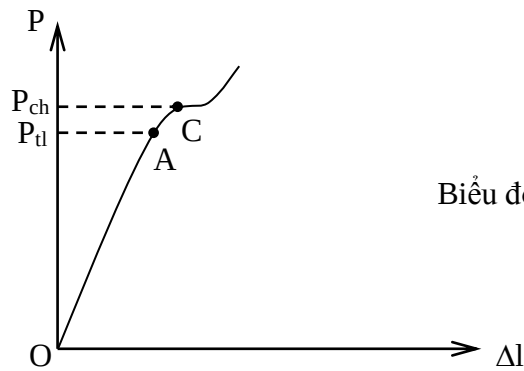
- Giai đoạn thứ ba: Vật liệu bắt đầu chống đối với lực, nhưng khi lực đạt tới trị số cực đại P_b thì có một chỗ nào đó trên mẫu thử bị thắt lại, sau đó biến dạng tiếp tục nhưng nghịch biến với lực, cho đến khi đứt.

Ứng suất cực đại: $\sigma_b = \frac{P_b}{F_0}$ được gọi là giới hạn bền.

Giới hạn đàn hồi σ_{tl} , giới hạn chảy σ_{ch} và giới hạn bền σ_b là những đại lượng đặc trưng cho tính đàn hồi, tính dẻo và tính bền của vật liệu, là ba trong những tính chất cơ học quan trọng của vật liệu.

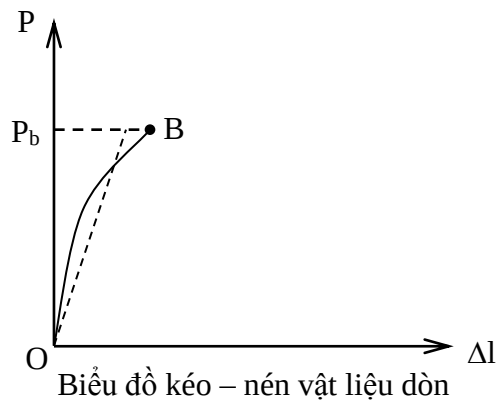
3.1.2. Nén vật liệu dẻo.

Vật liệu dẻo khi chịu nén cũng có giới hạn tỷ lệ, giới hạn chảy nhưng không có giới hạn bền vì càng nén mẫu thử càng dẹt.



Biểu đồ nén vật liệu dẻo

3.2. Thí nghiệm kéo (nén) vật liệu dòn: Gang .



Biểu đồ kéo – nén vật liệu dòn

- Không có giai đoạn tỷ lệ
- Không có giai đoạn chảy dẻo
- Chỉ có giới hạn bền σ_b : $\sigma_b \text{ nén} \gg \sigma_b \text{ kéo}$

* Kết luận:

- Vật liệu dẻo bị biến dạng nhiều mới bị hỏng còn vật liệu dòn biến dạng ít đã hỏng.
- Vật liệu dẻo chịu kéo và nén như nhau còn vật liệu dòn chịu nén tốt hơn chịu kéo rất nhiều.

4. Tính toán về kéo (nén) đúng tâm

4.1. Ứng suất cho phép và hệ số an toàn:

Để đảm bảo cho các chi tiết máy hay công trình làm việc được an toàn, cần phải hạn chế ứng suất lớn nhất trong thanh không vượt quá một giới hạn nào đó, giới hạn này được gọi là ứng suất cho phép, ký hiệu $[\sigma]$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n} \quad \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

σ_o gọi là ứng suất nguy hiểm, tại giá trị này vật liệu xem như bị phá hủy.

n : Hệ số an toàn (cho trong sổ tay kỹ thuật với kết cấu bằng thép, $n = 1,4 \div 1,6$)

Việc lựa chọn hệ số an toàn có ý nghĩa lớn về mặt kỹ thuật và kinh tế.

+ Nếu n quá lớn, $[\sigma]$ nhỏ: gây lãng phí vật liệu.

+ Nếu n quá nhỏ, $[\sigma]$ lớn: không an toàn.

thường $[\sigma]_{\text{kéo và nén}}^{\text{thép}} = 140 \div 160 \text{ MN/m}^2$

$$[\sigma]_{\text{gang}} = 28 \div 80 \text{ MN/m}^2$$

$$[\sigma]_{\text{gang}}^{\text{kéo}} = 120 \div 150 \text{ MN/m}^2$$
$$[\sigma]_{\text{gang}}^{\text{nén}}$$

4.2. Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản:

4.2.1. Điều kiện bền

Để đảm bảo sự làm việc an toàn khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ứng suất trong thanh phải thỏa mãn điều kiện bền.

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]$$

$\sigma_{\max}$: Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt ngang của thanh (N/m^2)

N_z : Giá trị tuyệt đối của lực dọc (N)

F: Diện tích mặt cắt ngang (m^2)

$[\sigma]$: Ứng suất cho phép của vật liệu (N/m^2), phụ thuộc vào mỗi loại vật liệu.

4.2.2. Các bài toán cơ bản:

4.2.2.1. Bài toán kiểm tra bền:

Khi biết tải trọng, kích thước mặt cắt và ứng suất cho phép của vật liệu, xét điều kiện bền của thanh có được thỏa mãn hay không. Muốn thế:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]$$

Thông thường nếu $\sigma_{\max}$ chưa vượt quá $[\sigma]$ chừng 5% vẫn có thể xem như chi tiết máy hay kết cấu đạt điều kiện an toàn (vì $[\sigma] < \sigma_o$). Nếu $\sigma_{\max}$ nhỏ hơn $[\sigma]$ quá 5% thì có thể xem như quá an toàn, thậm chí lãng phí vật liệu.

4.2.2.2. Bài toán thiết kế

Khi biết tải trọng và ứng suất cho phép, cần xác định kích thước của mặt cắt ngang.

Muốn thế phải có: $F_{\min} \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$

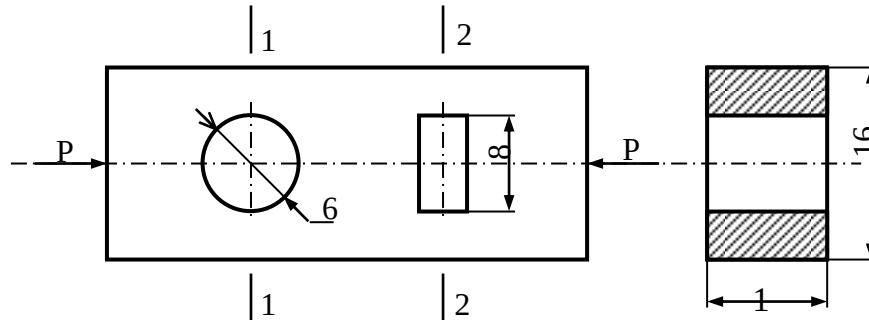
4.2.2.3. Bài toán tính tải trọng cho phép.

Khi biết kích thước mặt cắt và ứng suất cho phép, cần xác định tải trọng lớn nhất cho phép đối với chi tiết máy hay kết cấu. Muốn thế phải có:

$$N_{z\max} \leq F [\sigma]$$

4.3. Bài toán áp dụng:

• Hãy kiểm tra độ bền của một thanh gỗ có mặt cắt ngang hình chữ nhật với kích thước 10cm x 16cm, đục lỗ như hình vẽ. Lỗ tròn có đường kính $d = 6\text{cm}$, lỗ chữ nhật có kích thước 8cm x 4cm. Thanh chịu lực nén $P = 72\text{KN}$, ứng suất nén cho phép của gỗ là $[\sigma_n] = 10\text{ MN/m}^2$. Bỏ qua hiện tượng tập ứng suất.



Giải:

Kiểm tra độ bền của thanh tại mặt cắt có diện tích nhỏ nhất, vì ứng suất tại đây lớn nhất. Đó là mặt cắt 2-2. Diện tích mặt cắt này bằng :

$$F = (0,1 \cdot 0,16) - (0,1 \cdot 0,08) = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Ứng suất ở mặt cắt nguy hiểm là:

$$\sigma = \frac{72}{8 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 = 9 \text{ MN/m}^2$$

Ứng suất này nhỏ hơn ứng suất cho phép $[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$

Vậy thanh đảm bảo bền.

• Thanh tròn 1 và 2 làm bằng thép có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = 140 \text{ MN/m}^2$ bắt bản lề vào tường thẳng đứng. Tại nút bản lề B, người ta tác dụng lực $P = 15 \text{ KN}$, các góc cho trên hình vẽ. Xác định đường kính các thanh theo điều kiện bền.

Giải:

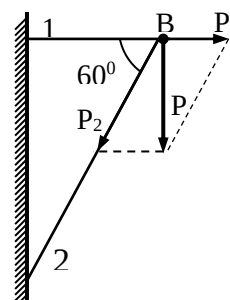
Xác định lực tác dụng lên thanh 1 và 2:

$$N_{z1} = P_1 = P \cdot \tan 30^\circ = 8,66 \text{ kN}$$

$$N_{z2} = P_2 = \frac{P}{\cos 30^\circ} = 17,32 \text{ kN}$$

- Thanh 1:

Theo bài toán thiết kế, ta có:



$$F_1 \geq \frac{N_{z1}}{[\sigma_k]} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \geq \frac{N_{z1}}{[\sigma_k]}$$

$$\Leftrightarrow d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N_{z1}}{\pi \cdot [\sigma_k]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,66}{3,14 \cdot 140 \cdot 10^3}} = 0,009\text{m}$$

- Thanh 2:

$$F_2 \geq \frac{N_{z2}}{[\sigma_n]} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \geq \frac{N_{z2}}{[\sigma_n]}$$

$$\Leftrightarrow d_2 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N_{z2}}{\pi \cdot [\sigma_n]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 17,32}{3,14 \cdot 140 \cdot 10^3}} = 0,013\text{m}$$

Vậy, đường kính của thanh 1 và 2 lần lượt là $d_1 = 9\text{mm}$ và $d_2 = 13\text{mm}$

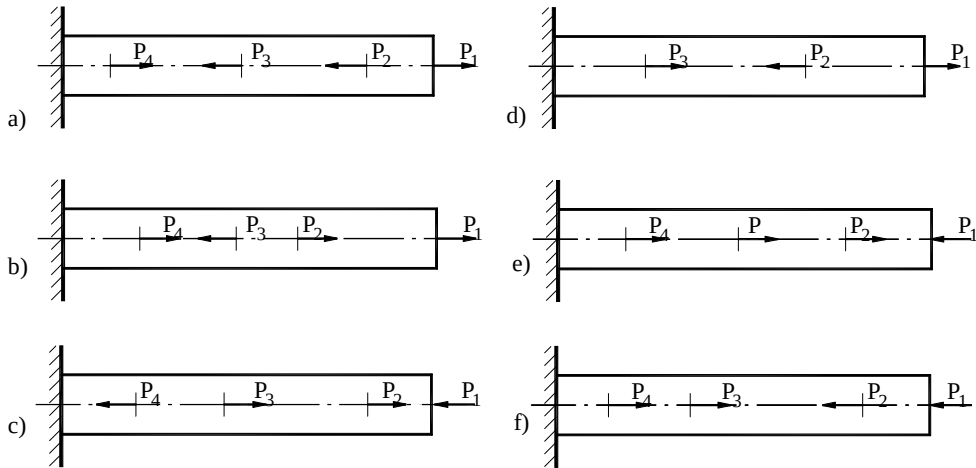
CÂU HỎI ÔN TẬP

26. Thế nào là thanh chịu kéo (nén) đúng tâm? Cho ví dụ?
27. Lực dọc là gì? Cách xác định lực dọc?
28. Thế nào là biểu đồ lực dọc?
29. Viết và giải thích công thức tính ứng suất trong thanh chịu kéo (nén) đúng tâm?
30. Biến dạng trong thanh chịu kéo (nén) đúng tâm là biến dạng gì?
31. Phát biểu và viết công thức định luật Hooke trong thanh chịu kéo (nén) đúng tâm
32. Mô tả thí nghiệm kéo vật liệu dẻo? Vẽ biểu đồ biểu diễn mối liên hệ giữa lực và biến dạng trong thanh chịu kéo (nén) đúng tâm với vật liệu dẻo và vật liệu giòn?
33. Ứng suất cho phép là gì? Ý nghĩa của việc lựa chọn hệ số an toàn?
34. Viết và giải thích công thức điều kiện bền và ba bài toán cơ bản về kéo (nén) đúng tâm?

