

ỦY BAN NHÂN DÂN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG CAO ĐẲNG LÝ TỰ TRỌNG THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

GIÁO TRÌNH

MÔN HỌC/MÔ ĐUN: CƠ LÝ THUYẾT

NGÀNH/NGHỀ: CÔNG NGHỆ CHẾ TẠO MÁY

TRÌNH ĐỘ: CAO ĐẲNG

*Ban hành kèm theo Quyết định số: 180/QĐ-LTT-ĐT ngày 07 tháng 3 năm 2018
của Hiệu trưởng Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh*

LƯU HÀNH NỘI BỘ

TUYÊN BỐ BẢN QUYỀN

Tài liệu này thuộc loại sách giáo trình nên các nguồn thông tin có thể được phép dùng nguyên bản hoặc trích dùng cho các mục đích về đào tạo và tham khảo.

Mọi mục đích khác mang tính lệch lạc hoặc sử dụng với mục đích kinh doanh thiếu lành mạnh sẽ bị nghiêm cấm.

LỜI GIỚI THIỆU

Cơ lý thuyết được xây dựng trên cơ sở các tiên đề của Niu ton, nghiên cứu các quy luật tổng quát của chuyển động và cân bằng của các vật và về sự tương tác giữa chúng với nhau.

Cơ lý thuyết là môn học cơ sở, làm nền tảng cho các môn học kỹ thuật cơ sở và kỹ thuật chuyên ngành như sức bền vật liệu, nguyên lý chi tiết máy,...

Căn cứ vào nội dung và các đặc điểm của bài toán khảo sát, môn học được chia thành 2 phần:

Phần 1. Tĩnh học: Nghiên cứu các quy luật cân bằng của vật thể dưới tác dụng của lực.

Phần 2. Động học: Nghiên cứu các quy luật chuyển động của vật thể. Đối tượng vật thể được nghiên cứu trong động học là động điểm và vật rắn.

Cơ lý thuyết là môn khoa học có tính hệ thống và được trình bày rất chặt chẽ. Khi nghiên cứu môn học này đòi hỏi người học phải nắm vững các khái niệm cơ bản, tiên đề và phải vận dụng thành thạo các công cụ giải toán như phương pháp giải tích, các phép tính tích phân, vi phân,... để áp dụng giải các bài tập.

Tác giả chân thành cảm ơn các đồng nghiệp trong bộ môn cơ sở Cơ khí và Khoa Cơ khí Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh về những giúp đỡ quý báu trong quá trình biên soạn.

Trong quá trình biên soạn không thể tránh được một vài sai sót, để giáo trình ngày càng hoàn thiện hơn, chúng tôi rất mong được nhận được các ý kiến đóng góp quý báu của độc giả. Mọi ý kiến xin liên hệ về văn phòng Khoa Công nghệ Cơ khí Trường Cao đẳng Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh – 390 Hoàng Văn Thụ, Phường 4, Quận Tân Bình, TP.HCM.

Thành phố Hồ Chí Minh, ngày 15 tháng 04 năm 2018

Tham gia biên soạn

1. Phan Thị Xuân Trang – Chủ biên
2. Dương Thị Hồng – Đồng chủ biên

MỤC LỤC

	TRANG
Lời giới thiệu	2
Mục lục	3
Chương trình môn học	4
Chương 1. Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học.....	7
Chương 2. Hệ lực phẳng.....	19
Chương 3. Hệ lực không gian.....	39
Chương 4. Động học điểm.....	48
Chương 5. Chuyển động cơ bản của vật rắn	58
Chương 6. Tổng hợp chuyển động của điểm	66
Chương 7. Chuyển động song phẳng của vật rắn.....	72

CHƯƠNG TRÌNH MÔN HỌC

Tên môn học: CƠ LÝ THUYẾT

Mã số của môn học: CK105

Thời gian của môn học 30 giờ. (Lý thuyết: 28 giờ; Thực hành, thí nghiệm, thảo luận, bài tập: 0 giờ; Kiểm tra: 2 giờ)

I. Vị trí, tính chất của học phần:

- Vị trí: Môn học cơ lý thuyết là môn học kỹ thuật cơ sở. Nội dung kiến thức của nó hỗ trợ cho việc học tập các môn kỹ thuật cơ sở khác và các môn chuyên môn có liên quan. Môn học được xếp ngay vào năm thứ nhất.

- Tính chất: Cơ lý thuyết có tính chất lý luận tổng quát. Trong chuyên môn kỹ thuật nó được vận dụng để giải nhiều bài toán kỹ thuật. Cơ lý thuyết sử dụng công cụ toán là chủ yếu. Lý thuyết của các chương được sử dụng theo phương pháp tiên đề nên rất chặt chẽ.

II. Mục tiêu học phần:

Mô tả tóm tắt nội dung học phần

- Kiến thức: Trình bày được các tiên đề, định luật cơ bản về tĩnh học, động học. Xác định được các loại liên kết, vẽ được các phản lực liên kết.

- Kỹ năng: Sử dụng thành thạo điều kiện cân bằng của hệ lực để giải các bài toán liên quan đến kết cấu chịu lực, xác định được các thông số cơ bản (phương trình chuyển động, vận tốc, gia tốc v.v...) của điểm và vật rắn theo hình thức chuyển động tương ứng, phục vụ cho việc học tập các học phần cơ sở khác và các học phần chuyên ngành.

- Năng lực tự chủ và trách nhiệm: có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

III. Nội dung học phần:

1. Nội dung tổng quát và phân bổ thời gian:

Số TT	Tên các bài trong học phần	Thời gian (giờ)			
		Tổng số	Lý thuyết	Thực hành / thực tập/ thí nghiệm/ bài tập/ thảo luận	Kiểm tra
	Phần I : Tĩnh học				

I	Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học. 1. Những khái niệm cơ bản. 2. Các tiên đề tĩnh học. 3. Liên kết và phản lực liên kết. 4. Các hệ quả	3	3	0	0
II	Hệ lực phẳng 1. Vector chính và moment chính của hệ lực phẳng 2. Thu gọn hệ lực phẳng 3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng	6	3	3	0
III	Hệ lực không gian. 1. Vector chính và moment chính của hệ lực không gian 2. Thu gọn hệ lực phẳng 3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng	7	3	3	1
IV	Phần II Động lực. Động học điểm. 1. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp giải tích. 2. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tự nhiên 3. Một số chuyển động thường gặp	4	2	2	0
V	Chuyển động cơ bản của vật rắn. 1. Chuyển động tịnh tiến. 2. Chuyển động của vật quay quanh trục cố định. 3. Chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay quanh một trục cố định	5	2	2	1
VI	Chuyển động tổng hợp của điểm. 1. Khái niệm và định nghĩa các chuyển động trong chuyển động tổng hợp. 2. Định lý hợp vận tốc.	2	1	1	0
VII	Chuyển động song phẳng.	3	2	1	0

	1. Khái niệm và phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng. 2. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp tịnh tiến và quay. 3. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phép quay quanh tâm vận tốc tức thời.				
	Cộng	30	16	12	2

PHẦN I. TÍNH HỌC
CHƯƠNG 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ TÍNH HỌC
Mã chương: CK105-01

Giới thiệu:

Chương 1 đưa ra một số các khái niệm cơ bản và các tiên đề tính học, làm tiền đề để người học xác định được đối tượng nghiên cứu của môn học và làm cơ sở xây dựng phương trình cân bằng để giải các bài toán trong môn học.

Mục tiêu:

- + Trình bày được các khái niệm về vật rắn tuyệt đối, lực, hệ lực...
- + Phân tích được các loại liên kết.
- + Vẽ được các phản lực liên kết.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Những khái niệm cơ bản

1.1. Vật rắn tuyệt đối

Vật rắn tuyệt đối là tập hợp các chất điểm mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ thuộc vật luôn luôn không đổi.

(Vật rắn tuyệt đối là vật có hình dáng hình học luôn luôn không đổi trong quá trình chịu lực).

1.2. Trạng thái cân bằng của vật rắn

Là trạng thái vật rắn đứng yên hoặc chuyển động đều so với một vật khác được chọn làm chuẩn (hệ qui chiếu). Trong tĩnh học, hệ qui chiếu được chọn phải thỏa mãn định luật quán tính của Newton (hệ qui chiếu đứng yên tuyệt đối), cân bằng như vậy được gọi là cân bằng tuyệt đối.

1.3. Lực

1.3.1. Định nghĩa

Lực là tác dụng tương hỗ giữa các vật mà kết quả gây nên sự thay đổi hình dáng và trạng thái chuyển động của các vật đó.

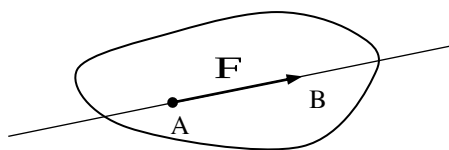
Lực được ký hiệu bằng các chữ in hoa có mũi tên ở trên: $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}, \vec{S}, \vec{T}$

- Đơn vị

Đơn vị của lực là Newton (N).

$$1\text{KN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1\text{MN} = 10^3 \text{ KN} = 10^6 \text{ N}$$



- Các yếu tố xác định lực

Lực là đại lượng vector được xác định bởi ba yếu tố:

- . Điểm đặt
- . Phương chiều
- . Trị số

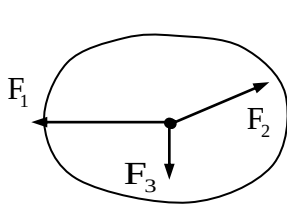
- Cách biểu diễn lực

Vector lực có:

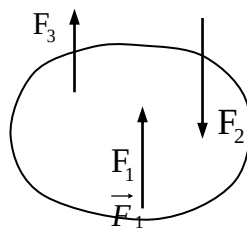
- . Góc trùng với điểm đặt lực.
- . Hướng (phương chiều) trùng với hướng của lực.
- . Độ dài tỷ lệ với trị số của lực.

Đường thẳng chứa vector lực gọi là đường tác dụng lực.

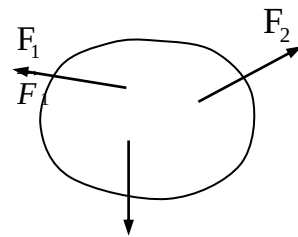
1. 3.2. Hệ lực: Là tập hợp nhiều lực cùng tác dụng lên một vật.



Hệ lực đồng quy



Hệ lực song song



Hệ lực bất kỳ

Hệ lực ký hiệu: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

- Hệ lực cân bằng: Là hệ lực khi tác dụng vào vật sẽ không làm thay đổi trạng thái cơ học của vật đó hay nói cách khác là hệ lực tương đương với 0

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx 0$$

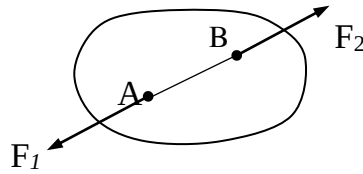
- Hai hệ lực tương đương: Là hai hệ lực có cùng tác dụng cơ học

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$$

- Hợp lực: Là một lực có tác dụng cơ học tương đương với tác dụng cơ học của cả một hệ lực.

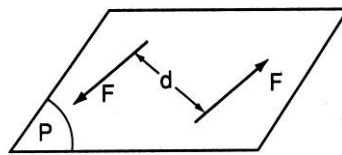
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx \vec{R}$$

- Hai lực trực đối: Là hai lực có cùng đường tác dụng, cùng trị số và ngược chiều nhau.



1.3.3. Ngẫu lực: là hệ gồm có hai lực song song, ngược chiều và cùng cường độ

Một ngẫu lực được xác định bởi các yếu tố sau:

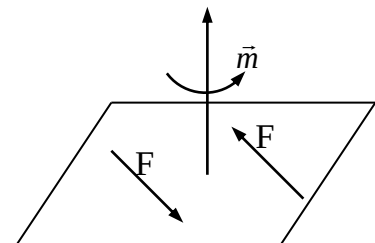


- Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực: là mặt phẳng chứa hai lực thành phần của ngẫu lực (gọi tắt là mặt phẳng ngẫu lực)
- Chiều quay của ngẫu lực trong mặt phẳng ngẫu lực (cùng hay ngược chiều kim đồng hồ)
- Cường độ tác dụng của ngẫu lực được đặc trưng bởi tích số $F \cdot d$ được gọi là trị số mômen ngẫu lực. Trong đó F là trị số của các lực thành phần, d là khoảng cách vuông góc giữa hai lực thành phần, được gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực.