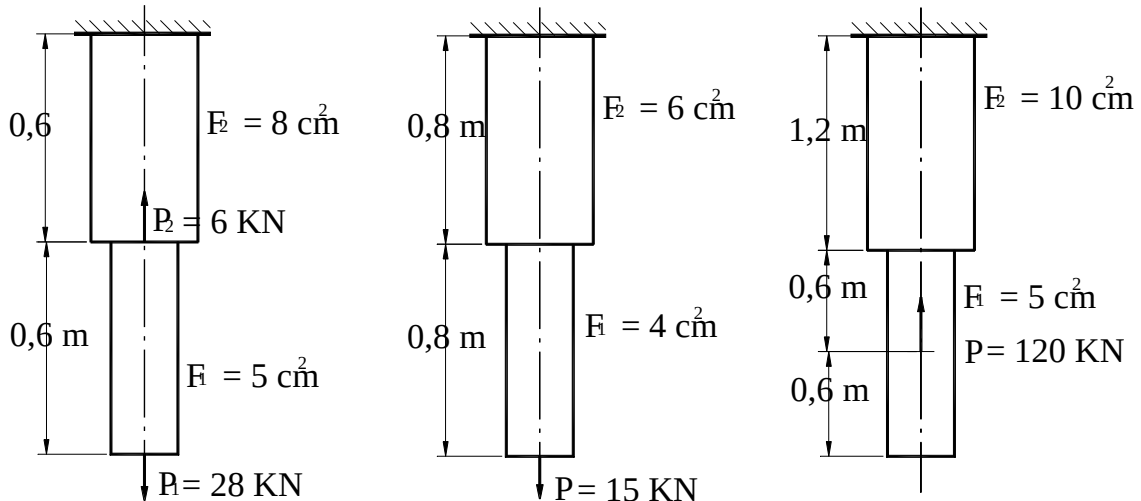
BÀI TẬP CHƯƠNG 8

1. Vẽ biểu đồ nội lực (lực dọc) cho các thanh chịu lực sau. Biết:

- a) $P_1 = 20\text{kN}$, $P_2 = 40\text{ kN}$, $P_3 = 20\text{ kN}$, $P_4 = 20\text{ kN}$
- b) $P_1 = 60\text{kN}$, $P_2 = 30\text{ kN}$, $P_3 = 30\text{ kN}$, $P_4 = 30\text{ kN}$
- c) $P_1 = 30\text{ kN}$, $P_2 = 15\text{ kN}$, $P_3 = 30\text{ kN}$, $P_4 = 15\text{ kN}$
- d) $P_1 = 30\text{ kN}$, $P_2 = 40\text{ kN}$, $P_3 = 20\text{ kN}$
- e) $P_1 = 10\text{ kN}$, $P_2 = 30\text{ kN}$, $P_3 = 20\text{ kN}$, $P_4 = 10\text{ kN}$
- f) $P_1 = 60\text{ kN}$, $P_2 = 90\text{ kN}$, $P_3 = 30\text{ kN}$, $P_4 = 60\text{ kN}$



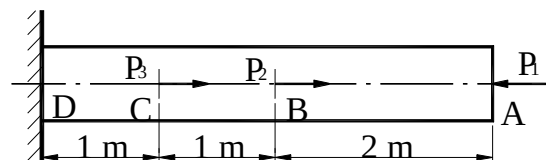
2. Vẽ biểu đồ nội lực (lực dọc) và xác định biến dạng dọc tuyệt đối cho các thanh chịu lực sau; biết $E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$.



- Thanh thép dài $l = 4\text{m}$, đường kính $d = 12\text{mm}$. Cần phải đặt lực P bằng bao nhiêu để nó dãn ra $0,5 \text{ cm}$. Tính ứng suất phát sinh khi tác dụng lực đó? Biết $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$.
- Một đoạn mẫu bằng thép dài 100m , chịu lực kéo 28kN thì bị dãn dài $0,12\text{m}$. Xác định diện tích mặt cắt và trị số ứng suất pháp, biết $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$.
- Độ giãn dài tuyệt đối của thanh thép đường kính 4 cm ; dài $1,2\text{m}$ là $1,2\text{mm}$. Xác định trị số của lực gây nên biến dạng đó? Biết $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$.
- Nếu kéo một thanh thép tròn có chiều dài 3 m , đường kính $1,6\text{mm}$ bởi một lực P thì nó giãn ra $1,3\text{mm}$; nhưng nếu kéo một thanh đồng có chiều dài $1,8\text{m}$; đường kính $3,2\text{mm}$ cũng bởi lực P đó thì thanh dãn ra $0,39\text{mm}$. Tính môđun đàn hồi của thanh đồng biết môđun đàn hồi của thép là 2.10^7 N/cm^2 .
- Thanh thép chịu lực $P_1 = P_2 = 20\text{kN}$, $P_3 = 40\text{kN}$ có mặt cắt ngang không đổi và có $F = 10\text{cm}^2$. Kích thước dọc cho trên hình vẽ;

a. Vẽ biểu đồ nội lực.

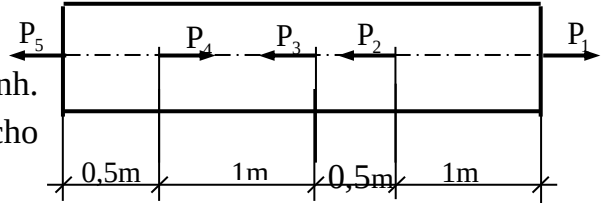
b. Tính ứng suất trong từng đoạn thanh.



c. Tìm biến dạng dọc tuyệt đối của thanh.

Cho $E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$.

8. Thanh thép chịu tác dụng của các ngoại lực $P_1 = 30\text{KN}$, $P_2 = 20\text{KN}$, $P_3 = 40\text{KN}$, $P_4 = 60\text{KN}$ và $P_5 = 30\text{KN}$. Thanh có mặt cắt ngang tròn đường kính $d = 20\text{mm}$. Kích thước dọc cho trên hình vẽ.



a. Vẽ biểu đồ nội lực

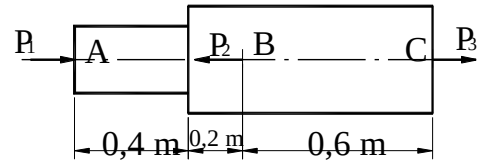
b. Tính ứng suất trong từng đoạn thanh. Kiểm tra độ bền của thanh. Biết ứng suất cho phép $[\sigma_k] = [\sigma_n] = 14\text{kN/cm}^2$

c. Tìm biến dạng dọc tuyệt đối của từng

đoạn thanh và của toàn thanh. Cho $E = 2.10^8 \text{ kN/m}^2$

9. Thanh bằng thép gồm hai đoạn AB, BC có kích thước mặt cắt ngang lần lượt là:

$F_1 = 100\text{cm}^2$, $F_2 = 200\text{cm}^2$. Thanh chịu tác dụng các lực $P_1 = 30\text{KN}$, $P_2 = 110\text{KN}$, $P_3 = 80\text{KN}$. Kích thước dọc cho trên hình vẽ.



a. Vẽ biểu đồ nội lực.

b. Tìm biến dạng dọc tuyệt đối của thanh.

Biết $E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$.

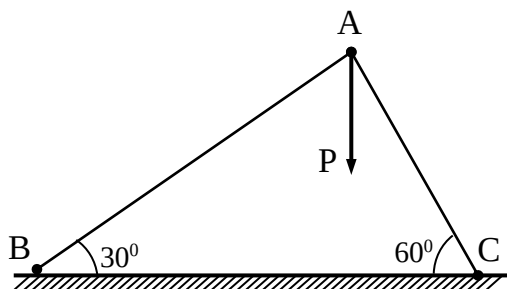
c. Kiểm tra độ bền của thanh. $[\sigma_k] = [\sigma_n] = 12\text{kN/cm}^2$

10. Một bộ máy có mặt cắt ngang hình chữ nhật cạnh $70 \times 50 \text{ cm}$ bằng bê tông có:

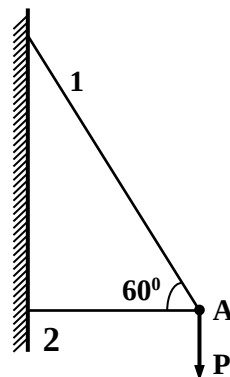
$[\sigma_n] = 1 \text{ MN/m}^2$. Trên bộ đặt máy sao cho trọng lượng máy làm bộ chịu lực nén đúng tâm. Hãy xác định trọng lượng tối đa của máy có thể đặt được trên bộ khi bỏ qua trọng lượng của bản thân bộ.

11. Tại điểm A của một giá đỡ gồm hai thanh tròn AB và AC chịu lực $P = 20 \text{ kN}$ như hình vẽ. Biết các thanh AB và AC làm bằng thép có ứng suất cho phép $[\sigma_n] = 120\text{MN/m}^2$. Xác định đường kính của 2 thanh theo điều kiện bền.

12. Thanh tròn 1 làm bằng thép có ứng suất cho phép $[\sigma_k] = 12\text{kN/cm}^2$ và thanh tròn 2 làm bằng đồng có $[\sigma_n] = 4\text{kN/cm}^2$ bắt bản lề vào tường thẳng đứng. Tại nút bản lề A tác dụng lực $P = 20\text{KN}$, các góc cho trên hình vẽ. Kiểm tra độ bền của 2 thanh. Biết đường kính của 2 thanh lần lượt là $d_1 = 20\text{mm}$ và $d_2 = 15\text{mm}$.



Hình câu 11



Hình câu 12

CHƯƠNG 9: XOẮN THUẦN TÚY

Mã chương: CK108-09

Giới thiệu:

Chương 9 nghiên cứu về biến dạng trong thanh chịu xoắn thuần túy. Trong chương này người học sẽ định nghĩa như thế nào là thanh chịu xoắn thuần túy thông qua nhận biết lực tác dụng lên thanh, xây dựng các công thức tính ứng suất, biến dạng và kiểm tra thanh có bị phá hủy không khi có ngoại lực tác dụng.

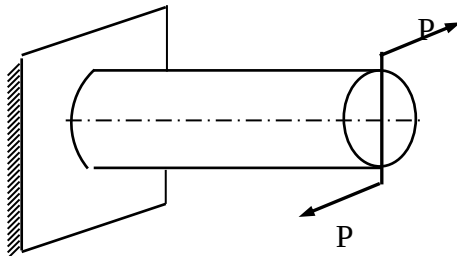
Mục tiêu:

- + Trình bày được khái niệm về xoắn thuần túy, biến dạng trong xoắn.
- + Vẽ được biểu đồ momen xoắn nội lực, phân tích, tính được ứng suất trên mặt cắt.
- + Tính được biến dạng trong thanh chịu xoắn.
- + Tính thành thạo ba bài toán cơ bản của sức bền theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Khái niệm về xoắn thuần túy

1.1. Định nghĩa:



Xét một thanh tròn chịu tác dụng của ngẫu lực $m = P.a$

- m : momen xoắn ngoại lực
- m phải nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh

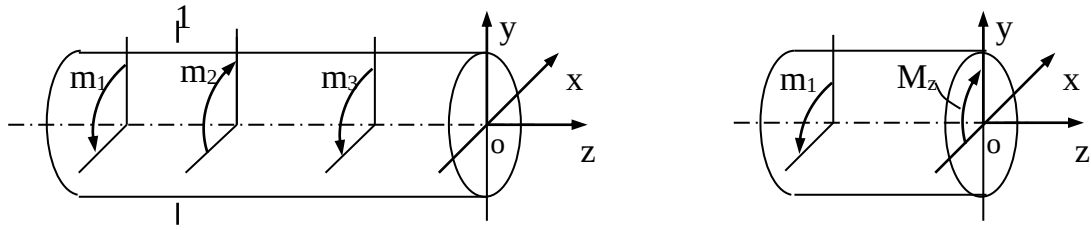
Khi tác dụng vào một thanh những ngoại lực là những ngẫu lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh thì ta có thanh chịu xoắn.

Ví dụ: Các trục truyền động trong hộp số, máy tiện, trục máy khoan, mũi khoan ...

1.2. Nội lực và biểu đồ moment xoắn nội lực:

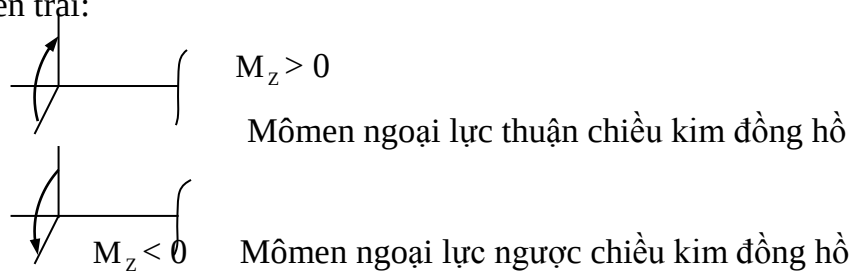
1.2.1. Nội lực:

Xét một thanh chịu tác dụng ngoại lực m_1, m_2, m_3 như hình vẽ. Dùng mặt cắt 1 - 1, xét cân bằng bên trái của thanh. Để cân bằng với momen ngoại lực thì trên mặt cắt, nội lực phải là một mômen. Mômen đó gọi là mômen xoắn nội lực, ký hiệu M_x

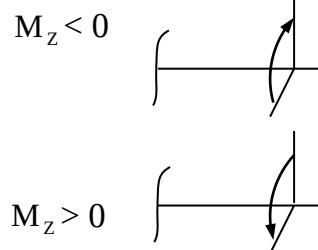


Dấu của mômen xoắn nội lực M_z :

- Xét cân bằng bên trái:



- Xét cân bằng bên phải:



Trị số moment xoắn nội lực ở mặt cắt của phần thanh đang xét bằng tổng đại số các moment xoắn ngoại lực tác dụng lên phần thanh đang xét đó.

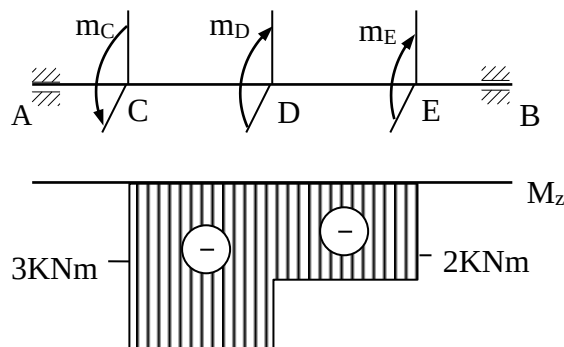
1.2.2. Biểu đồ mômen xoắn nội lực

Các bước vẽ biểu đồ:

- Vẽ đường chuẩn song song với trục thanh.
- Tính mômen nội lực trong từng đoạn, biểu diễn bằng các tung độ theo tỷ lệ xích
- Đặt (+) bên trên, đặt (-) bên dưới đường chuẩn

Ví dụ:

Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của thanh như hình vẽ có $m_C = 3\text{KNm}$, $m_D = 1\text{KNm}$, $m_E = 2\text{KNm}$



Dùng phương pháp mặt cắt, tính mômen xoắn nội lực trên từng đoạn thanh:

- + Đoạn AC : Tại mặt cắt 1 - 1 có $M_{zAC} = 0$
- + Đoạn CD : Tại mặt cắt 2 - 2 có $M_{zCD} = -m_C = -3\text{KNm}$
- + Đoạn DE : Tại mặt cắt 3 - 3 có $M_{zDE} = -m_C + m_D = -3 + 1 = -2\text{KNm}$
- + Đoạn EB : Tại mặt cắt 4 - 4 có $M_{zEB} = 0$

Vẽ biểu đồ theo qui ước

*** Nhận xét:**

- Trên các đoạn thanh không có mômen phân bố, biểu đồ là một đường thẳng song song hay trùng với đường chuẩn.
- Tại vị trí đặt các mômen tập trung, biểu đồ có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng trị số các mômen tập trung

1.3. Liên hệ giữa moment ngoại lực với công suất và vận tốc góc:

Gọi n là số vòng quay của trục trong một phút (vòng/phút)

N là công suất của trục truyền động (W)

M là moment xoắn ngoại lực (Nm)

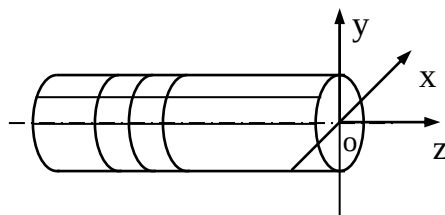
Ta có sự liên hệ giữa moment ngoại lực với công suất và vận tốc góc như sau:

$$M = 9,55 \frac{N}{n}$$

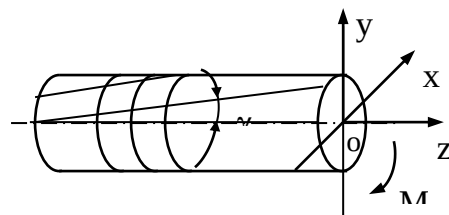
2. Ứng suất và biến dạng trong thanh mặt cắt tròn chịu xoắn

2.1. Ứng suất:

Để thiết lập công thức tính ứng suất người ta thực hiện các thí nghiệm và xem biến dạng bên trong thanh cũng như biến dạng bên ngoài thanh. Xét thanh chịu xoắn như hình vẽ.



Khi chưa có mômen xoắn

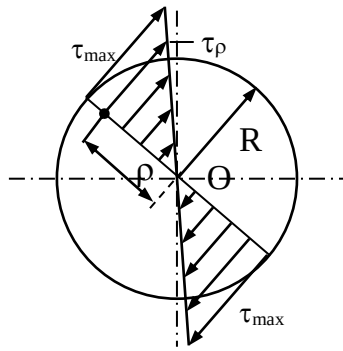


Khi có mômen xoắn

Quan sát thanh sau khi chịu tác dụng lực ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn không có hiện tượng co hay giãn dài nên nên không có ứng suất pháp.
- Các mặt cắt ngang xoay trượt tương đối với nhau, thanh có biến dạng trượt và chỉ có ứng suất tiếp có phương vuông góc với bán kính đi qua điểm đang xét, phân bố dọc theo bán kính bất kỳ theo qui luật đường thẳng.

Ứng suất tại một điểm I bất kỳ trên mặt cắt được tính như sau:



$$\tau_{\rho} = \frac{M_z}{J_o} \cdot \rho$$

Trong đó :

– M_z : trị số tuyệt đối mômen xoắn nội lực tại mặt cắt ngang chứa điểm tính ứng suất (Nm)

– J_o : Momen quán tính độc cực của mặt cắt đối với trọng tâm O của nó (m^4)

– ρ : khoảng cách từ điểm tính ứng suất I đến trọng tâm mặt cắt O (m)

Tại một mặt cắt, M_z và J_o không đổi, τ_{ρ} phụ thuộc vào ρ

Ứng suất tiếp phân bố trên mặt cắt ngang tròn đặc

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{J_o} \cdot R$$

$$\text{Đặt } \frac{J_o}{R} = W_o \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \quad (N/m^2)$$

W_o : mômen chống xoắn của mặt cắt ngang thanh (m^3)

J_o : Momen quán tính độc cực (m^4)

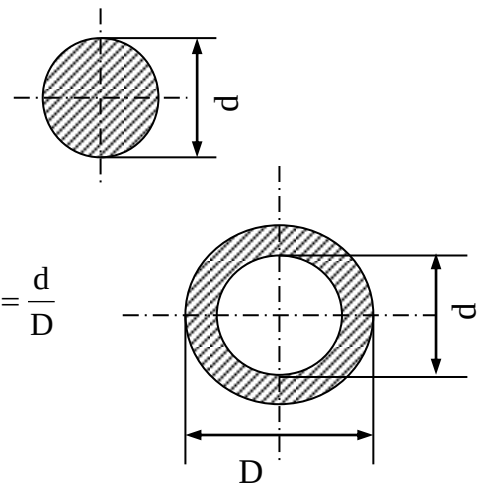
J_o và W_o đặc trưng cho khả năng chống xoắn của mặt cắt ngang thanh, nếu W_o tăng thì $\tau_{\max}$ giảm, thanh có khả năng chịu xoắn tốt.

+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn đặc

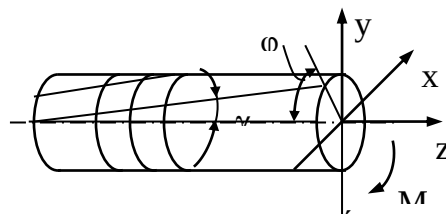
$$J_o = 0,1 d^4, \quad W_o = 0,2 d^3$$

+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn rỗng

$$J_o = 0,1 D^4 (1 - \alpha^4), \quad W_o = 0,2 D^3 (1 - \alpha^4) \text{ với } \alpha = \frac{d}{D}$$



2.2. Biến dạng:



Quan sát biến dạng của thanh chịu xoắn ta thấy: giữa các mặt cắt ngang có góc xoay, được gọi là góc xoắn tuyệt đối, ký hiệu φ

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G \cdot J_o} \quad (\text{rad}) \quad \text{hay} \quad \varphi = \frac{180 \cdot M_z \cdot l}{\pi \cdot G \cdot J_o} \quad (\text{độ})$$

Và góc xoắn tương đối, ký hiệu θ

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \Rightarrow \theta = \frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot G \cdot J_o} \text{ (độ/m)}$$

Trong đó : G - Mô đun đàn hồi của vật liệu chịu xoắn (N/m²)

3. Tính toán về xoắn thuần túy

3.1. Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản:

3.1.1. Điều kiện bền:

Ứng suất tiếp lớn nhất trong thanh không được vượt quá ứng suất tiếp cho phép

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau] \text{ (N/m}^2\text{)}$$

- M_z : Giá trị tuyệt đối của mômen xoắn nội lực (Nm)
- W_o : Mômen chống xoắn của mặt cắt ngang (m³)

3.1.2. Ba bài toán cơ bản

a) Bài toán kiểm tra bền : $\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau]$

b) Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : $W_o \geq \frac{M_z}{[\tau]}$

Suy ra công thức tính đường kính thanh tròn

+ Với thanh tròn đặc : $d \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 [\tau]}}$

+ Với thanh tròn rỗng $\Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 \cdot (1 - \alpha^4) [\tau]}}$

c) Bài toán tính tải trọng cho phép : $M_z \leq W_o \cdot [\tau]$ hay $[M_z] = W_o \cdot [\tau]$

3.2. Điều kiện cứng và ba bài toán cơ bản:

3.2.1. Điều kiện cứng:

Góc xoắn tương đối (hay biến dạng xoắn) lớn nhất không vượt quá giới hạn cho phép

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \leq [\theta] \text{ (độ/m)}$$

Trong đó : $[\theta]$: Góc xoắn tương đối cho phép của thanh (độ/m)

G : Mô đun đàn hồi của vật liệu (N/m²)

J_o : Mômen quán tính độ cực của mặt cắt ngang thanh (m⁴)

3.2.2. Ba bài toán cơ bản

a) Bài toán kiểm tra độ cứng : $\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \leq [\theta]$

b) Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : $J_o \geq \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot [\theta]}$

+ Mặt cắt tròn đặc $\Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot G \cdot [\theta]}}$

+ Mặt cắt tròn rỗng $\Rightarrow D \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot G \cdot [\theta]}}$

c) Bài toán tính tải trọng cho phép: $M_z \leq G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180}$ hay $[M_z] = G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180}$

*** Ví dụ:**

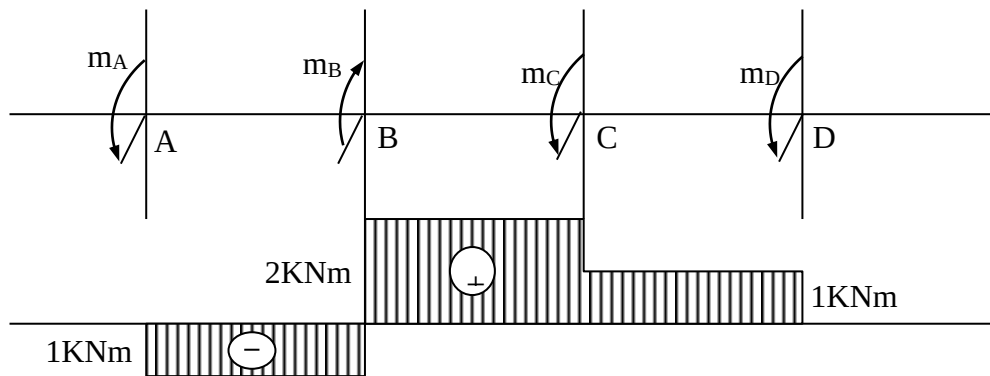
Một trục có đường kính không đổi $d = 5\text{cm}$, chịu lực như hình vẽ. Các ngoại lực, mômen $m_B = 3\text{KNm}$, $m_A = m_C = m_D = 1\text{KNm}$. Các đoạn $AB = BC = CD = 2\text{m}$.