Đơn vị ngẫu lực: Nm và các bội số của nó là KNm, MNm

- Trong không gian: Ngẫu lực được biểu diễn bằng vector mômen ngẫu lực, ký hiệu là $\vec{m}$, được xác định như sau:

- Phương: vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
- Chiều nhìn từ ngọn xuống gốc vectơ thấy chiều quay của ngẫu lực ngược chiều quay kim đồng hồ.
- Môđun của vectơ mômen ngẫu lực bằng trị số mô men ngẫu lực.



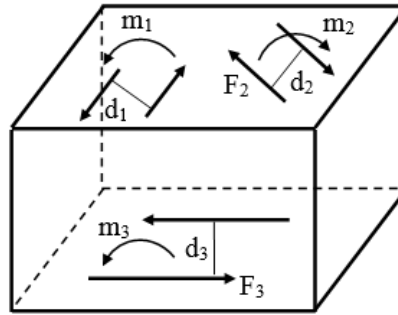
Quy ước: gốc vectơ $\vec{m}$ nằm trên mặt phẳng ngẫu lực.

Trong trường hợp các ngẫu lực tác dụng trong cùng một mặt phẳng hoặc trong các mặt phẳng song song với nhau, ngẫu lực được biểu diễn qua mômen đại số ngẫu lực, ký hiệu $\bar{m} = \pm F \cdot d$

Quy ước: $m > 0$ khi chiều quay ngẫu lực ngược chiều kim đồng hồ.

$m < 0$ trong trường hợp ngược lại.

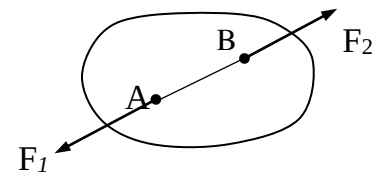
Ví dụ:



2. Các tiên đề tĩnh học

2.1. Tiên đề 1 (Tiên đề về cặp lực cân bằng)

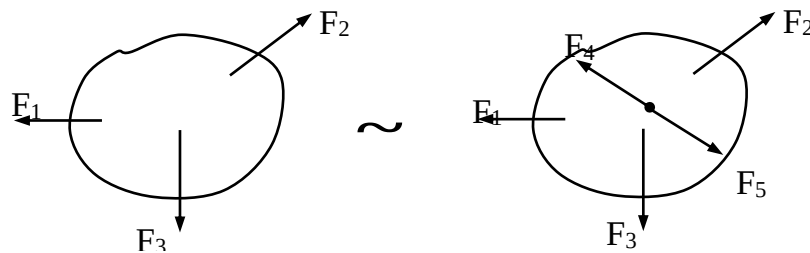
Điều kiện cần và đủ để hai lực tác dụng lên một vật rắn cân bằng là chúng phải trực đối nhau.



2.2. Tiên đề 2 (Tiên đề về thêm hoặc bớt những cặp lực cân bằng)

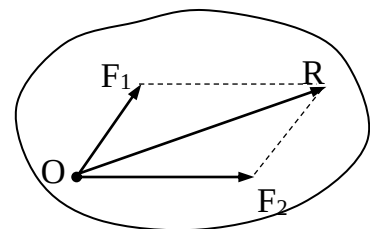
Tác dụng cơ học của một hệ lực lên một vật rắn không thay đổi nếu ta thêm vào hoặc bớt đi những cặp lực cân bằng.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5)$$



2.3. Tiên đề 3 (Tiên đề về đường chéo hình bình hành)

Hai lực đặt tại một điểm tương đương với một lực đặt tại điểm đó và được biểu diễn bằng vectơ đường chéo hình bình hành mà hai cạnh là hai lực đã cho.

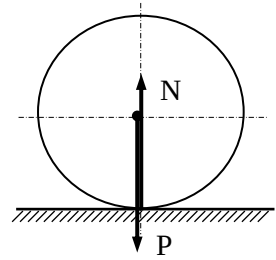


$$\vec{R} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ hay } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

2.4. Tiên đề 4 (Tiên đề về lực tác dụng và phản lực tác dụng)

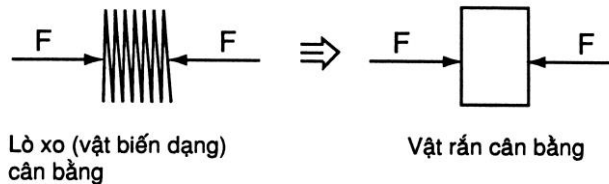
Lực tác dụng và phản lực là hai lực trực đối.

Chú ý: Lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng đặt vào hai vật khác nhau.



2.5. Tiên đề 5 (Tiên đề hoá rắn).

Một vật biến dạng đã cân bằng dưới tác dụng của một hệ lực thì khi hoá rắn nó vẫn cân bằng.



Như vậy hệ lực tác dụng lên “vật biến dạng cân bằng” cũng thỏa mãn các điều kiện của hệ lực tác dụng lên vật rắn cân bằng . Do đó có thể sử dụng các kết quả khảo sát đối với vật rắn cân bằng cho trường hợp vật rắn biến dạng cân bằng. Tuy nhiên nó chỉ là điều kiện cần chứ không phải là điều kiện đủ. Để khảo sát bài toán cân bằng vật rắn biến dạng, ngoài ra kết quả nhận được khi khảo sát vật rắn cân bằng, cần thêm vào các giả thiết về biến dạng.

3. Liên kết và phản lực liên kết

3.1. Khái niệm về vật tự do và vật chịu liên kết

- Vật tự do khi nó có thể thực hiện chuyển động tùy ý theo mọi phương trong không gian mà không bị cản trở.

- Vật chịu liên kết (vật không tự do) khi nó có một vài phương chuyển động bị cản trở (còn gọi là vật khảo sát).

- Vật gây ra sự cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là vật gây liên kết.

* Do tác dụng tương hỗ:

- Vật khảo sát tác dụng lên vật gây liên kết một lực gọi là lực tác dụng.

- Vật gây liên kết tác dụng lên vật khảo sát một lực gọi là phản lực liên kết.

- Những điều kiện cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là liên kết.

* Phản lực liên kết có những tính chất sau:

- Phản lực liên kết bao giờ cũng đặt vào vật khảo sát, tại chỗ tiếp xúc giữa hai vật.

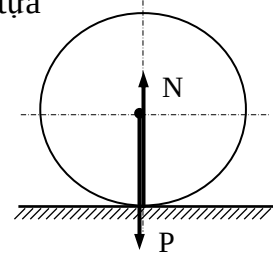
- Phản lực liên kết cùng phương, ngược chiều với chiều chuyển động bị cản trở của vật khảo sát.

- Trị số của phản lực liên kết phụ thuộc vào lực tác dụng lên vật khảo sát.

3.2. Các liên kết thường gặp

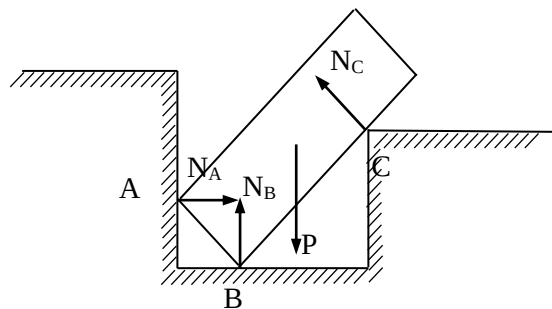
3.2.1. Liên kết hoàn toàn trơn (không có ma sát) hay liên kết tựa

Vật khảo sát tựa trên vật gây liên kết. Phản lực liên kết (áp lực) có phương vuông góc với mặt tiếp xúc chung giữa vật khảo sát và vật gây liên kết, có chiều hướng vào vật khảo sát.



Ký hiệu $\vec{N}$, trị số N chưa biết.

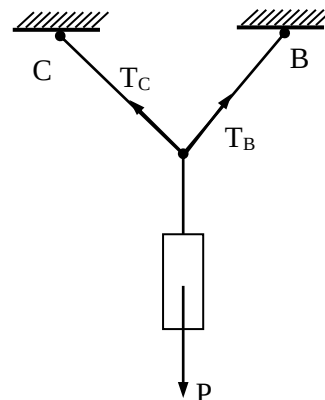
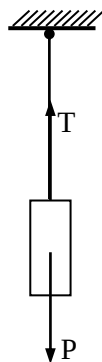
Ví dụ:



3.2.2. Liên kết dây mềm

Vật gây liên kết là dây treo cản trở vật rơi. Phản lực liên kết (sức căng) có phương dọc theo dây và ngược chiều kéo căng.

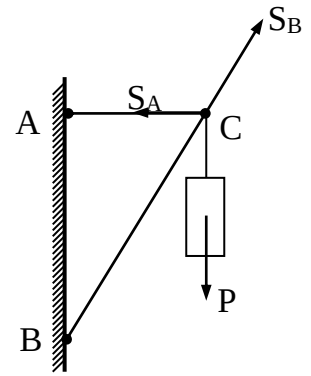
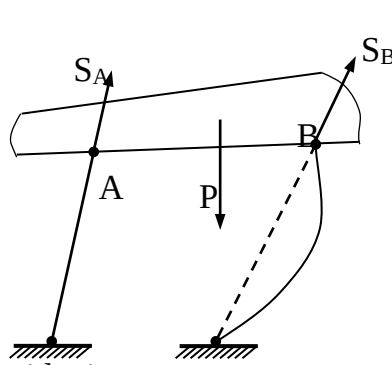
Ký hiệu $\vec{T}$, trị số T chưa biết.



3.2.3. Liên kết thanh

Vật gây liên kết là những thanh thẳng hay cong, không bị biến dạng. Phản lực liên kết (ứng lực) có phương dọc theo thanh, có chiều hướng vào vật khảo sát.

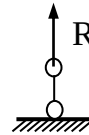
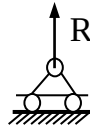
Ký hiệu $\vec{S}$, trị số S chưa biết.



3.2.4. Liên kết bản lề: Có hai loại

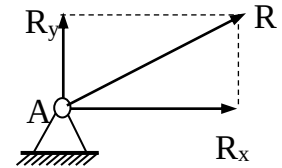
a. Liên kết bản lề di động

- Phản lực giống phản lực liên kết tựa, đặt tại tâm bản lề.
- Ký hiệu $\vec{R}$, trị số R chưa biết.



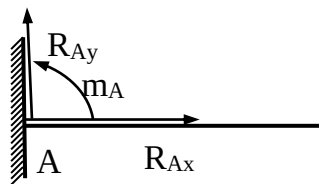
b. Liên kết bản lề cố định

- Bản lề cố định cản trở vật khảo sát chuyển động theo phương ngang và phương thẳng đứng. Do đó phản lực liên kết có hai thành phần $\vec{R}_x$ và $\vec{R}_y$.

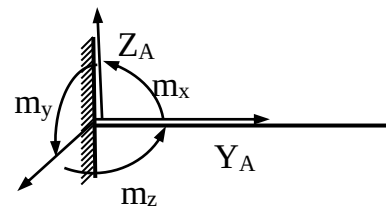


3.2.5. Liên kết ngàm: là liên kết khi vật được nối cứng vào một vật khác.

- #### a. Ngàm phẳng: Phản lực liên kết gồm hai lực vuông góc với nhau và một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng chứa hai lực.



Ngàm phẳng



Ngàm không

- #### b. Ngàm không gian: Phản lực liên kết gồm ba thành phần lực vuông góc với nhau (dọc theo ba trục tọa độ) và ba thành phần ngẫu lực trong mặt phẳng tọa độ.

Khi khảo sát vật rắn, ta phải tách vật rắn ra khỏi liên kết và xác định hệ lực tác dụng lên vật rắn đó. Hệ lực tác dụng gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

Muốn thế, ta lần lượt thay các liên kết bằng các phản lực liên kết tương ứng, công việc đó gọi là giải phóng liên kết. Sau khi giải phóng liên kết, vật khảo sát được coi như vật rắn tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ lực gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

3.3. Tiên đề 6: Tiên đề giải phóng liên kết

“Vật chịu liên kết có thể xem là vật tự do nếu thay thế tác dụng của vật gây liên kết lên vật khảo sát bằng các phản lực liên kết tương ứng”

4. Các hệ quả

4.1. Hệ quả 1

Tác dụng của lực không thay đổi khi ta trượt lực dọc theo đường tác dụng của nó (lực được coi là vector trượt)

4.2. Hệ quả 2

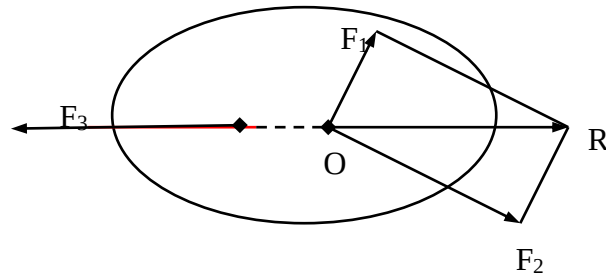
Với một hệ lực cân bằng thì một lực bất kỳ thuộc hệ lấy ngược lại sẽ là hợp lực của các lực còn lại.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

$$-\vec{F}_1 \sim (\vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$

4.3. Định lý ba lực cân bằng

“Ba lực cân bằng cùng nằm trong một mặt phẳng, nếu không song song thì đường tác dụng phải đồng quy tại một điểm”.



* Chứng minh:

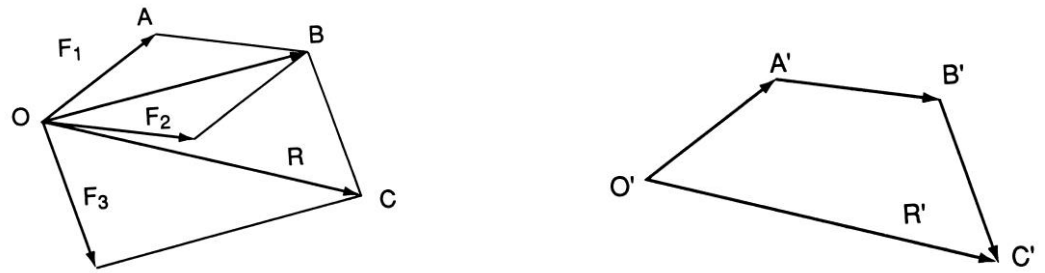
$$\vec{F}_1, \vec{F}_2 \text{ đồng qui nên } (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$$

$$\text{Vì } (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim 0 \text{ nên } (\vec{R}, \vec{F}_3) \sim 0$$

Theo tiên đề 1 thì $(\vec{R} \& \vec{F}_3)$ là hai lực có cùng đường tác dụng nên chúng đồng qui nhau.

4.4. Hợp các lực đồng qui

Giả sử có hệ lực đặt tại 0 (trường hợp lực có đường tác dụng gặp nhau tại 0 thì áp dụng hệ quả 1 để đưa về dạng hệ lực đặt tại 0). Từ tiên đề 3, ta tìm được hợp lực $\vec{R}$ của hệ lực.



Hợp lực đi qua điểm đồng quy O và có vector hợp lực

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i$$

Để xác định vector của hợp lực, ta có thể sử dụng phương pháp vẽ hoặc phương pháp xác định hình chiếu của nó trên ba trục tọa độ vuông góc.

a. Phương pháp vẽ

Từ một điểm O' bất kỳ trong mặt phẳng chứa đường tác dụng của lực, lần lượt đặt liên tiếp các vector sao cho song song, cùng chiều, cùng trị số với các lực thành phần. Hợp lực được biểu diễn bằng vector khép kín của đa giác lực được xây dựng bởi các vector đã vẽ ở trên

Vector khép kín $\vec{R}'$ của đa giác lực xuất phát từ một điểm O' bất kỳ được gọi là vector chính của hệ lực.

$$\vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Từ đó ta có định lý: Hợp lực của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vector chính của hệ lực đặt tại điểm đồng quy.

b. Phương pháp chiếu lực

Chiếu 2 vế của đẳng thức vector $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ lên 3 trục tọa độ vuông góc, ta được:

$$R_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

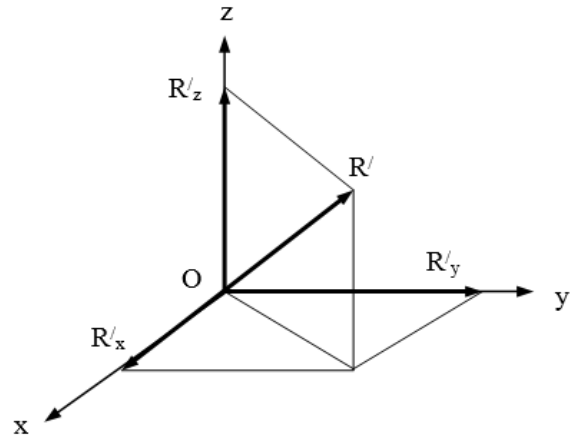
$$R_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

$$R_z = \bar{F}_{1z} + \bar{F}_{2z} + \dots + \bar{F}_{nz} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iz}$$

Đó là ba hình chiếu của vector hợp lực lên 3 trục tọa độ vuông góc. Từ đó có thể xác định được trị số, phương, chiều của vector hợp lực:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

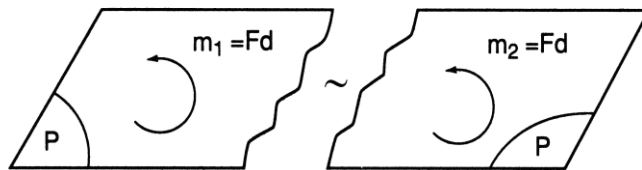
$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{R_x}{R} \\ \cos \beta = \frac{R_y}{R} \\ \cos \gamma = \frac{R_z}{R} \end{cases}$$



(α, β, γ là các góc hợp bởi $\vec{R}$ với các trục Ox, Oy, Oz)

4.5. Các định lý biến đổi tương đương ngẫu lực

Định lý 4.3: Hai ngẫu lực cùng nằm trong một mặt phẳng, có cùng chiều quay và cùng trị số mômen (tức cùng mômen đại số) thì tương đương nhau.

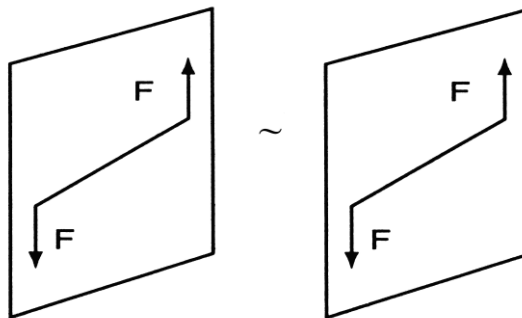


Từ định lý này có thể suy ra hai hệ quả:

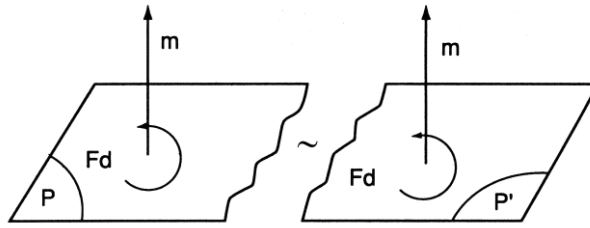
Hệ quả 1: Tác dụng ngẫu lực không thay đổi khi dời tùy ý nó (giữ nguyên chiều quay và trị số mômen) trong mặt phẳng ngẫu lực.

Hệ quả 2: Có thể thay đổi tay đòn của ngẫu lực mà tác dụng của nó không thay đổi, nếu giữ nguyên chiều quay và trị số mômen.

Định lý: Tác dụng ngẫu lực không thay đổi khi dời nó đến những mặt phẳng song song.



Định lý: Hai ngẫu lực có cùng vector mômen thì tương đương nhau.

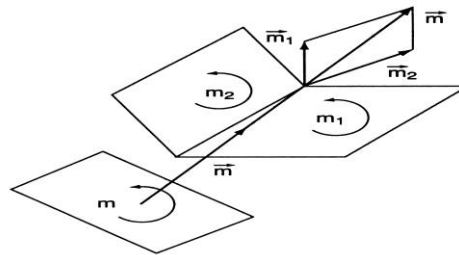


Như vậy, tác dụng của ngẫu lực hoàn toàn được đặc trưng bằng véc tơ mômen ngẫu lực $\vec{m}$.

Trong trường hợp riêng, khi xét tác dụng của ngẫu lực trong mặt phẳng thì tác dụng của nó hoàn toàn được đặc trưng bằng mômen đại số ngẫu lực.

$$\bar{m} = \pm Fd$$

Định lý: Hợp các ngẫu lực được một ngẫu lực có véc tơ mômen bằng tổng các véc tơ mômen của các ngẫu lực đã cho.



$$\vec{m} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_i$$

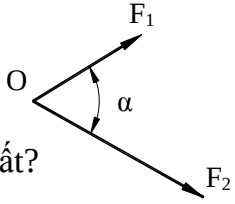
Trường hợp đặc biệt: Hợp các ngẫu lực nằm trong cùng mặt phẳng, ta được một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng đã cho, có mômen đại số bằng tổng các mômen đại số của các ngẫu lực đã cho.

$$\bar{m} = \sum_{i=1}^n \bar{m}_i$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Nêu các khái niệm cơ bản về lực và hệ lực. Trình bày hệ thống các tiên đề tĩnh học – ý nghĩa và vai trò của từng tiên đề.
2. Định nghĩa liên kết và phản lực liên kết. Nêu phương pháp xác định các phản lực liên kết.
3. Nêu các phép biến đổi tương đương về lực. Tại sao lực được biểu diễn bằng vectơ trượt?

4. Định nghĩa ngẫu lực. Các yếu tố đặc trưng của ngẫu lực. Nêu các phép biến đổi tương đương ngẫu lực ? Mômen đại số của ngẫu lực? Véc tơ mômen ngẫu lực? Tại sao ngẫu lực được biểu diễn bằng 1 véc tơ tự do?
5. Xác định ngẫu lực tương đương với hệ ngẫu lực đã cho (trường hợp hệ ngẫu lực phẳng, hệ ngẫu lực không gian).
6. Thế nào là vật rắn tuyệt đối? Khi nào có thể xem vật là vật rắn tuyệt đối?
7. Lực là gì? Nêu các yếu tố xác định lực và trình bày cách biểu diễn lực?
8. Hai hệ lực cân bằng có tương đương nhau không? Vì sao?
9. Nêu và giải thích các tiên đề tĩnh học?
10. Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cùng đặt ở điểm O.



 - Với góc α bằng bao nhiêu thì hợp lực $\vec{R}$ có trị số lớn nhất?
 - Đặt thêm vào điểm O lực $\vec{F}_3$ như thế nào thì hệ $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ cân bằng?
11. Vì sao lực tác dụng và lực phản tác dụng không phải là hai lực cân bằng?
12. Liên kết là gì? Phản lực liên kết là gì? Nêu các tính chất của phản lực liên kết?
13. Biểu diễn các liên kết thường gặp trên hình vẽ. Xác định phản lực các liên kết đó?
14. Giải phóng liên kết là gì? Phát biểu tiên đề giải phóng liên kết?
15. Ngẫu lực là gì? Vì sao nói ngẫu lực không tương đương với một lực?
16. Trị số mômen ngẫu lực và mômen ngẫu lực có gì khác nhau? Cho ví dụ cụ thể?
17. Hãy chứng minh: “Trị số mômen ngẫu lực bằng hai lần diện tích tam giác lập bởi một lực của ngẫu lực và điểm đặt của lực kia”.
18. Hãy lấy những ví dụ chứng tỏ rằng ngẫu lực chỉ sinh ra tác dụng quay.
19. Nêu các tính chất của ngẫu lực?
20. Nêu điều kiện cân bằng của hệ ngẫu lực phẳng?

CHƯƠNG 2. HỆ LỰC PHẪNG

Mã chương: CK105-02

Giới thiệu:

Chương 2 đưa ra một số công thức tính như tính hợp lực của hệ lực khi các lực không cùng phương, cách tính mô men của 1 lực đối với 1 điểm. Dựa vào hai công thức này kết hợp với phương pháp thu gọn hệ lực về một tâm, xây dựng điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng để đi tính toán các dạng toán hệ lực phẳng.