- Vẽ biểu đồ moment xoắn nội lực của trục.
- Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục.
- Tính góc xoắn tương đối lớn nhất và góc xoắn tuyệt đối của toàn trục.

Biết $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$

Giải

- Vẽ biểu đồ moment xoắn nội lực của trục:



$$M_{zAB} = -m_A = -1\text{kNm}$$

$$M_{zBC} = -m_A + m_B = 2\text{kNm}$$

$$M_{zCD} = -m_A + m_B - m_C = 1\text{kNm}$$

- Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục

Mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn BC

$$\tau_{\max BC} = \frac{M_{zBC}}{W_o} = \frac{M_{zBC}}{0,2.d^3} = \frac{2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^3} = 80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

c) Tính $\theta_{\max}$:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{zBC}}{GJ_o} \frac{180}{\pi} = \frac{M_{zBC}}{G0,1.d^4} \frac{180}{\pi} = \frac{2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4} \cdot \frac{180}{\pi} = 2,29 \text{ độ/m}$$

* Góc xoắn tuyệt đối của từng đoạn trục là:

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{zAB} \cdot l_{AB}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = \frac{-10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4} \cdot \frac{180}{\pi} = -2,29^\circ$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{zBC} \cdot l_{BC}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = 2\theta_{\max} = 4,58^\circ$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{zCD} \cdot l_{CD}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = 2,29^\circ$$

* Góc xoắn (toàn phần) của trục bằng

$$\varphi_{AD} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = 4,58^\circ$$

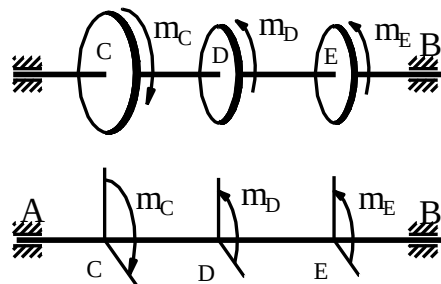
Câu hỏi ôn tập :

1. Thế nào là thanh tròn chịu xoắn? Cho ví dụ
2. Nội lực trong thanh chịu xoắn là gì? Trình bày cách xác định nội lực đó?
3. Nêu cách vẽ biểu đồ môment xoắn nội lực?
4. Ứng suất trên mặt cắt thanh chịu xoắn là ứng suất gì? Viết và giải thích công thức tính ứng suất tại một điểm bất kỳ?
5. Viết và giải thích công thức tính ứng suất lớn nhất? Nêu qui luật phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang thanh?
6. Biến dạng trong xoắn là biến dạng gì? Viết và giải thích công thức tính góc xoắn tuyệt đối và tương đối?
7. Khi tính toán về xoắn phải tính theo những điều kiện nào? Nêu các bài toán cơ bản tính toán về xoắn?

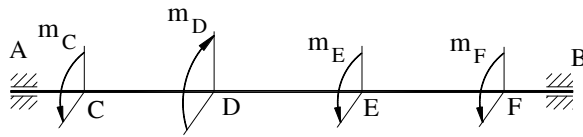
BÀI TẬP CHƯƠNG 9

1. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của thanh như hình vẽ có :

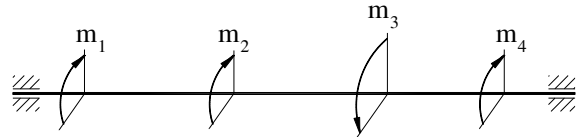
$$m_C = 3 \text{ KNm} ; m_D = 1 \text{ KNm} ; m_E = 2 \text{ KNm}$$



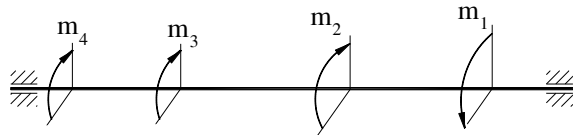
2. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực các trục chịu lực như hình vẽ:



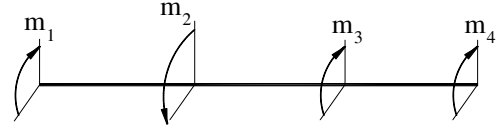
a) $m_C = 10\text{KNm}$, $m_D = 30\text{KNm}$, $m_E = 10\text{KNm}$
 $m_F = 10\text{KNm}$



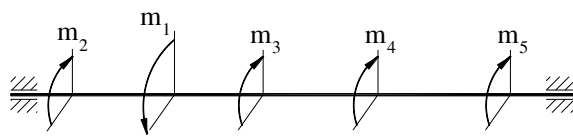
b) $m_1 = 8\text{KNm}$, $m_2 = 20\text{KNm}$, $m_3 = 40\text{KNm}$
 $m_4 = 10\text{KNm}$



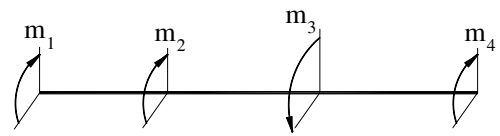
c) $m_1 = 100\text{KNm}$, $m_2 = 60\text{KNm}$, $m_3 = 20\text{KNm}$
 $m_4 = 20\text{KNm}$



d) $m_1 = 20\text{KNm}$, $m_2 = 60\text{KNm}$, $m_3 = 10\text{KNm}$
 $m_4 = 30\text{KNm}$



e) $m_1 = 400\text{KNm}$, $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 100\text{KNm}$



f) $m_1 = 10\text{KNm}$, $m_2 = 10\text{KNm}$, $m_3 = 50\text{KNm}$
 $m_4 = 30\text{KNm}$

3. Một thanh tròn đường kính $d = 6\text{cm}$, chịu xoắn bởi mômen $m = 5000\text{Nm}$. Môđun đàn hồi khi trượt của vật liệu thanh là $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,6^\circ/\text{m}$. Kiểm tra thanh theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
4. Một trục truyền quay với tốc độ $n = 200\text{v/p}$, truyền công suất $N = 300\text{KW}$; trục bằng thép có ứng suất cho phép $[\tau_c] = 40\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,3^\circ/\text{m}$, $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Tính đường kính của trục.
5. Xác định đường kính của trục truyền có mômen xoắn ngoại lực $m = 300\text{Nm}$; biết $[\tau] = 25\text{MN/m}^2$.
6. Một trục truyền đường kính $d = 10\text{cm}$, quay với vận tốc $n = 300\text{v/p}$, công suất $N = 330\text{KW}$, trục bằng thép có $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$. Kiểm tra trục theo điều kiện bền.
7. Một trục rỗng quay với tốc độ $n = 100\text{v/p}$, truyền công suất $N = 5882\text{KW}$; trục bằng thép có ứng suất cho phép $[\tau_c] = 30\text{MN/m}^2$. Theo điều kiện bền, tính các đường kính của mặt cắt ngang trục, biết tỷ số $\alpha = d/D = 0,6$.
8. Một trục truyền $d = 20\text{cm}$, trục bằng thép có $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$.
 - a. Tính mômen xoắn cho phép của trục.
 - b. Tính công suất truyền cho phép, biết tốc độ quay của trục $n = 100\text{v/p}$.
9. Một trục truyền có đường kính $d = 10\text{cm}$, trục bằng thép có $[\tau] = 40\text{MN/m}^2$,

$G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$, $[\theta] = 0,3^\circ/\text{m}$. Tính mômen xoắn ngoại lực cho phép của trục.

10. Một trục bằng thép chịu mômen xoắn nội lực $M_z = 5000 \text{ Nm}$. Trục rỗng có

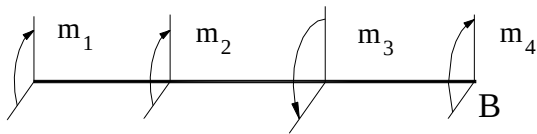
$$\alpha = d/D = 0,7, \text{ biết } [\tau] = 60 \text{ MN/m}^2.$$

a. Tính các đường kính của mặt cắt ngang trục.

b. Nếu làm trục tròn đặc thì đường kính mặt cắt ngang bằng bao nhiêu? So sánh?

11. Đường kính hai trục sẽ khác nhau như thế nào khi truyền động cùng công suất nhưng với vận tốc khác nhau $n_2 = 2n_1$, biết hai trục được làm bằng một loại vật liệu như nhau?

12. Trục truyền bằng thép có mặt cắt tròn không đổi trên suốt chiều dài AB. Trên trục lắp bốn bánh răng có các mômen ngoại lực



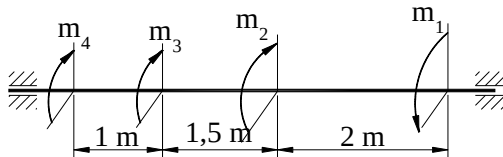
$$m_1 = 0,8 \text{ KNm}, m_2 = 2 \text{ KNm}, m_3 = 4 \text{ KNm},$$

$$m_4 = 1,2 \text{ KNm}.$$

a. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của trục b. Xác định đường kính của trục theo điều kiện bền và điều kiện cứng, biết $[\tau] = 30 \text{ MN/m}^2$, $[\theta] = 7,5.10^{-3} \text{ độ/m}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$.

13. Trục có đường kính không đổi $d = 7,5 \text{ cm}$, chịu tác dụng của các mômen xoắn:

$$m_1 = 1 \text{ KNm}, m_2 = 0,6 \text{ KNm}, m_3 = m_4 = 0,2 \text{ KNm};$$



a. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của trục

b. Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục

Biết $[\tau] = 90 \text{ MN/m}^2$, $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$,

$$G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2.$$

c. Tính góc xoắn tuyệt đối φ trên từng đoạn trục và trên toàn chiều dài của trục.

14. Một trục chịu các mômen xoắn ngoại lực;

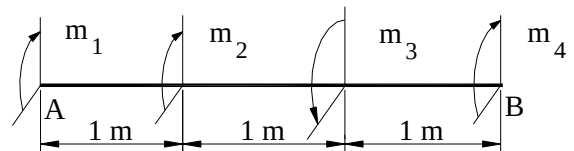
$$m_1 = 2387 \text{ Nm}, m_2 = 1432 \text{ Nm},$$

$$m_3 = 7161 \text{ Nm}, m_4 = 3342 \text{ Nm};$$

Trục có đường kính không đổi $d = 8 \text{ cm}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$.

a. Tính ứng suất lớn nhất của trục?

b. Tính góc xoắn tuyệt đối φ của từng đoạn trục và toàn trục?



15. Một trục bằng thép có đường kính $d = 90 \text{ mm}$ truyền mômen xoắn $m = 2,4 \text{ KNm}$, chiều dài trục giữa hai bánh truyền động là $l = 4 \text{ m}$. Xác định ứng suất lớn nhất phát sinh trong trục? Góc xoắn giữa hai bánh truyền động?

- 16.** Trục thép rỗng có đường kính ngoài $D = 400\text{mm}$, đường kính trong $d = 225\text{mm}$, truyền mômen xoắn $m = 600\text{KNm}$. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất tại mặt cắt ngang trục?
- 17.** Một trục truyền $d = 20\text{cm}$, bằng thép có $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$,
 $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$;
 a. Tính mômen xoắn cho phép của trục.
 b. Tính công suất truyền cho phép, biết tốc độ quay của trục $n = 100\text{v/p}$.
- 18.** Thanh tròn chịu xoắn bởi các mômen ngoại lực: $m_1 = m_2 = 1000\text{Nm}$, $m_3 = 5000\text{Nm}$, $m_4 = 3000\text{Nm}$; Thanh có đường kính $d = 6\text{cm}$, môđun đàn hồi trượt của vật liệu $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$, ứng suất cho phép khi xoắn $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$, góc xoắn tương đối cho phép $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$. Hãy kiểm tra các điều kiện bền và cứng cho thanh? (sơ đồ lực như bài 2f).

CHƯƠNG 10: UỐN NGANG PHẪNG

Mã chương: CK108-10

Giới thiệu:

Chương 10 nghiên cứu về biến dạng trong thanh chịu uốn ngang phẳng. Trong chương này người học sẽ định nghĩa như thế nào là thanh chịu uốn ngang phẳng thông qua nhận biết lực tác dụng lên thanh, xây dựng các công thức tính ứng suất, biết dạng và kiểm tra thanh có bị phá hủy không khi có ngoại lực tác dụng.

Mục tiêu:

- + Trình bày được khái niệm về uốn ngang phẳng.
- + Vẽ được biểu đồ nội lực trong thanh chịu uốn ngang phẳng.
- + Tính thành thạo ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền về ứng suất pháp
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

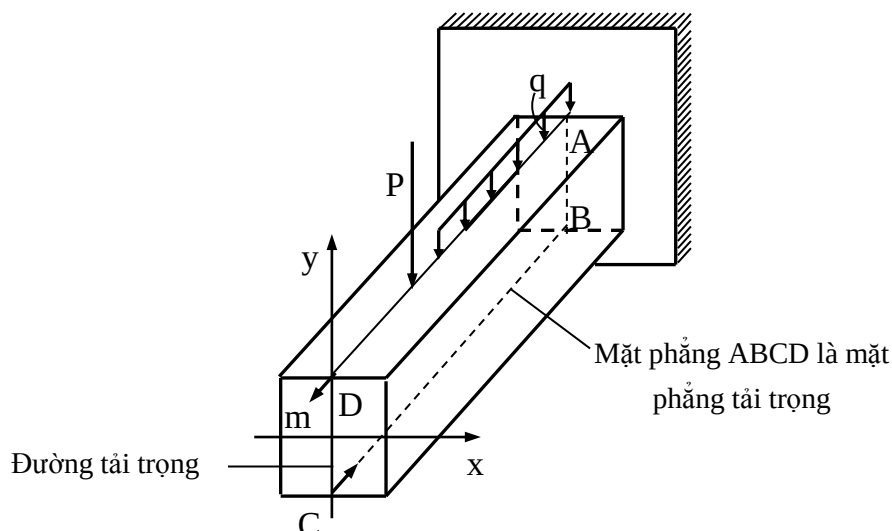
1. Khái niệm về uốn ngang phẳng - Nội lực và biểu đồ nội lực

1.1. Khái niệm về uốn ngang phẳng:

1.1.1. Khái niệm:

Thanh bị uốn ngang phẳng là thanh chịu tác dụng của hệ lực phẳng (gồm những lực vuông góc với trục thanh hay những ngẫu lực) nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh (mặt phẳng này gọi là mặt phẳng tải trọng)

Ví dụ : Các trục truyền động, các dầm cầu, nhà, dầm cần cầu...



- Ngoại lực tác dụng có thể là lực tập trung, lực phân bố hoặc mô men tập trung.
- Thanh chủ yếu chịu uốn gọi là dầm.
- Trục của dầm sau khi chịu uốn cong vẫn nằm trong mặt phẳng đối xứng của dầm thì sự uốn đó được gọi là uốn phẳng.

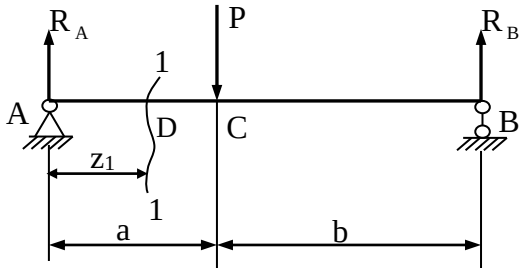
1.1.2. Phân loại

Ta chia uốn phẳng làm hai loại:

- Uốn thuần túy phẳng.
- Uốn ngang phẳng.

1.2. Nội lực và biểu đồ nội lực:

1.2.1. Nội lực



Xét dầm AB chịu lực như hình vẽ:

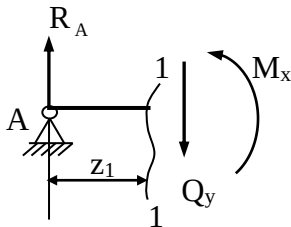
- Đầu tiên phải xác định được các phản lực tại các gối đỡ A và B

Từ phương trình cân bằng tĩnh học

$$\Sigma M_A = R_B (a + b) - P \cdot a = 0$$

$$\Sigma M_B = -R_A (a + b) + P \cdot b = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot a}{(a + b)} ; R_A = \frac{P \cdot b}{(a + b)}$$



- Dùng mặt cắt 1 – 1, cắt thanh tại điểm D. Khảo sát sự cân bằng của phần trái. Để phần trái cân bằng thì trên mặt cắt ngang của dầm xuất hiện các nội lực Q_y , M_x .

- Q_y được gọi là lực cắt: $Q_y = R_A$

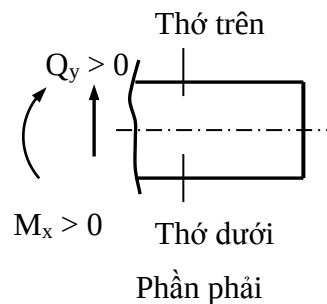
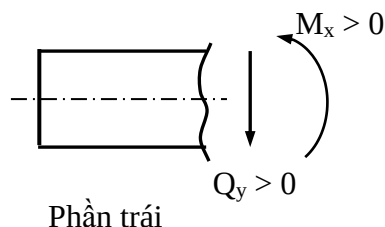
- M_x được gọi là mômen uốn nội lực: $M_x = R_A \cdot z_1$

* Dầm chịu uốn ngang phẳng khi trên mọi mặt cắt ngang của dầm, nội lực chỉ có lực cắt Q_y và mômen uốn M_x

* Quy ước dấu

+ Lực cắt Q_y có dấu (+) nếu ngoại lực sinh ra nó tác dụng ở phần dầm được xét có khuynh hướng làm cho phần dầm đó quay thuận chiều kim đồng hồ quanh trọng tâm mặt cắt. Ngược lại Q_y có dấu (–)

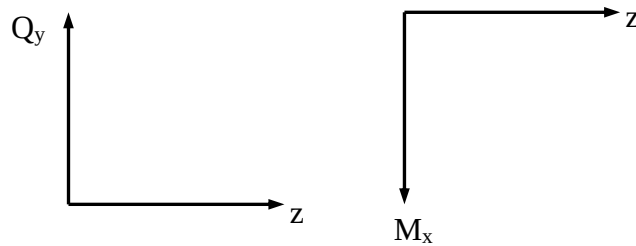
+ Mômen uốn M_x có dấu (+) nếu ngoại lực sinh ra nó có tác dụng ở phần dầm được xét có khuynh hướng làm cho thớ dưới dầm bị kéo. Ngược lại có dấu (–)



1.2.2. Biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực cắt và mômen uốn dọc theo trục của dầm. Nhờ nó ta dễ dàng tìm được các mặt cắt và mômen uốn có trị số lớn nhất. Các mặt cắt đó thường là mặt cắt nguy hiểm và được chọn để tính toán điều kiện bền.

Khi vẽ đồ thị ta qui ước như sau:



Ví dụ :

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của dầm tựa trên hai khớp bản lề A và B, chịu tải trọng P như hình vẽ

Giải

- * Xác định phản lực tại điểm tựa A và B

Từ phương trình cân bằng tĩnh học

$$\Sigma M_A = R_B (a + b) - P \cdot a = 0$$

$$\Sigma M_B = -R_A (a + b) + P \cdot b = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot a}{(a + b)} ; R_A = \frac{P \cdot b}{(a + b)}$$

- * Biểu đồ lực cắt Q_y

– Đoạn AC : $Q_y = R_A = \frac{Pb}{l}$

– Đoạn BC : $Q_y = -R_B = -\frac{Pa}{l}$

- * Biểu đồ mômen uốn M_x

- Đoạn AC, tại mặt cắt 1 – 1 (trái)

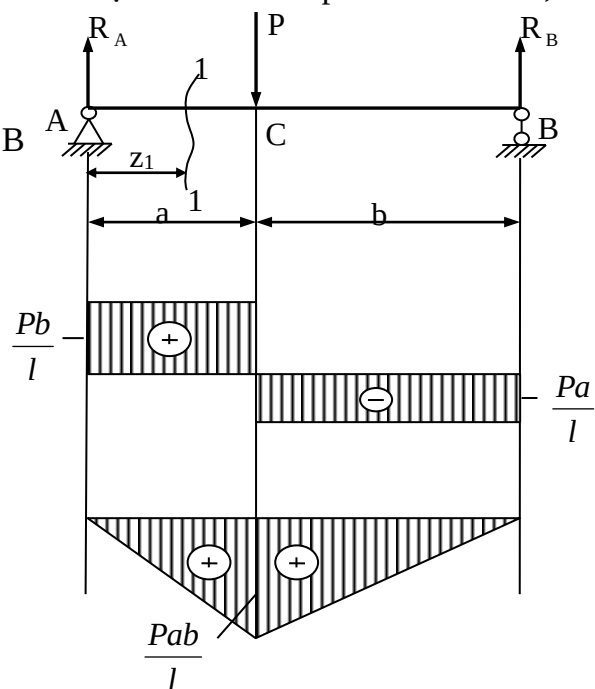
$M_x = R_A z_1$ với $0 \leq z_1 \leq a$ (M_x là hàm bậc nhất theo z , cần xác định hai điểm để vẽ):

$$\begin{cases} z_1 = 0 \Rightarrow M_x = 0 \\ z_1 = a \Rightarrow M_x = \frac{Pab}{l} \end{cases}$$

- Đoạn CB, tại mặt cắt 2 – 2 (xét phần trái)

$$M_x = R_A \cdot z_2 - P \cdot (z_2 - a) \text{ với } a \leq z_2 \leq (a + b)$$

$$\begin{cases} z_2 = a \Rightarrow M_x = \frac{Pab}{l} \\ z_2 = a + b = l \Rightarrow M_x = \frac{Pab}{l} \end{cases}$$

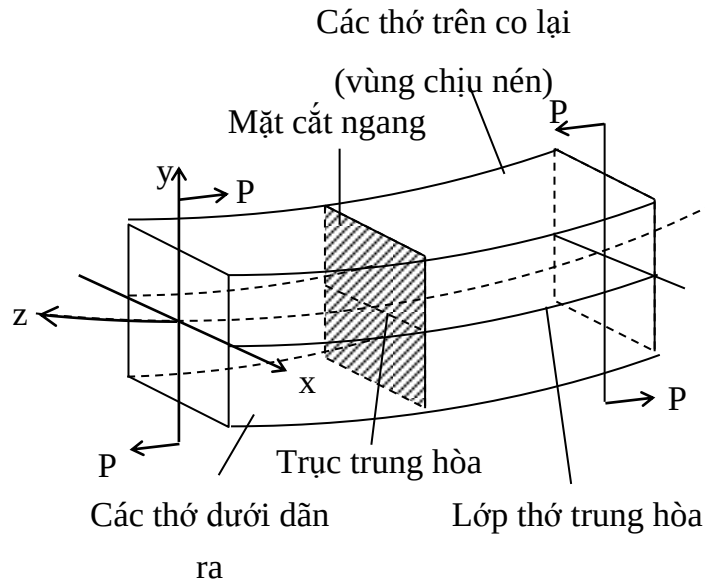


2. Ứng suất – Biến dạng:

2.1. Ứng suất và biến dạng của dầm chịu uốn thuần túy:

Khi dầm chịu uốn thuần túy, tại mặt cắt ngang của dầm chỉ có một thành phần nội lực là mômen uốn M_x nằm trong mặt phẳng tải trọng.