Mục tiêu:

- + Trình bày được định lý dời lực song song.
- + Phân tích được phương pháp thu gọn hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm.
- + Giải thích được các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng bất kỳ.
- + Vận dụng thành thạo các kiến thức vừa học để giải toán.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Véc tơ chính và mômen chính của hệ lực phẳng

1.1. Véc tơ chính của hệ lực phẳng

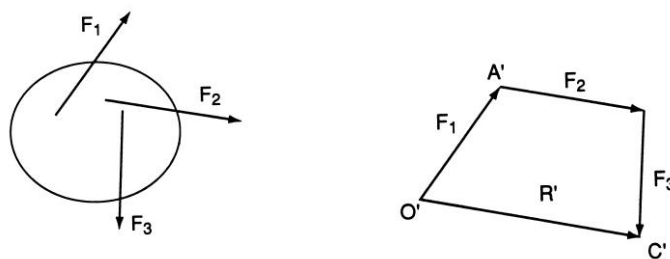
1.1.1. Định nghĩa

Cho hệ lực phẳng $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$. Véc tơ chính của hệ lực, ký hiệu $\vec{R}'$ là véc tơ tổng của các véc tơ lực của hệ lực.

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

1.1.2. Xác định véc tơ chính của hệ lực phẳng

* Có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác lực. Trong trường hợp này, đa giác lực là đa giác phẳng



* Cũng có thể xác định véc tơ chính qua các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ vuông góc. Trong trường hợp này, chỉ cần xác định hai hình chiếu của nó trên hai trục vuông góc nhau.

$$R'_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

$$R'_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

Trị số và phương chiều của véc tơ chính được xác định theo công thức:

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y}, \quad \cos\alpha = \frac{R'_x}{R'}, \quad \cos\beta = \frac{R'_y}{R'}$$

(α, β là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục ox, oy)

1.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

1.2.1. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của một lực đối với điểm O, ký hiệu $\bar{m}_O(\vec{F})$ là một đại lượng đại số.

$$\bar{m}_O(\vec{F}) = \pm Fd \text{ (Nm)}$$

Trong đó: - F là trị số của lực

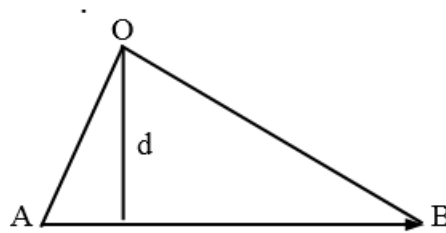
- d là khoảng cách vuông góc từ O đến đường tác dụng của lực.

Qui ước: $\bar{m}_O(\vec{F}) > 0$ khi lực có chiều quay quanh O ngược chiều kim đồng hồ

$\bar{m}_O(\vec{F}) < 0$ trong trường hợp ngược lại.

Chú ý: Mômen của lực đối với điểm bằng 0 khi lực đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$).

Về trị số, mômen của lực đối với điểm bằng hai lần diện tích tam giác có đỉnh là điểm lấy mômen, có đáy là véc tơ lực.

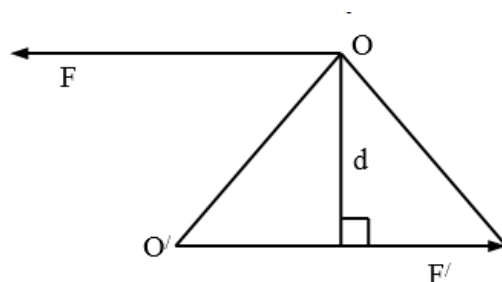


$$|\bar{m}_O(\vec{F})| = 2 \text{ dt } \Delta OAB$$

Mômen của ngẫu lực bằng mômen của một lực thành phần đối với điểm nằm trên đường tác dụng của lực thành phần kia.

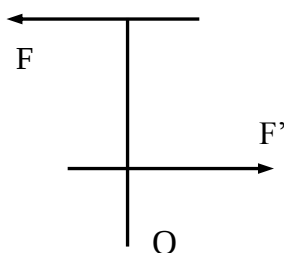
$$\bar{m} = Fd = \bar{m}_{O'}(\vec{F}) = \bar{m}_O(\vec{F}')$$

(O nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}$ & O' nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}'$)



Mômen của ngẫu lực $(\vec{F}, \vec{F}')$ đối với một điểm O bất kỳ (tức tổng mô men của lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đối với O) chính bằng mômen của ngẫu lực.

$$\bar{m} = \bar{m}_0(\vec{F}) + \bar{m}_0(\vec{F}')$$



1.2.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

Mômen chính của hệ lực phẳng đối với điểm O là đại lượng đại số, ký hiệu $\bar{m}^0$ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với điểm O.

$$\bar{m}^0 = \bar{m}_0(\vec{F}_1) + \bar{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \bar{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_0(\vec{F}_i)$$

Nhận xét:

– Vectơ chính tự do, còn mô men chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen, nghĩa là mômen chính đối với hai điểm khác nhau sẽ khác nhau.

$$\bar{m}^0 = \bar{m}^{0'} + \bar{m}_{0'}(\vec{R}_0')$$

Trong đó: $\bar{m}^0$ và $\bar{m}^{0'}$ là mômen chính của hệ lực đối với điểm O và O' tương ứng

$\bar{m}_{0'}(\vec{R}_0')$ là mômen đối với điểm O' của vectơ chính đặt tại điểm O.

– Đối với hệ lực đồng quy thì mômen chính của hệ lực đối với điểm đồng quy bằng 0.

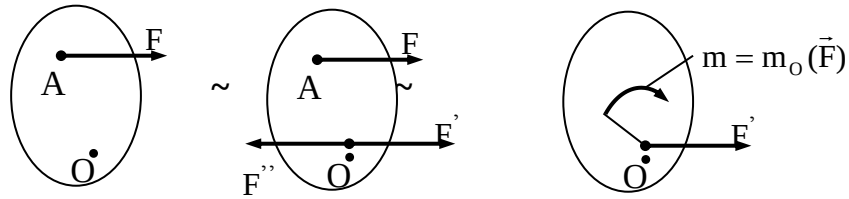
– Đối với hệ ngẫu lực thì vectơ chính của hệ ngẫu lực luôn bằng 0, còn mômen chính của hệ ngẫu lực đối với điểm bất kỳ O nào cũng bằng mômen của ngẫu lực tổng cộng (tức là bằng tổng mômen của các ngẫu lực thành phần của hệ ngẫu lực).

2. Thu gọn hệ lực phẳng

2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}'$ đặt tại O và một ngẫu lực có mômen bằng mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ \& } \vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F})]$$



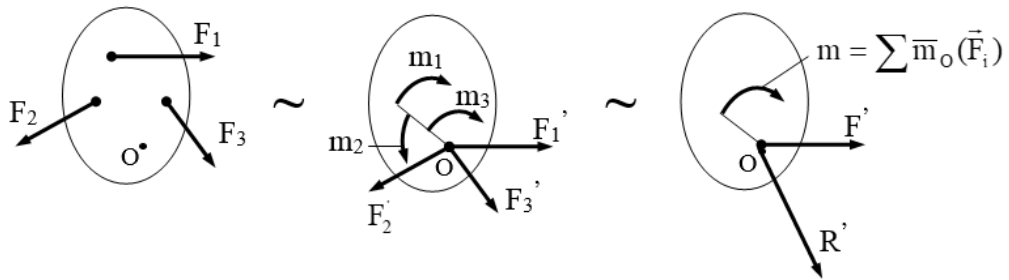
Chứng minh : Đặt tại O hai lực cân bằng $(\vec{F}', \vec{F}'')$ có cùng trị số với lực $\vec{F}$.

Theo tiên đề 2, ta có $\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim [\vec{F}' \text{ và } (\vec{F}, \vec{F}'')]$

$(\vec{F}, \vec{F}'')$ là một ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F})$

2.2. Thu gọn hệ ngẫu lực phẳng về một tâm

Lấy một điểm O trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực gọi là tâm thu gọn. Áp dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O.



$$\vec{F}_1 \sim \vec{F}_1' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_1 = \vec{m}_O(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \sim \vec{F}_2' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_2 = \vec{m}_O(\vec{F}_2)$$

.....

$$\vec{F}_n \sim \vec{F}_n' \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_n)$$

Như vậy: Thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được hệ lực $(\vec{F}_1', \vec{F}_2', \dots, \vec{F}_n')$ đồng qui tại O và hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$

* Hệ lực đồng qui đó có hợp lực đi qua O, được biểu diễn bằng vector chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vector chính của hệ lực đồng qui thu về O và vector chính của hệ lực đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}_0' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}'$$

Trong đó: $\vec{R}_0'$ là hợp lực của hệ lực đồng qui thu về O

$\vec{R}'$ là vector chính của hệ lực phẳng đã cho.

* Hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$ nằm trong mặt phẳng của hệ lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i) = \vec{m}^0$$

Vậy: Hệ lực phẳng bất kỳ tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực. Chúng được gọi là lực và ngẫu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vectơ chính bằng vectơ chính của hệ lực còn ngẫu lực thu gọn có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Chú ý: – Phương, chiều và trị số lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn vì vectơ chính là vectơ tự do.

– Ngẫu lực thu gọn phụ thuộc vào tâm thu gọn

2.3. Các dạng chuẩn của hệ lực phẳng

Từ kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm, ta nhận được các dạng chuẩn sau:

a. Hệ lực phẳng cân bằng khi vectơ chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu:

$$R' = 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

b. Hệ lực phẳng tương đương với một ngẫu lực khi vectơ chính triệt tiêu và mômen chính đối với một điểm bất kỳ không triệt tiêu.

$$R' = 0, \vec{m}^0 \neq 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{m}^0$$

Trong hai trường hợp trên, vì $\vec{R}' = 0$, mômen chính đối với mọi tâm đều bằng nhau. Trong trường hợp (a) bằng 0 đối với mọi tâm, còn trong trường hợp (b) bằng $\vec{m}^0$ đối với mọi tâm.

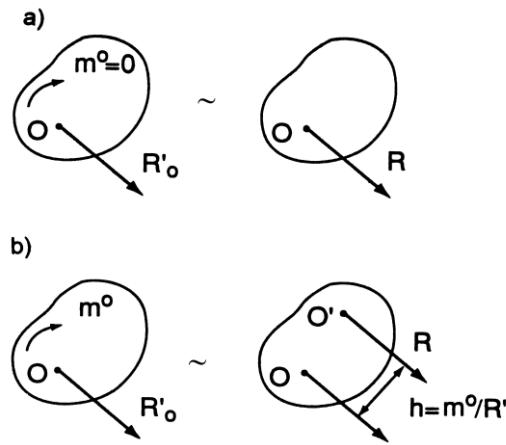
c. Hệ lực phẳng có hợp lực

$$* \text{ Khi } R' \neq 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}'_0$$

$$* \text{ Khi } \vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 \neq 0:$$

Hệ lực thu về tâm O được một lực $\vec{R}_0$ và một ngẫu lực $\vec{m}^0$. Theo định lý dời lực song song, có thể đưa về một lực có phương chiều và trị số bằng phương chiều và trị số của vectơ chính nhưng đặt tại điểm O' khác O cách O một đoạn $h = \frac{m^0}{R'}$, sao cho mômen của

hợp lực $\vec{R}$ đối với điểm O bằng $\vec{m}^0$, tức là: $\vec{m}_0(\vec{R}) = \vec{m}^0 = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i)$



2.4. Định lý Varignon

Trong trường hợp hệ lực có hợp lực, mômen của hợp lực đối với một điểm bất kỳ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với cùng điểm đó.

$$\overline{m}_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n \overline{m}_o(\vec{F}_i)$$

Từ đó dễ dàng suy ra:

- Hệ lực phẳng đồng qui có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu vector chính của hệ lực triệt tiêu.
 - * Hợp lực nếu vector chính của hệ lực không triệt tiêu.
- Hệ ngẫu lực có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu mômen chính của hệ ngẫu lực triệt tiêu.
 - * Ngẫu lực nếu mômen chính của hệ ngẫu lực không triệt tiêu.
- Hệ lực phẳng song song cùng chiều có một dạng chuẩn là hợp lực vì vector chính của hệ lực không triệt tiêu.
- Hệ lực phẳng song song ngược chiều có thể có ba dạng chuẩn: Cân bằng, ngẫu lực và hợp lực.