Xét một dầm có mômen uốn tác dụng ở hai đầu, ta thấy:



– Khi dầm biến dạng, các thớ trên co lại, các thớ dưới dãn ra. Có một lớp thớ không bị co dãn gọi là lớp thớ trung hòa. Giao tuyến của lớp thớ trung hòa với mặt cắt ngang được gọi là trục trung hòa, trục trung hòa được coi là thẳng nhờ thuyết biến dạng nhỏ.

– Kết luận : Trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn thuần túy chỉ có ứng suất pháp σ .

Theo định luật Hooke, giữa ứng suất pháp σ và biến dạng dọc tương đối ε có liên hệ như sau:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (*)$$

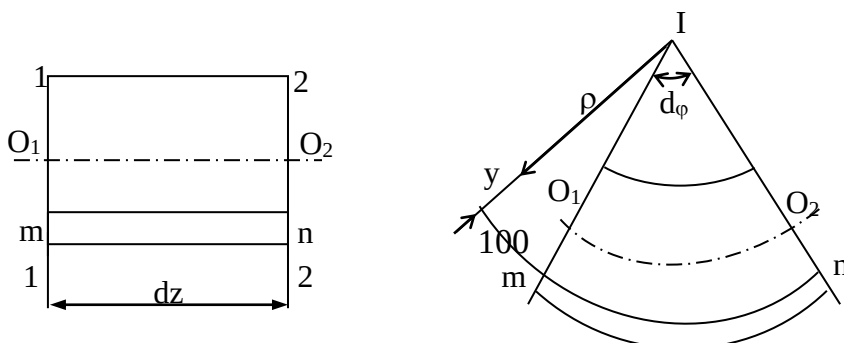
Nếu biết được biến dạng, ta dễ dàng tìm được sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang.

Muốn vậy ta xét một đoạn dầm dz được cắt bởi hai mặt cắt 1 – 1, 2 – 2 . Sau khi biến dạng, hai mặt cắt này tạo với nhau một góc $d\varphi$. Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hòa O_1O_2 . Vì thớ trung hòa không biến dạng nên

$$O_1O_2 = dz \Rightarrow O_1O_2 = \rho \cdot d\varphi$$

Xét biến dạng của thớ mn cách thớ trung hòa một khoảng cách y . Chiều dài của thớ này trước khi biến dạng là $mn = dz = \rho d\varphi$ và sau khi biến dạng $mn = (\rho + y) d\varphi$

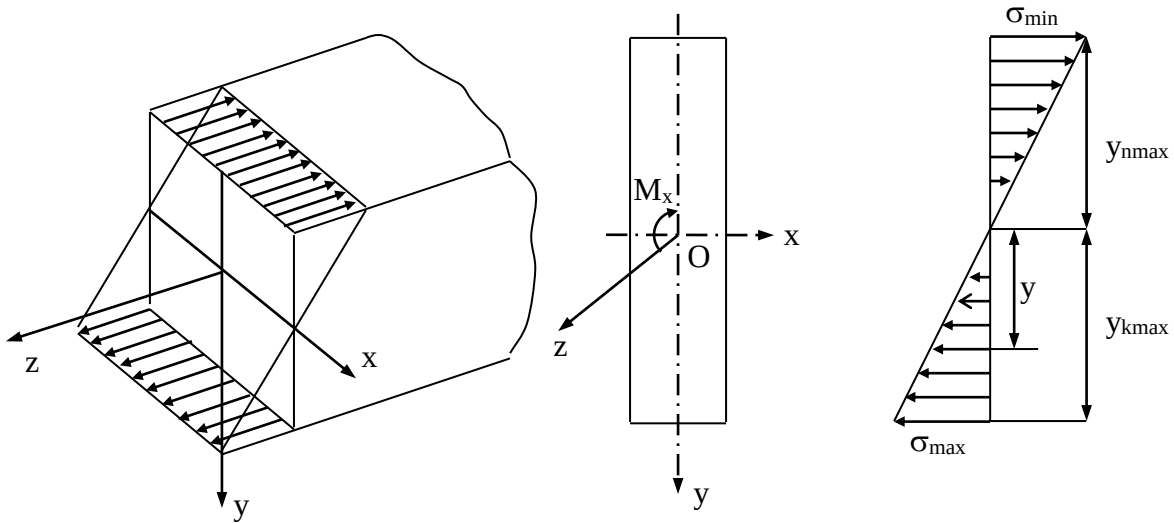
Biến dạng dọc tương đối của thớ mn bằng



$$\varepsilon = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}$$

Thay ε vào (*): $\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (**)$

Tại một mặt cắt ngang bán kính ρ có trị số xác định, E là hằng số. Vậy qui luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là phẳng



Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất với mặt cắt chính là trục trung hòa. Rõ ràng ứng suất pháp trên các đường thẳng song song với trục trung hòa có trị số như nhau. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp đơn giản như trên.

Qua biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang chia làm hai miền : một miền chịu kéo và miền kia chịu nén
- Các điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất là các điểm xa trục trung hòa nhất.

Xét mặt cắt ngang có mômen uốn M_x , ta có:

$$M_x = \int_F \sigma \cdot y \cdot dF = \int_F E \frac{y}{\rho} \cdot y \cdot dF = \frac{E}{\rho} \int_F y^2 \cdot dF = \frac{E}{\rho} J_x$$

Vậy : $M_x = \frac{E}{\rho} J_x \quad \text{hay} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E \cdot J_x}$

So sánh với (**) ta suy ra công thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như sau:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

– Nếu $y \rightarrow y_{nmax} \Rightarrow \sigma_{min} = -\frac{M_x}{J_x} y_{nmax} = -\frac{M_x}{W_x^n}$

$$y \rightarrow y_{k\max} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} y_{k\max} = \frac{M_x}{W_x^k}$$

- Đối với mặt cắt ngang có trục trung hòa cũng là trục đối xứng: mặt cắt hình chữ nhật, hình tròn, chữ I ... thì $y_{n\max} = y_{k\max}$

$$\Rightarrow W_x^k = W_x^n$$

Do đó, ứng suất kéo và nén lớn nhất là: $\sigma_{\max}^{\text{min}} = \pm \frac{M_x}{W_x}$

W_x : Mômen chống uốn của mặt cắt ngang (là một đặc trưng hình học của mặt cắt), đơn vị : m^3

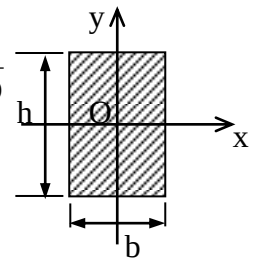
Khi W_x càng lớn $\rightarrow$ ứng suất phát sinh trên dầm càng nhỏ $\rightarrow$ khả năng chống uốn của dầm càng lớn.

+ Mặt cắt hình tròn $W_x = 0,1d^3$

+ Mặt cắt hình tròn rỗng $W_x = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4)$ với $\alpha = \frac{d}{D}$

+ Mặt cắt hình chữ nhật $W_x = \frac{bh^2}{6}$ hoặc $W_y = \frac{b^2h}{6}$

+ Mặt cắt vuông $W_x = \frac{a^3}{6}$



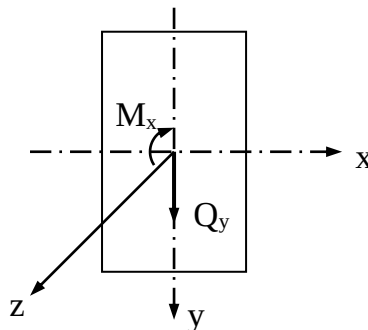
- Đối với các mặt cắt ngang không đối xứng thì $y_{k\max} \neq y_{n\max} \Rightarrow W_x^k \neq W_x^n$

$$\text{Do đó } \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_k} \text{ với } W_k = \frac{J_x}{y_{k\max}}$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{M_x}{W_n} \text{ với } W_n = \frac{J_x}{y_{n\max}}$$

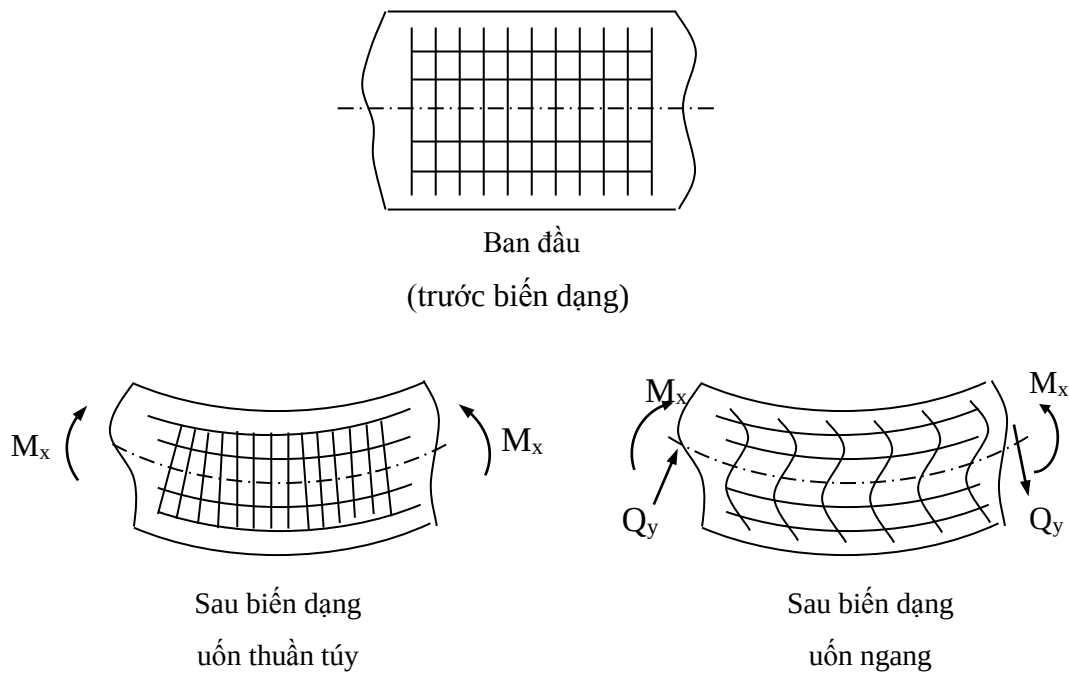
2.2. Ứng suất và biến dạng của dầm chịu uốn ngang phẳng:

Khi dầm chịu uốn ngang phẳng thì trên mặt cắt ngang của nó có hai thành phần nội lực là lực cắt Q_y và mômen uốn M_x (hoặc Q_x và M_y)



Khi đó, trên mặt cắt ngang của thanh không những có ứng suất pháp do mômen uốn mà còn có ứng suất tiếp do lực cắt gây ra. Nếu tách ra tại điểm A trên mặt cắt ngang của thanh một phân tố hình hộp tọa độ (có các mặt song song với mặt tọa độ) ta sẽ thấy phân tố đó bị biến dạng trượt, các góc vuông của nó không còn vuông nữa. Hiện tượng này

cùng với hiện tượng trục bị uốn cong, làm cho các mặt cắt ngang ban đầu (trước khi chịu lực) không còn phẳng nữa sau khi bị uốn ngang.



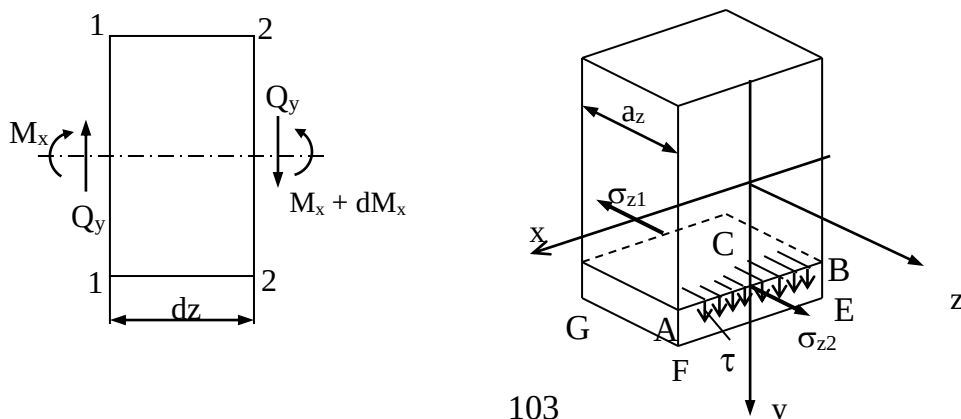
Mặc dù vậy theo những kết quả nghiên cứu sâu hơn của cơ học vật rắn biến dạng, công thức xác định ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là : $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$ vẫn đúng đối với trường hợp tiết diện của thanh là hình nhữ nhật hẹp và biểu đồ mômen uốn có dạng bậc nhất. Trong các trường hợp khác công thức đó vẫn dùng được với sai số không lớn.

Như vậy, chỉ còn phải tìm công thức tính ứng suất tiếp do lực cắt Q_y gây nên.

Ứng suất cắt trên mặt cắt ngang :

Để cho đơn giản mặt cắt ngang của thanh là một dải chữ nhật hẹp (nghĩa là chiều rộng b nhỏ hơn chiều cao h và biểu đồ mômen uốn có dạng bậc nhất).

Tách khỏi thanh một đoạn vô cùng bé bằng hai mặt cắt 1 – 1 và 2 – 2 cách nhau một khoảng dz , sau đó bằng mặt cắt ABCD song song và cách mặt phẳng Oxz một khoảng y chia đoạn thanh này thành hai phần và xét phần không chứa gốc O (ABCDEFGH)



Gọi σ_{z1} và σ_{z2} là ứng suất pháp trên các mặt cắt 1 – 1 và 2 – 2, $AB = b(y)$ và F_y là diện tích của mặt cắt ABEF. Ta có :

$$\sigma_{z1} = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad \sigma_{z2} = \frac{M_x + dM_x}{J_x} \cdot y$$

Lực dọc trên các mặt F của phần thanh đang xét

$$N_{z1} = \int_{F_y} \sigma_{z1} \cdot dF = \frac{M_x}{J_x} \int_{F_y} y dF$$

$$N_{z2} = \int_{F_y} \sigma_{z2} \cdot dF = \frac{M_x + dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF$$

Vì $dM_x \neq 0$ nên $N_{z1} \neq N_{z2}$ do đó trên mặt cắt ABCD phải có nội lực T thỏa mãn điều kiện cân bằng.

$$\Sigma Z = 0 \text{ nghĩa là } N_{z2} - N_{z1} = T$$

Như vậy trên mặt cắt ABCD phải có ứng suất tiếp τ_{yz} .

Với mặt cắt là dải hình chữ nhật hẹp, có thể giả sử ứng suất tiếp τ_{yz} phân bố đều theo bề rộng của mặt cắt. Ta có :

$$T = \tau_{yz} \cdot b(y) d_z$$

$$\Rightarrow \frac{M_x + dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF - \frac{M_x}{J_x} \int_{F_y} y dF = \tau_{yz} b(y) d_z$$

$$\text{hay } \frac{dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF = \tau_{yz} b(y) d_z$$

$$\Rightarrow \tau_{yz} = \frac{dM_x}{d_z} \cdot \frac{1}{b(y) J_x} \int_{F_y} y dF$$

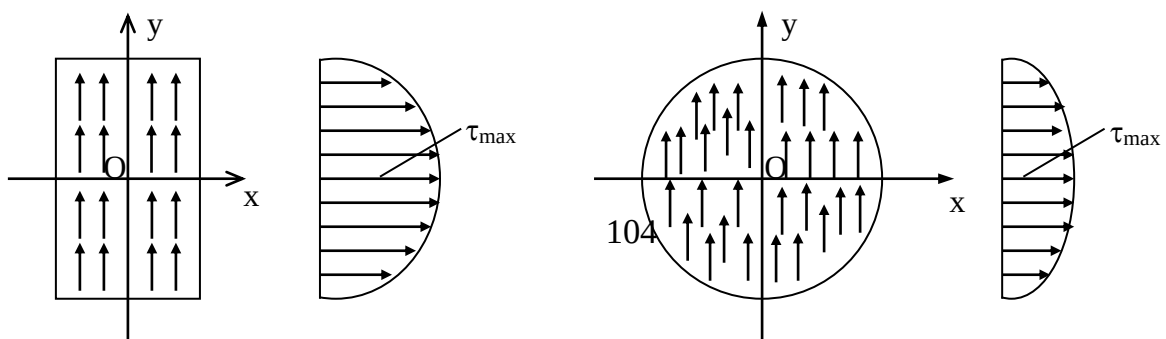
$$\text{Mà } \frac{dM_x}{d_z} = Q_y \quad \int_{F_y} y dF = S_x(y)$$

$S_x(y)$ là mômen diện tích cấp một (môment tĩnh) của diện tích F_y đối với trục trung hòa x. Vậy cuối cùng ta sẽ có biểu thức.

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_x(y)}{J_x b(y)}$$

Công thức này được gọi là công thức Jurovsky

Ứng suất tiếp τ_{yz} cùng chiều với lực cắt Q_y



Ứng suất tiếp phân bố trên
mặt cắt ngang hình chữ
nhật

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F}$$

O : giá trị tuyệt đối của lực

Ứng suất tiếp phân bố
trên mặt cắt ngang hình
tròn

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{F}$$

F : diện tích mặt cắt

3. Tính toán dầm chịu uốn ngang phẳng

Đối với dầm chịu uốn ngang phẳng, trên mặt cắt ngang có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Nhưng thường thì ảnh hưởng của ứng suất tiếp không đáng kể nên có thể bỏ qua.

3.1. Điều kiện bền.

a. Đối với vật liệu dẻo:

$[\sigma_k] = [\sigma_n] = [\sigma]$ nên trong hai trị số $\sigma_{\max}$ và $\sigma_{\min}$ ta chỉ cần chọn ứng suất nào có giá trị tuyệt đối lớn nhất để so sánh với $[\sigma]$

$$\text{Ta có : } \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

b. Đối với vật liệu giòn : có $[\sigma_k]$ khác $[\sigma_n]$ nên:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^k} \leq [\sigma_k]$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max}}{W_x^n} \leq [\sigma_n]$$

Trường hợp mặt cắt đối xứng với trục trung hòa, chữ nhật, tròn, vuông ... thì $\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$ và vì $[\sigma_k] < [\sigma_n]$ nên điều kiện bền là:

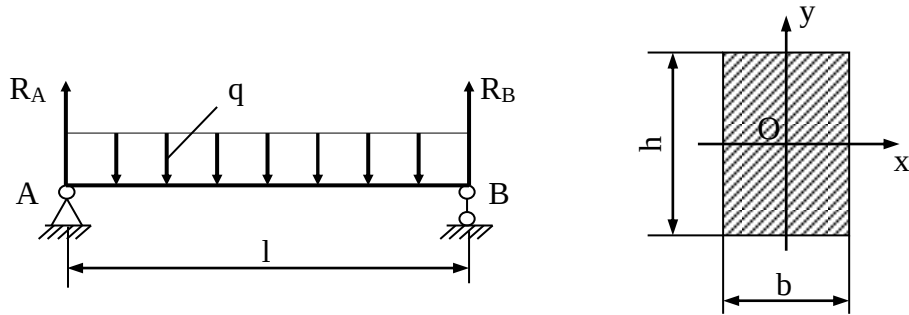
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

3.2. Các bài toán cơ bản

- Bài toán kiểm tra bền
- Bài toán chọn mặt cắt ngang
- Bài toán tính tải trọng cho phép

➤ **Chú ý :** Trong một số ít trường hợp, tại mặt cắt ngang có lực cắt Q_y lớn so với mômen uốn M_x (dầm ngắn hay gối) thì ngoài việc tính độ bền theo ứng suất pháp, ta phải kiểm tra bền theo ứng suất tiếp $\tau_{max} \leq [\tau]$.

* Ví dụ :



Một dầm bằng gỗ chịu tải trọng phân bố đều $q = 14 \text{ KN/m}$. Dầm có chiều dài $l = 4\text{m}$ mặt cắt ngang dầm hình chữ nhật với $h = 27\text{cm}$ $b = 17\text{cm}$, ứng suất cho phép của gỗ là $[\sigma] = 10\text{MN/m}^2$, $[\tau] = 2 \text{ MN/m}^2$. Hãy kiểm tra độ bền của dầm.

Giải:

* Tính nội lực và vẽ biểu đồ nội lực

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{14 \cdot 4}{2} = 28 \text{ KN}$$

Hợp lực của q là $Q = ql$

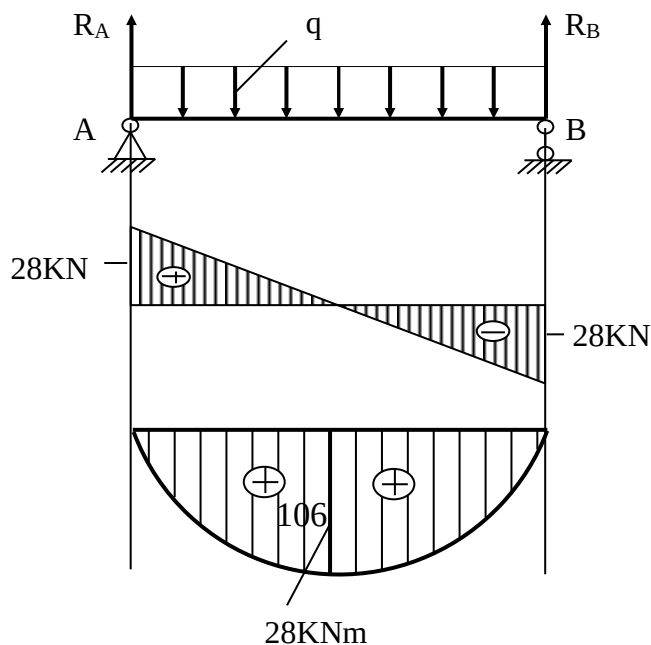
– Mặt cắt có mômen uốn lớn nhất là giữa dầm

$$M_{\max} = R_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 28 \text{ KNm}$$

– Còn với ứng suất tiếp thì mặt cắt ngang tại các gối đỡ là mặt cắt nguy hiểm

$$Q_{\max} = R_A = R_B = 28 \text{ KN}$$

$$Q_{\min} = R_A - q \cdot \frac{l}{2} = 0 \text{ (giữa dầm)}$$



(Tổng quát với dầm đơn giản tựa tự do trên hai gối đỡ chịu tải trong phân bố đều toàn phần ta luôn có $Q_{\max} = \frac{ql}{2}$ và $M_{\max} = \frac{ql^2}{4}$)

- Mômen chống uốn của mặt cắt ngang của dầm

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{17.27^2}{6} = 2,07.10^3 \text{ cm}^3 = 2,07.10^{-3} \text{ m}^3$$

- Diện tích mặt cắt ngang của dầm

$$F = 27.17 = 459 \text{ cm}^2 = 459 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

- * Kiểm tra bền theo ứng suất pháp

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{28.10^3}{2,07.10^{-3}} = 13,5.10^6 \text{ N/m}^2 > [\sigma] = 10.10^6 \text{ N/m}^2$$