3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng

3.1. Điều kiện cân bằng

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là vector chính và mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ phải đồng thời triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \overline{m} = \sum_{i=1}^n \overline{m}_o(\vec{F}_i) = 0 \end{array} \right\}$$

Chứng minh:

– Điều kiện cần được chứng minh dựa vào các dạng chuẩn của hệ lực, vì nếu điều kiện trên không thoả mãn thì hệ lực phẳng hoặc tương đương với một lực hoặc một ngẫu lực, chúng đều không thoả mãn tiên đề 1.

– Điều kiện đủ là hiển nhiên vì khi vectơ chính bằng 0, hệ lực thu gọn về tâm 0 sẽ được một ngẫu lực, tức là thu gọn về hai lực. Nếu ngẫu lực bằng 0 thì hai lực đó là hai lực cân bằng.

3.2. Các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

– Dạng 1: Điều kiện cần và đủ để hệ lực cân bằng là tổng hình chiếu các lực lên hai trục tọa độ vuông góc và tổng mômen các lực đối với một điểm bất kỳ đồng thời triệt tiêu.

$$\begin{aligned}R_x &= \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0 \\R_y &= \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy} = 0 \\M_O &= \sum \bar{m}_O(\vec{F}_i) = 0\end{aligned}$$

– Dạng 2: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực lên một trục và tổng momen các lực đối với hai điểm A & B tùy ý triệt tiêu, với điều kiện AB không vuông góc với trục chiếu.

$$\begin{aligned}R_x &= \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0 \\M_A &= \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0 \\M_B &= \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0\end{aligned}$$

– Dạng 3: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng mômen của các lực đối với 3 điểm A, B, C không thẳng hàng triệt tiêu.

$$\begin{aligned}M_A &= \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0 \\M_B &= \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0 \\M_C &= \sum_{i=1}^n \bar{m}_C(\vec{F}_i) = 0\end{aligned}$$

3.3. Điều kiện cân bằng của vật rắn không tự do

Trường hợp vật rắn không tự do, ngoài các lực chủ động tác dụng lên vật rắn còn có các phản lực liên kết. Giải phóng các liên kết, ta có vật tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ gồm có các lực tác dụng và các phản lực liên kết.

Ví dụ 1:

Tại điểm A của một giá đỡ gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng có trọng lượng $P = 500\text{N}$ theo sơ đồ hình vẽ. Xác định phản lực của hai thanh AB và AC.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{S}_{AB}, \vec{S}_{AC}) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

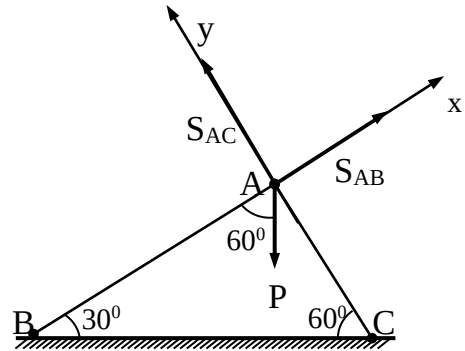
$$R_x = S_{AB} - P \cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = S_{AC} - P \sin 60^\circ = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$S_{AB} = P \cos 60^\circ = 250(\text{N})$$

$$S_{AC} = P \sin 60^\circ = 250\sqrt{3} (\text{N})$$



Ví dụ 2:

Thanh AB có trọng lượng $P = 200\text{N}$ được treo song song bởi 2 dây AC và BD. Tại điểm E trên thanh AB, người ta treo vật nặng có trọng lượng $Q = 600\text{N}$. Xác định sức căng của 2 dây AC và BD. Biết $AE = 60\text{cm}$ và $EB = 20\text{cm}$ (hình vẽ)

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{T}_A, \vec{T}_B) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

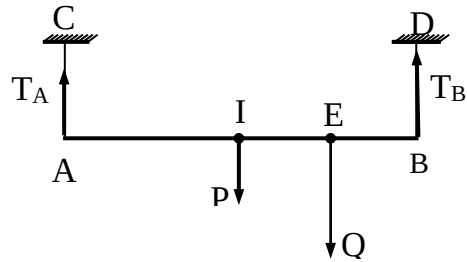
$$R_y = T_A + T_B - P - Q = 0$$

$$M_A = T_B \cdot AB - P \cdot AI - Q \cdot AE = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$T_B = \frac{P \cdot AI + Q \cdot AE}{AB} = 550(\text{N})$$

$$T_A = P + Q - T_B = 250 (\text{N})$$

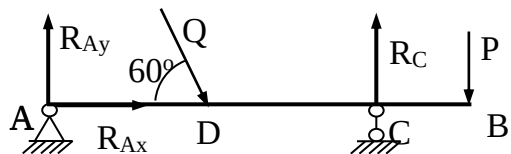


Ví dụ 3:

Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn C. Tại D và B, người ta lần lượt tác dụng các lực $P = 1000\text{N}$ và $Q = 500\text{N}$ (hình vẽ). Biết $AD = DC = 1\text{m}$ và $CB = 0,5\text{m}$. Hãy xác định phản lực tại A và C.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}_A, \vec{R}_C) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:



$$R_x = R_{Ax} + Q.\cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = R_{Ay} - Q.\cos 30^\circ - P + R_C = 0$$

$$M_A = -Q.AD.\sin 60^\circ - P.AB + R_C.AC = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$R_{Ax} = -250(\text{N})$$

$$R_{Ay} = -33(\text{N})$$

$$R_C = 1466(\text{N})$$

Vậy, chiều của $\vec{R}_{Ax}, \vec{R}_{Ay}$ ngược với chiều hình vẽ

4. Các bài toán ứng dụng

Trong thực tế, tại chỗ tiếp xúc giữa hai vật không phải là tiếp xúc điểm mà tiếp xúc theo đường hoặc mặt. Phản lực xuất hiện tại chỗ tiếp xúc là một hệ lực. Thu hệ lực này về tâm thu gọn, ta được phản lực liên kết $\vec{R}$ và một ngẫu lực liên kết $\vec{M}$ cùng nằm trong mặt phẳng hệ lực.

Phản lực liên kết có thể phân ra:

$$\begin{aligned} \vec{R} & \begin{cases} \vec{N}: \text{Có phương pháp tuyến với mặt tiếp xúc} \\ \vec{T}: \text{Có phương tiếp tuyến với mặt tiếp xúc} \end{cases} \\ \vec{M} & \begin{cases} \vec{M}_x: \text{Nằm trong mặt phẳng tiếp tuyến} \\ \vec{M}_l: \text{Nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương tiếp tuyến.} \end{cases} \end{aligned}$$

Khi hai vật tiếp xúc dịch chuyển hay có khuynh hướng dịch chuyển tương đối với nhau. Các liên kết trên có tác dụng cản trở những dịch chuyển.

$\vec{T}$: Cản trượt

$\vec{M}_l$: Cản lăn

$\vec{M}_x$: Cản xoay

4.1. Ma sát trượt

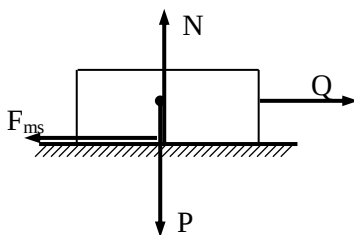
4.1.1. Định nghĩa:

Ma sát trượt là sự cản trở xuất hiện khi có một vật trượt (hoặc khuynh hướng trượt) tương đối trên mặt một vật khác.

Ma sát trượt thường gặp ở phanh hãm, ổ trượt,...

4.1.2. Các định luật về ma sát trượt:

Khi một vật trượt tương đối (hoặc khuynh hướng trượt) trên mặt một vật khác, tại mặt tiếp xúc, ngoài phản lực theo phương pháp tuyến $\vec{N}$ còn có phản lực ma sát trượt $\vec{F}_{ms}$



- Lực ma sát trượt tiếp tuyến với mặt phẳng tiếp xúc, ngược chiều với vật có khuynh hướng trượt và có trị số nằm trong giới hạn $0 \leq F_{ms} \leq F_{max}$

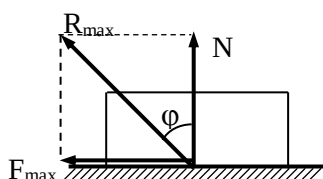
- Lực ma sát trượt lớn nhất tỉ lệ với phản lực pháp tuyến $F_{max} = f.N$

Trong đó: f là hệ số ma sát trượt (tùy thuộc vào vật liệu và tình trạng bề mặt tiếp xúc)

- Hệ số ma sát động nhỏ hơn hệ số ma sát tĩnh.

4.1.3. Góc ma sát:

Hợp lực $\vec{R}$ của $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ gọi là phản lực toàn phần. Khi $\vec{F}_{ms}$ đạt $\vec{F}_{max}$ thì $\vec{R}$ đạt $\vec{R}_{max}$. Góc giữa phản lực toàn phần $\vec{R}_{max}$ với phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ được gọi là góc ma sát. Ký hiệu là φ



$$\text{Ta có: } \tan \varphi = \frac{F_{max}}{N} = \frac{f.N}{N} = f$$

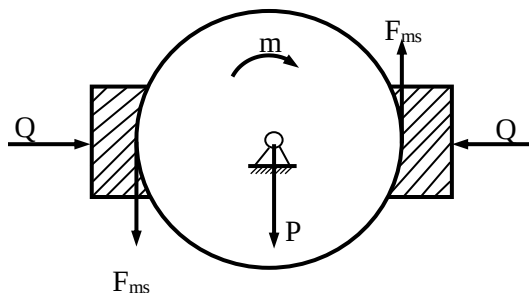
4.1.3. Điều kiện cân bằng khi có ma sát trượt:

Ngoài các phương trình cơ bản chung, khi có ma sát trượt còn phải thêm các phương trình và bất phương trình.

Tổng hình chiếu các lực lên phương trượt: $\sum F_{ix} \leq fN$

Ví dụ: Một bánh xe quay dưới tác dụng của một ngẫu lực có moment $m = 100 \text{ Nm}$. Để hãm bánh xe, người ta tác dụng vào hai má hãm hai lực trực đối $\vec{Q}$. Tính trị số lực $\vec{Q}$. Biết hệ số ma sát giữa bánh xe và má hãm $f = 0,25$ và đường kính bánh xe $d = 50 \text{ cm}$.

Giải:



Bánh xe cân bằng dưới tác dụng của hai lực trực đối $\vec{Q}$, trọng lượng $\vec{P}$, ngẫu lực m , phản lực tại ổ trục và hai lực $\vec{F}_{ms}$.

Ta có phương trình cân bằng:

$$\sum m_o(\vec{F}_i) = F.d - m = 0$$

$$\text{Mà } F = f.N = f.Q$$

$$\Rightarrow f.Q.d - m = 0$$

$$\Rightarrow Q = \frac{m}{f.d} = \frac{100}{0,25.0,5} = 800\text{N}$$

4.2. Ma sát lăn

4.2.1. Định nghĩa:

Ma sát lăn là sự cản trở xuất hiện khi có một vật lăn (hoặc có khuynh hướng lăn) trên một vật khác.

4.2.2. Các định luật về ma sát lăn:

- Ngẫu lực ma sát lăn có giới hạn từ $0 \leq m \leq m_{\max}$
- Trị số moment ma sát lăn lớn nhất tỷ lệ với phản lực pháp tuyến

$$m_{\max} = \mu.N$$

Trong đó: μ gọi là hệ số ma sát lăn được đo bằng đơn vị độ dài.

4.2.3. Điều kiện cân bằng khi có ma sát lăn:

Ngoài các phương trình cơ bản chung, khi có ma sát lăn còn phải thêm bất phương trình. Tổng đại số môment của các lực làm cho vật lăn phải nhỏ hơn hoặc bằng moment ma sát lăn lớn nhất.

$$\sum \bar{m}_l(\vec{F}_i) \leq m_{\max} = \mu.N$$

Ví dụ: Xác định góc nghiêng α để khối trụ có bán kính R đặt trên mặt phẳng nghiêng cân bằng. Biết hệ số ma sát trượt giữa khối trụ với mặt nghiêng OA là f và hệ số ma sát lăn là μ .

Giải

Khảo sát khối trụ cân bằng.

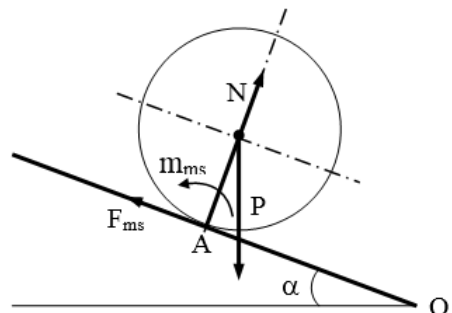
$$\text{Hệ lực tác dụng: } (\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, m_{ms}) \sim 0$$

Hệ phương trình cân bằng:

$$\sum X = P \sin \alpha - F_{ms} = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = -P \cos \alpha + N = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A = -P \sin \alpha \cdot R + m_{ms} = 0 \quad (3)$$



Với $F_{ms} \leq f N$

$$m_{ms} \leq \mu N$$

$$(2) \Rightarrow N = P \cos \alpha$$

$$(1) \Rightarrow P \sin \alpha - f P \cos \alpha = 0$$

$$(3) \Rightarrow P R \sin \alpha - \mu P \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = f \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu}{R} \end{cases}$$

Thường thì $\frac{\mu}{R}$ rất nhỏ so với f nên điều kiện để cân bằng: $\operatorname{tg} \alpha \leq \frac{\mu}{R}$. Nếu tăng dần thì vật sẽ lăn ($\operatorname{tg} \alpha \leq f$).

Khi $\operatorname{tg} \alpha > f$ vật vừa lăn vừa trượt.

CÂU HỎI ÔN TẬP

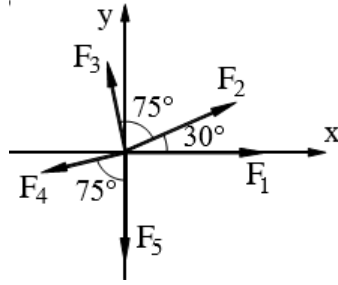
1. Phát biểu và vẽ minh họa định lý dời lực?
2. Nêu cách thu gọn hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm, kết quả thu được? Các trường hợp xảy ra và cách nhận biết?
3. Vì sao các tâm thu gọn khác nhau thì vectơ chính không đổi còn mômen chính thay đổi?
4. Vật tự do chịu tác dụng của hệ lực phẳng bất kỳ có thể chuyển động như thế nào?
5. Nêu các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng bất kỳ?
6. Bài toán hệ lực phẳng bất kỳ cân bằng giải được nhờ các phương trình cân bằng khi tối đa có mấy yếu tố chưa biết? Vì sao?
7. Định nghĩa vectơ chính của hệ lực phẳng? Phương pháp xác định vectơ chính của hệ lực phẳng?
8. Định nghĩa mômen chính của hệ lực phẳng: mômen của lực đối với một điểm – mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm?
9. Kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm cho trước? Phương pháp xác định lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn về một tâm?
10. Phương pháp giải bài toán cân bằng của một vật khi có ma sát?

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

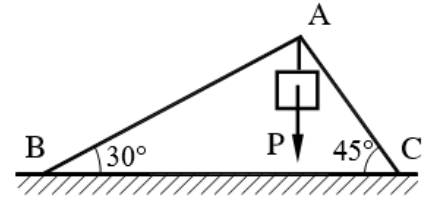
HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUI

1. Một vật rắn chịu tác dụng của năm lực đồng qui (hình vẽ), $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 = 150\text{N}$, $F_3 = 100\text{N}$, $F_4 = 80\text{N}$, $F_5 = 120\text{N}$.

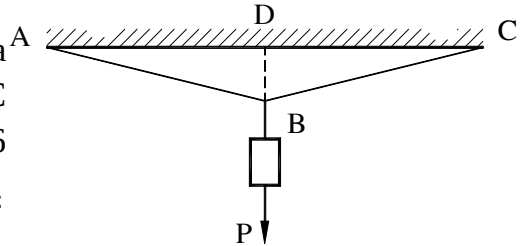
Xác định hợp lực của hệ lực này?



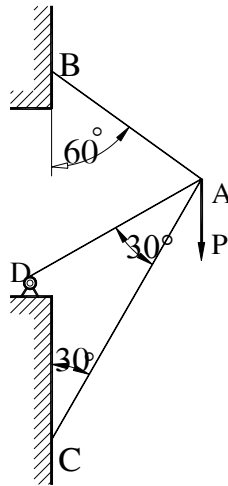
2. Tại điểm A của giá gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng trọng lượng $P = 1000\text{N}$. Xác định phản lực của các thanh?



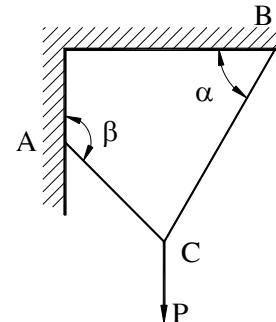
3. Đèn trọng lượng 80N gắn vào điểm giữa B của dây cáp ABC. Hai đầu dây gắn vào móc A và C trên mặt phẳng ngang. Độ dài dây ABC là $1,6\text{m}$, độ dài $BD = 0,1\text{m}$. Xác định lực kéo $\vec{T}_A, \vec{T}_C$ lên các phần AB, BC của dây?



4. Vật nặng có trọng lượng $P = 20\text{KN}$ được giữ bởi trục tời D có dây vắt ra ròng rọc A, các góc cho trên hình vẽ. Xác định phản lực của các thanh AB và AC. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc, trọng lượng thanh và dây.



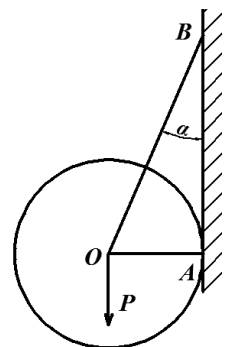
Hình câu 4



Hình câu 5

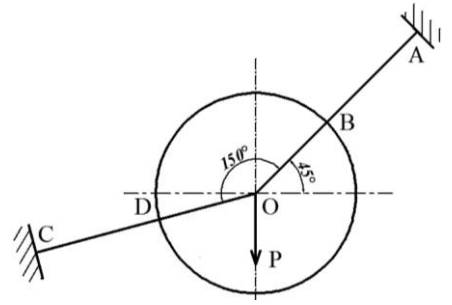
5. Một vật có trọng lượng 200N được treo vào nút C của hai sợi dây AC và BC. Tính phản lực của hai sợi dây đó? Cho $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 135^\circ$

6. Quả cầu đồng chất O treo trên tường trơn thẳng đứng AB nhờ sợi dây BC. Dây lập với tường một góc α , trọng lượng của quả cầu là P. Hãy xác định sức căng $\vec{T}_B$ của dây và áp lực $\vec{N}_A$ của

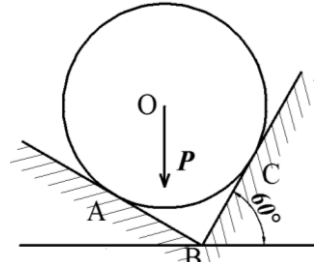


quả cầu lên tường?

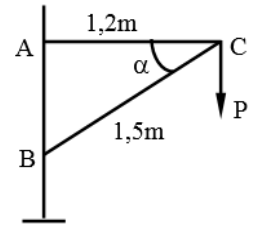
7. Quả cầu đồng chất trọng lượng 100N được giữ cân bằng nhờ hai sợi dây AB và CD nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng và hợp với nhau một góc 150° , dây AB nghiêng với phương ngang một góc bằng 45° . Hãy xác định sức căng của dây?



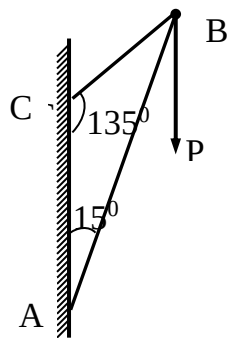
8. Quả cầu đồng chất O có trọng lượng 60N nằm trên hai mặt nghiêng trơn AB và BC vuông góc với nhau. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên mỗi mặt phẳng? Cho biết mặt phẳng BC tạo với phương ngang một góc $= 60^\circ$



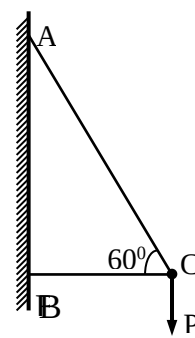
9. Chiếc đèn đường phố nặng 30kG treo vào cột thẳng đứng nhờ thanh ngang AC = 1,2m và thanh chống BC = 1,5m. Hãy tìm ứng lực trong các thanh AC và BC? Giả thiết rằng các điểm A, B, C gắn bản lề



10. Cần trục kiểu cột gồm cần nâng AB gắn vào cột nhờ bản lề A và dây xích CB. Tải trọng $P = 200\text{kG}$ treo vào đầu mút B của cần nâng, các góc $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây xích CB và ứng lực $\vec{Q}$ trong cần nâng AB?



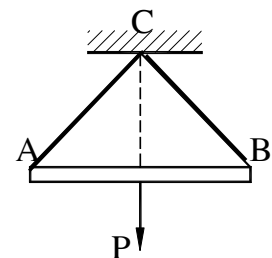
Hình câu 10



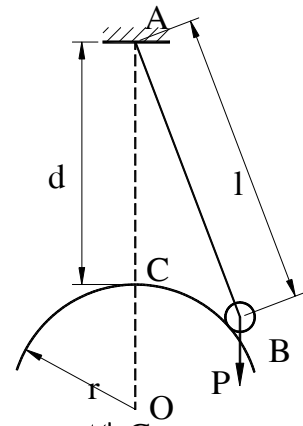
Hình câu 11

11. Các thanh AC và BC nối với nhau và với tường thẳng đứng. Tại bulông khớp C tác dụng một lực $P = 1000\text{N}$. Xác định các phản lực các thanh AC và BC, cho $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$

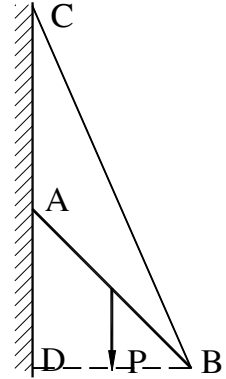
12. Thanh đồng chất AB nặng 160N dài 1,2m treo vào điểm C nhờ hai dây AC và BC cùng độ dài 1m (hình a). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của các dây?



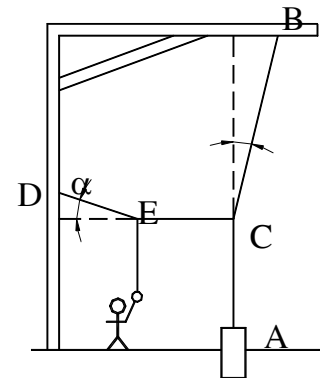
13. Viên bi trọng lượng P treo vào điểm cố định A nhờ sợi chỉ AB và nằm trên mặt cầu tròn bán kính r . Khoảng cách từ điểm A đến mặt cầu $AC = d$. độ dài của sợi chỉ $AB = l$, đường thẳng AO đứng thẳng (hình b). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của sợi chỉ và phản lực $\vec{Q}$ của mặt cầu? Bỏ qua bán kính của viên bi.



14. Xà đồng chất AB dài 2m nặng 5 kG tựa đầu trên A vào tường trơn thẳng đứng. Sợi dây BC buộc vào đầu dưới B của xà.
- Hãy tìm xem cần cột dây vào tường ở khoảng cách AC bằng bao nhiêu để xà tạo thành góc $BAD = 45^\circ$ ở trạng thái cân bằng, đồng thời tìm sức căng $\vec{T}$ của dây và phản lực $\vec{R}$ của tường.
 - Nếu tại A , thay liên kết tựa bằng liên kết bản lề thì có gì thay đổi. Tìm độ lớn và hướng phản lực của bản lề

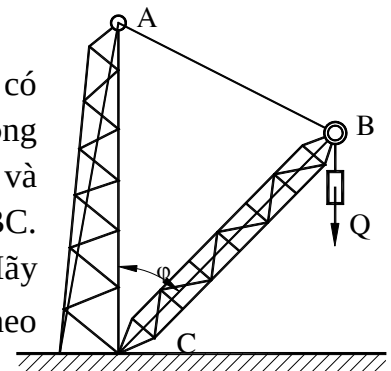


15. Để nhỏ cọc khỏi đất người công nhân đã buộc vào nó một sợi dây ở điểm A , còn đầu kia của dây buộc vào điểm B . Người đó cột một đầu sợi dây khác vào dây này tại điểm C , còn đầu kia cột chặt vào điểm D . Sau đó, anh ta nắm lấy dây CD tại điểm E . Khi đó dây AC có hướng thẳng đứng. CE nằm ngang, CB tạo với đường thẳng đứng và DE tạo với đường ngang những góc α như nhau bằng 4° ($\cotg 4^\circ = 14,3$). Hãy xác định sức căng của dây AC ?

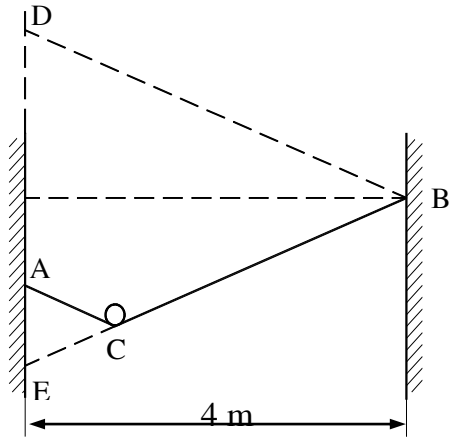


Cho biết trọng lượng của người công nhân là 80 kG.

16. Cần trục gồm tháp cố định AC và dàn động BC . Dàn có khớp bản lề C và được giữ bằng dây cáp AB . Tải trọng 40 tấn treo trên dây xích vắt qua ròng rọc tại điểm B và vào ròng rọc theo đường thẳng BC . Độ dài $AC = BC$. Bỏ qua trọng lượng của dàn và ma sát tại ròng rọc. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây cáp AB , lực nén dàn theo đường thẳng BC phụ thuộc vào góc $ACB = \varphi$

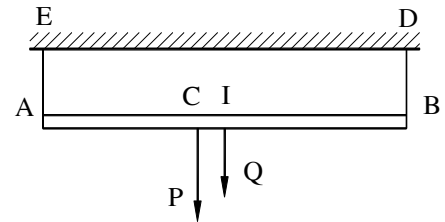


17. Ròng rọc không cùng với tải trọng $P = 18 \text{ kG}$ có thể trượt theo dây cáp mềm ACB, các đầu A và B của dây cột chặt vào tường. Khoảng cách giữa các tường là 4m , độ dài của dây cáp là 5m . Hãy xác định sức căng của dây cáp khi ròng rọc cùng tải trọng ở vị trí cân bằng, bỏ qua trọng lượng của dây và ma sát giữa dây và ròng rọc (sức căng của phần AC và CB như nhau, độ lớn của chúng có thể xác định từ hệ quả đồng dạng của tam giác lực và tam giác cân có cạnh bên là đường thẳng BCE còn đáy nằm trên đường thẳng đứng AD).

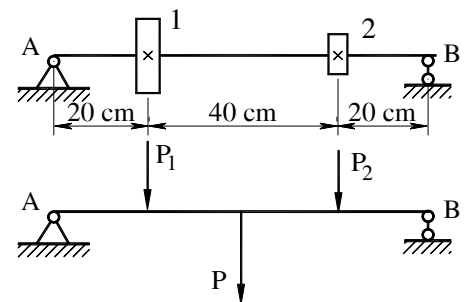


HỆ LỰC PHẪNG SONG SONG

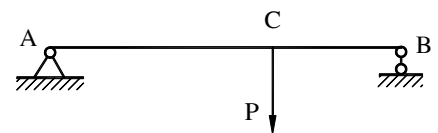
1. Một thanh đồng chất AB trọng lượng $Q = 200\text{N}$ được treo bằng các dây song song AE và BD. Vật nặng có trọng lượng $P = 800\text{N}$ được treo vào điểm C của thanh AB. Xác định lực kéo của vật lên hai dây? Biết $AC = 30 \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$.



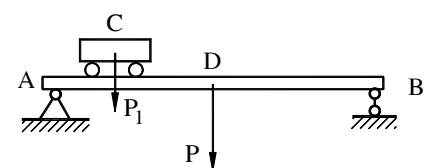
2. Một trục AB trọng lượng 120N , trên đó có lắp hai bánh răng 1 và 2 lần lượt có trọng lượng 100N và 60N . Kích thước cho trên hình vẽ. Tính áp lực của trục lên hai gối đỡ?



3. Hai người khiêng một vật nặng có trọng lượng $P = 1000\text{N}$ bằng đòn dài 1m (có thể xem đây là khoảng cách giữa vai của hai người). Người thứ nhất chỉ khiêng được tối đa 400N . Tính khoảng cách tối thiểu từ điểm treo vật đến vai người thứ nhất?

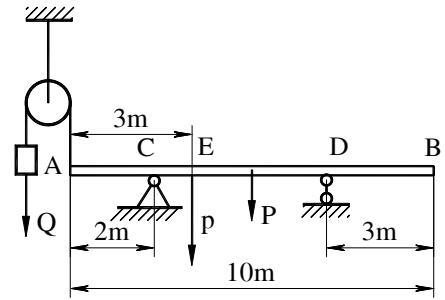


4. Hãy tìm độ lớn áp lực của cần trục AB lên đường ray phụ thuộc vào vị trí của xe tời C có gắn tời trên nó. Vị trí của xe tời tính bằng tỷ số khoảng cách tính từ trung điểm của nó đến đường ray bên trái và độ dài chung của cần



($\frac{AC}{AB} = n$). Biết trọng lượng cân $P = 6$ tấn, trọng lượng của xe tời $P_1 = 4$ tấn.

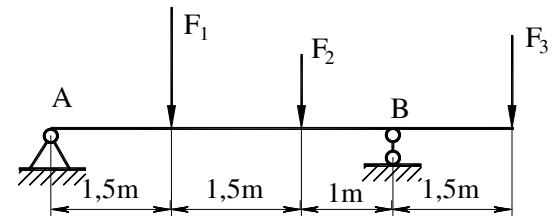
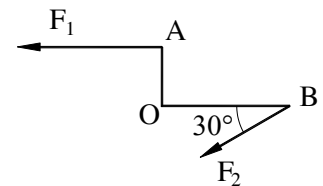
5. Dầm AB dài 10m nặng 200 kG nằm trên gối đỡ C và D. Gối đỡ C đặt cạnh mút A là 2m, gối đỡ D đặt cạnh mút B là 3m. Đầu mút A của dầm được kéo thẳng lên nhờ tải trọng $Q = 300$ kG và sợi dây bắt qua ròng rọc. Tải trọng $p = 800$ kG treo vào dầm tại điểm E cách đầu mút A là 3m. Hãy xác định phản lực của các gối đỡ. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc.



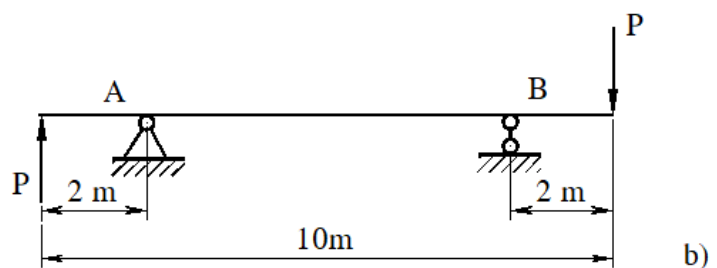
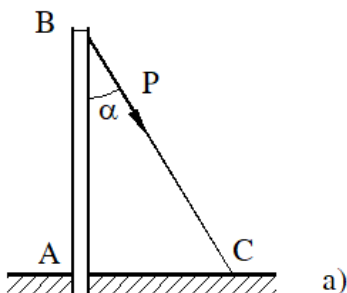
6. Một dầm ngang đồng chất dài 4m nặng 0,5 tấn đặt sâu vào tường có chiều dày 0,5m, sao cho dầm tựa tại các điểm A và B. Hãy xác định phản lực tại những điểm này nếu ta treo tải trọng $P = 4$ tấn vào đầu mút tự do?

HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ

1. Tìm mômen của lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đối với điểm O? Biết $F_1 = 8$ N, $F_2 = 6$ N, $OA = 4$ m, $OB = 6$ m. Các góc cho trên hình vẽ.
2. Hãy xác định tổng đại số moment của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đặt vào xà AC đối với hai gối đỡ A và B? Cho biết $F_1 = 438$ N, $F_2 = 146$ N, $F_3 = 292$ N. Các dữ kiện khác cho trên hình vẽ.

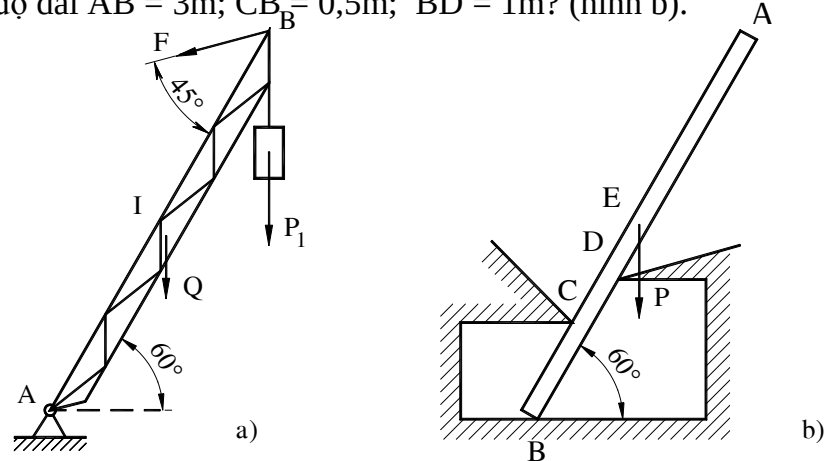


3. Dây thừng BC = a buộc vào một cột dưới một góc α và chịu lực kéo P. Xác định mômen của lực đối với điểm A? Với giá trị nào của α thì mômen đạt giá trị cực đại? (hình a).

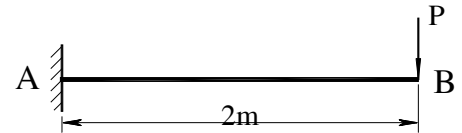


4. Dầm có hai gối đỡ A và B chịu tác dụng bởi ngẫu lực ($\vec{P}, \vec{P}$) có mômen $3 \cdot 10^5 \text{Nm}$. Xác định phản lực tại các gối đỡ của dầm? (hình b).
5. Cần trục có trục trọng lượng $Q = 150 \text{KN}$, trục AB dài 15m hợp với phương ngang một góc 60° , được kéo bởi $F = 500 \text{KN}$ hợp phương AB một góc 45° . Xác định trọng lượng vật nâng P_1 , trị số và hướng của phản lực bản lề A? (hình a).

6. Dầm AB trọng lượng 200N tựa trên mặt phẳng ngang tại điểm B dưới một góc nghiêng 60° , ngoài ra còn tựa hai điểm C và D. Xác định phản lực tại các điểm tựa B, C, D? Nếu độ dài $AB = 3 \text{m}$; $CB = 0,5 \text{m}$; $BD = 1 \text{m}$? (hình b).

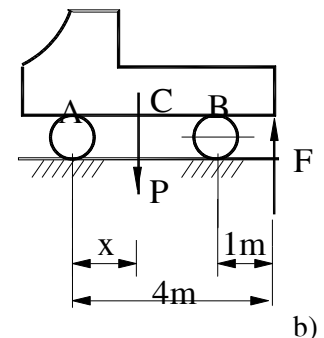
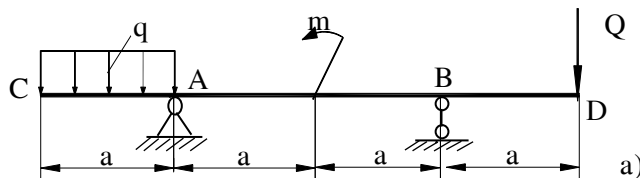


7. Dầm AB có đầu A ngàm chặt vào tường, còn đầu B tự do chịu tác dụng bởi lực $P = 10^3 \text{N}$, có phương vuông góc với trục của nó. Xác định phản lực tại điểm A bị kẹp chặt? Biết $AB = 2 \text{m}$.



8. Dầm CD đặt trên hai gối đỡ A và B. Dầm chịu tác dụng của ngẫu lực $m = 8 \text{KNm}$, lực có trị số $Q = 20 \text{KN}$ và lực phân bố đều $q = 20 \text{KN/m}$. Xác định trị số phản lực tại các gối đỡ?

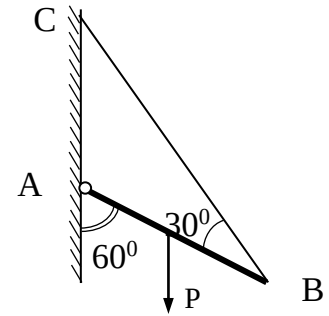
Biết $a = 0.8 \text{m}$ (hình a).



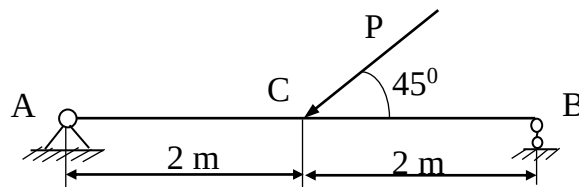
9. Ôtô có sơ đồ như hình vẽ (hình b).

- a) Khi không chở hàng, trục trước chịu tác dụng của lực có trị số $1,5 \text{KN}$ - trục sau 1KN . Xác định khoảng cách x từ trọng tâm xe đến trục trước?
- b) Muốn thay bánh sau, người ta đặt kích ở cuối xe, tìm trị số lực $\vec{F}$ nhỏ nhất mà kích tác dụng vào xe?

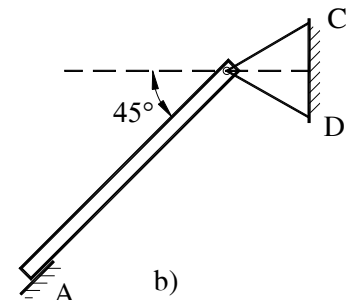
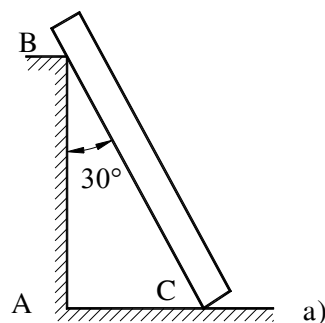
10. Thanh đồng chất AB gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề A và giữ nghiêng một góc $\alpha = 60^\circ$ so với tường thẳng đứng nhờ sợi dây BC tạo với thanh một góc 30° . Hãy xác định độ lớn và hướng phản lực $\vec{R}$ của bản lề? Biết trọng lượng của thanh là 20N



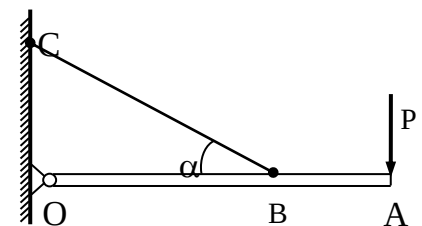
11. Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn B. Tại trung điểm của dầm tác dụng lực $P = 20\text{KN}$ nghiêng một góc 45° so với trục của nó. Hãy xác định phản lực tại A và B? Kích thước cho trên hình vẽ.



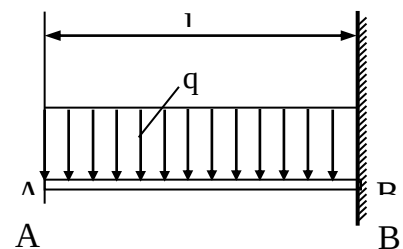
12. Một dầm đồng chất nặng 60 kG dài 4m tựa một đầu trên sàn trơn và tựa trên cột cao 3m tại điểm trung gian B. Dầm hợp với đường thẳng đứng một góc 30° và giữ ở vị trí đó nhờ sợi dây AC căng theo sàn. Bỏ qua ma sát hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây, phản lực $\vec{N}_B$ của cột và phản lực $\vec{N}_C$ của sàn? (hình a).



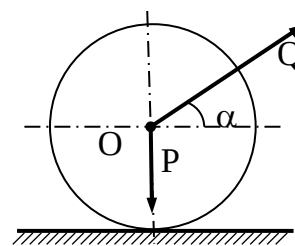
13. Thanh OA nằm ngang có trọng lượng không đáng kể, được gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề O và được giữ bởi dây BC nghiêng một góc $\alpha = 30^\circ$ so với thanh OA. Tại đầu A tác dụng lực $P = 1000\text{N}$. Biết $OB = 2\text{m}$ và $BA = 1\text{m}$. Hãy xác định phản lực tại bản lề O và sức căng dây BC.



14. Thanh AB trọng lượng không đáng kể, có liên kết và chịu lực như hình vẽ. Cường độ lực phân bố là q (N/m). Tìm phản lực liên kết tại ngàm B.



15. Đĩa tròn đồng chất, bán kính R , trọng lượng $\vec{P}$, chịu tác dụng của lực $\vec{Q}$ đặt tại tâm O và nghiêng góc với phương nằm ngang. Hệ số ma sát trượt là f , hệ số ma sát lăn là φ . Tìm trị số Q để đĩa cân bằng.



CHƯƠNG 3. HỆ LỰC KHÔNG GIAN

Mã chương: CK105-03

Giới thiệu:

Chương 3 đưa ra một số công thức tính như tính hợp lực của hệ lực không gian, cách tính mô men của 1 lực đối với 1 trục. Dựa vào hai công thức này kết hợp với phương pháp thu gọn hệ lực không gian về một tâm, xây dựng điều kiện cân bằng của hệ lực không gian để đi tính toán các dạng toán hệ lực không gian.

Mục tiêu:

- + Phân tích được cách chiếu và lấy momen của một lực đối với ba trục.
- + Giải thích được điều kiện cân bằng của hệ lực không gian.
- + Vận dụng giải thành thạo các bài tập hệ lực không gian.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Véc tơ chính và vector mômen chính của hệ lực không gian

1.1. Véc tơ chính của hệ lực không gian

Cho hệ lực không gian $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

1.1.1. Định nghĩa:

Véc tơ chính của hệ lực, ký hiệu $\vec{R}'$, là véc tơ tổng của các véc tơ lực của hệ lực:

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

1.1.2. Xác định véc tơ chính:

- Có thể dùng phương pháp vẽ đa giác lực. Trong trường hợp này đa giác lực là đa giác ghènh.
- Cũng có thể xác định véc tơ chính qua các hình chiếu của nó trên ba trục tọa độ vuông góc theo các công thức sau:

$$R'_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{ix} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

$$R'_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{iy} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

$$R'_z = \bar{F}_{1z} + \bar{F}_{2z} + \dots + \bar{F}_{iz} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iz}$$

$$R' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y + F'^2_z}; \quad \cos \alpha = \frac{R'_x}{R'};$$

$$\cos \beta = \frac{R'_y}{R'}; \quad \cos \gamma = \frac{R'_z}{R'};$$

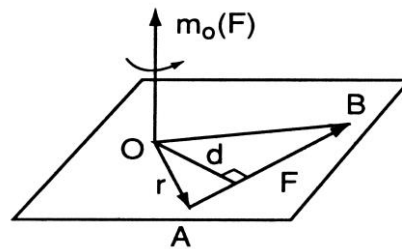
Trong đó α, β, γ là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục Ox, Oy, Oz

1.2. Mômen chính của hệ lực không gian đối với một điểm

1.2.1. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O , ký hiệu $\vec{m}_O(\vec{F})$ là véc tơ có:

- Phương: vuông góc với mặt phẳng qua O và chứa $\vec{F}$.
- Chiều: Nhìn từ đầu mút xuống thấy $\vec{F}$ quay ngược chiều kim đồng hồ quanh O .
- Trị số: bằng tích số của giá trị lực với cánh tay đòn của lực đối với điểm O ,
 $\vec{m}_O(\vec{F}) = Fd$
- Đơn vị: Nm



Dễ dàng thấy rằng véc tơ mômen của lực đối với một điểm không thay đổi khi lực trượt trên đường tác dụng của nó và triệt tiêu khi lực $\vec{F}$ đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$). Trị số của mômen bằng 2 lần diện tích tam giác ΔOAB

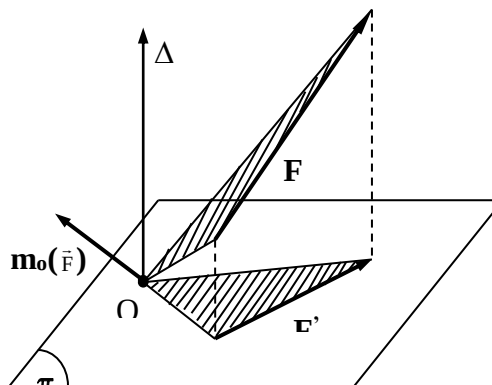
Từ đó suy ra: Véc tơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O bằng tích có hướng của véc tơ định vị điểm đặt lực $\vec{r} = \vec{OA}$ với véc tơ lực $\vec{F}$:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

1.2.2. Mômen của một lực đối với một trục

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ , ký hiệu $\vec{m}_\Delta(\vec{F})$ là mômen đại số của lực $\vec{F}'$ đối với điểm O , ở đó $\vec{F}'$ là hình chiếu của lực $\vec{F}$ trên mặt phẳng π vuông góc với trục Δ , còn O là giao điểm của trục Δ với mặt phẳng π :

$$\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = \vec{m}_O(\vec{F}') = F'd$$



Rõ ràng, khi $F = 0$ hoặc khi $\vec{F}$ song song hay cắt trục Δ (lực và trục đồng phẳng) thì $\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = 0$.

1.2.3. Định lý liên hệ giữa mômen của lực đối với một điểm và mômen của lực đối với một trục

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ bằng hình chiếu trên trục ấy của vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O nằm trên trục.

$$\vec{m}_\Delta(\vec{F}) = \text{hch}_\Delta[\vec{m}_O(\vec{F})]$$

Áp dụng công thức trên cho trường hợp trục Δ lần lượt là trục Ox , Oy , Oz mômen của lực $\vec{F}$ đối với ba trục là $\vec{m}_x(\vec{F})$, $\vec{m}_y(\vec{F})$, $\vec{m}_z(\vec{F})$, còn hình chiếu mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O trên ba trục là $\vec{m}_{Ox}(\vec{F})$, $\vec{m}_{Oy}(\vec{F})$, $\vec{m}_{Oz}(\vec{F})$ ta có:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) \begin{cases} \vec{m}_{Ox}(\vec{F}) = \vec{m}_x(\vec{F}) \\ \vec{m}_{Oy}(\vec{F}) = \vec{m}_y(\vec{F}) \\ \vec{m}_{Oz}(\vec{F}) = \vec{m}_z(\vec{F}) \end{cases}$$

Vậy có thể thay thế việc tính hình chiếu trên một trục của vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với một điểm O bằng tính mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục đó.

1.2.4. Mômen chính của hệ lực không gian đối với điểm O

Vectơ mômen chính của hệ lực không gian đối với điểm O , ký hiệu $\vec{m}^O$, là một vectơ bằng tổng hình học các vectơ mômen của các lực đối với điểm O .

$$\vec{m}^O = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i)$$

Vectơ mômen chính có thể được xác định bằng phương pháp đa giác vectơ (tương tự đa giác lực, ở đó vectơ lực được thay thế bằng các vectơ mômen của lực), nhưng thuận tiện hơn, ta xác định các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ.

$$\vec{m}^O = \begin{cases} \vec{m}^{Ox} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Ox}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_x(\vec{F}_i) \\ \vec{m}^{Oy} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Oy}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_y(\vec{F}_i) \\ \vec{m}^{Oz} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_{Oz}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_z(\vec{F}_i) \end{cases}$$

Từ đó dễ dàng xác định giá trị và phương chiều của vectơ mômen chính

Nhận xét:

- Mômen chính của hệ lực đồng quy đối với điểm đồng quy bằng không.
- Mômen chính của hệ ngẫu đối với bất kỳ điểm nào cũng bằng vectơ ngẫu lực tổng:

$$\vec{m}