- * Kiểm tra bền theo ứng suất tiếp

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q_{\max}}{F} = 1,5 \cdot \frac{28.10^3}{459.10^{-4}} = 0,915.10^6 \text{ N/m}^2$$

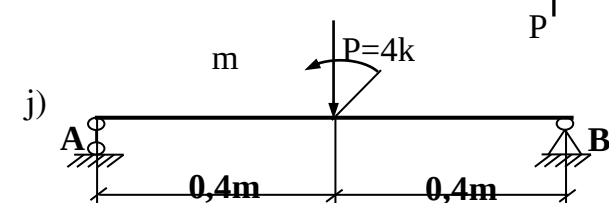
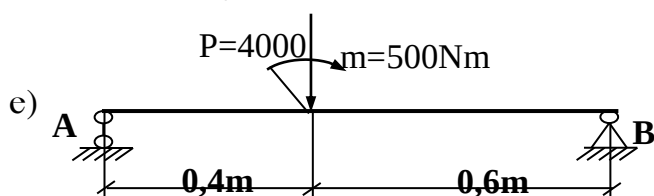
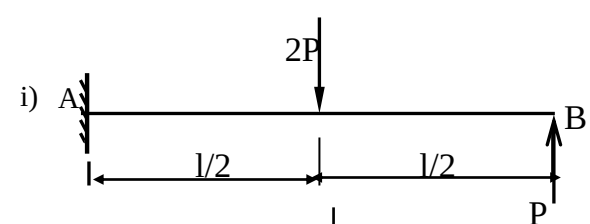
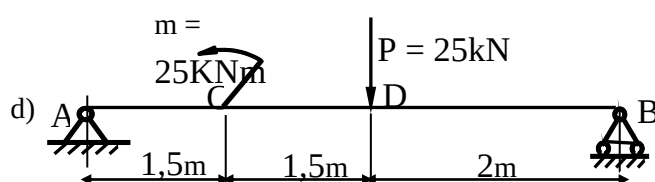
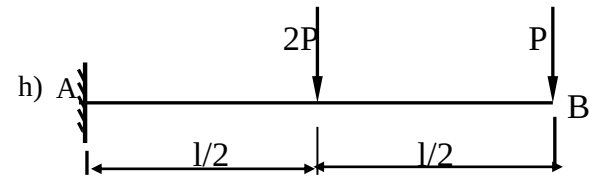
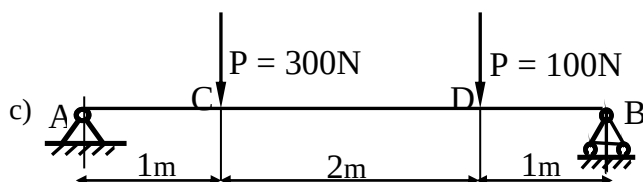
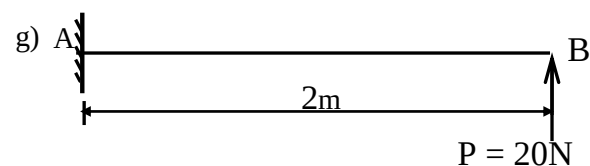
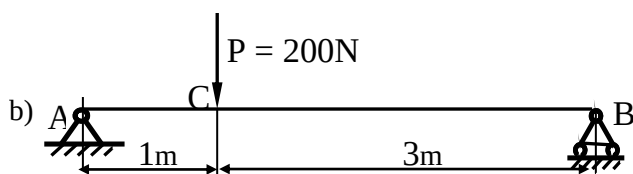
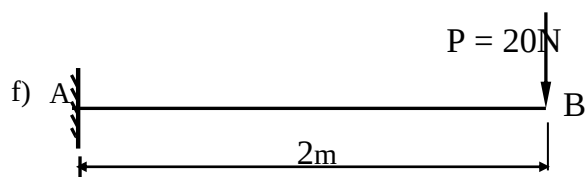
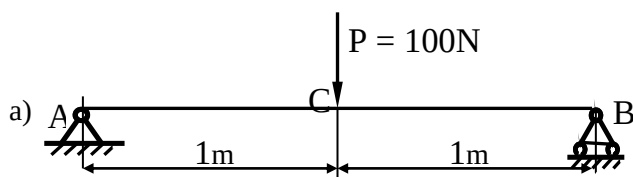
Kết luận : Dầm không đảm bảo độ bền

Câu hỏi ôn tập :

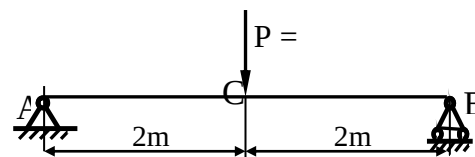
8. Thế nào là thanh chịu uốn ngang phẳng ? Cho ví dụ .
9. Lực cắt Q và mômen uốn M_x là gì? Qui tắc xác định trị số Q và M_x ?
10. Trình bày sự phân bố và công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn phẳng thuần túy?
11. Viết và giải thích công thức tính mômen chống uốn của các mặt cắt hình chữ nhật, tròn đặc, tròn rỗng, vuông
12. Trình bày sự phân bố và viết công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng?
13. Ứng suất tiếp do thành phần nội lực nào gây nên? Phân bố như thế nào trên mặt cắt ngang?
14. Trình bày điều kiện bền của dầm dựa vào ứng suất pháp, công thức tính ba bài toán cơ bản?
15. Khi nào cần kiểm tra điều kiện bền về ứng suất tiếp?

BÀI TẬP CHƯƠNG 10

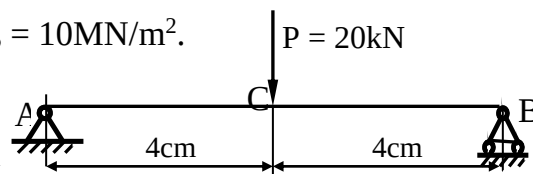
1. Vẽ biểu đồ nội lực cho các dầm chịu lực sau đây:



2. Dầm thép vuông đặt trên hai gối đỡ cách nhau 4m, tải trọng $P = 40\text{ kN}$ đặt chính giữa dầm. Mặt cắt ngang dầm hình vuông cạnh $a = 10\text{ cm}$, $[\sigma] = 300\text{ MN/m}^2$. Hãy kiểm tra cường độ của dầm?



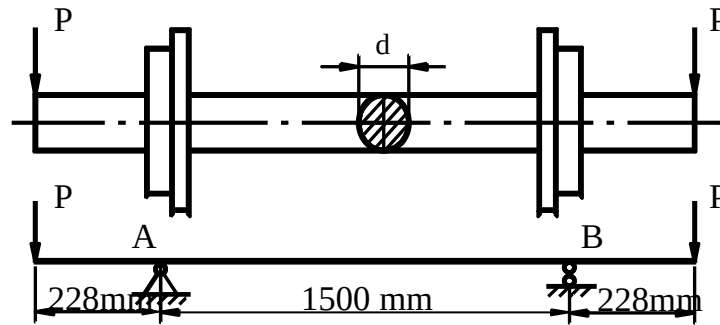
3. Chọn mặt cắt ngang hình chữ nhật của dầm bằng gỗ có chiều rộng $b = \frac{2}{3}h$, chịu mômen uốn $M_{x\max} = 30\text{ kNm}$. Biết gỗ có $[\sigma]_{\text{gỗ}} = 10\text{ MN/m}^2$.



4. Dầm AB dài $l = 8\text{ cm}$, có mặt cắt ngang hình chữ nhật, chịu tải trọng $P = 20\text{ kN}$

đặt chính giữa dầm. họn kích thước mặt cắt ngang dầm, biết $b = \frac{3}{4}h$, Ứng suất cho phép $[\sigma] = 10^5 \text{ MN/m}^2$.

5. Một trục bánh xe lửa có đường kính $d = 160 \text{ mm}$. Hãy kiểm tra bền trục biết trục làm bằng thép có $[\sigma] = 45 \text{ MN/m}^2$, tải trọng $P = 75 \text{ kN}$

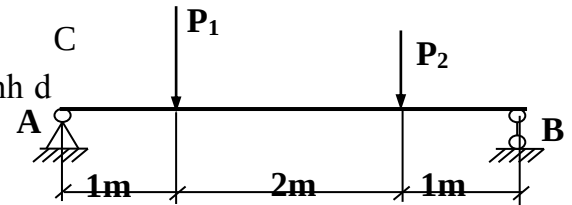


6.

hỗ dầm AB có mặt cắt ngang tròn đường kính $d = 4 \text{ cm}$, chịu tác dụng bởi các lực $P_1 = 2 \text{ kN}$, $P_2 = 1 \text{ kN}$

a) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm

b) Kiểm tra độ bền của dầm. Biết $[\sigma] = 300 \text{ MN/m}^2$

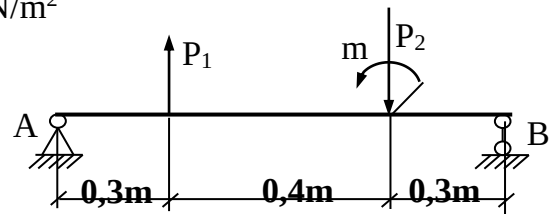


7. Cho dầm AB có mặt cắt ngang hình vuông cạnh

$a = 25 \text{ mm}$, chịu tác dụng các lực $P_1 = 1000 \text{ N}$, $P_2 = 1200 \text{ N}$ và $m = 500 \text{ Nm}$

a) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm

b) Kiểm tra độ bền của dầm. Biết $[\sigma] = 300 \text{ MN/m}^2$

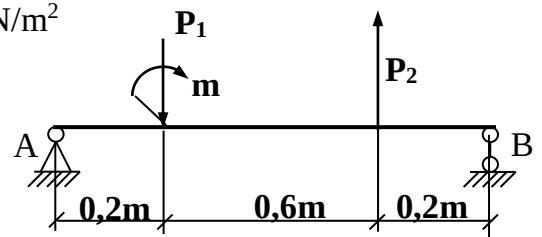


8. Cho dầm AB có mặt cắt ngang hình tròn có đường kính d , chịu tác dụng các ngoại lực:

$P_1 = 1200 \text{ N}$, $P_2 = 2000 \text{ N}$ và $m = 500 \text{ Nm}$

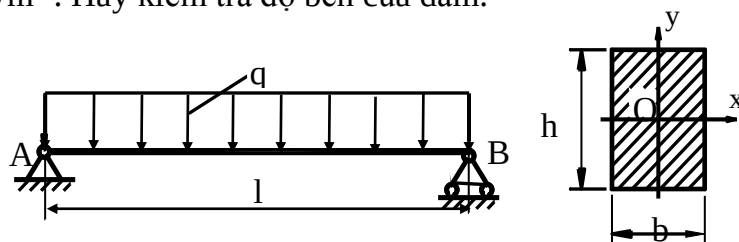
a) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm

b) Xác định đường kính d của dầm. Biết $[\sigma] = 300 \text{ MN/m}^2$



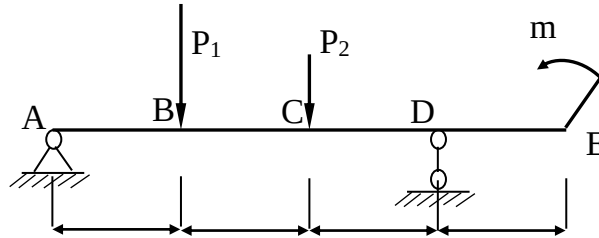
9. Một dầm bằng gỗ chịu tải trọng phân bố đều $q = 14 \text{ kN/m}$ (hình vẽ). Dầm có chiều dài $l = 4 \text{ m}$, mặt cắt ngang dầm hình chữ nhật với $h = 27 \text{ cm}$; $b = 17 \text{ cm}$;

$[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$. Hãy kiểm tra độ bền của dầm.



11. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm chịu lực như hình sau.

Biết $P_1 = 200\text{N}$, $P_2 = 50\text{N}$, $m = 200\text{Nm}$. Khoảng cách các đoạn như nhau và bằng $0,2\text{ m}$.



12. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm chịu lực như hình vẽ:

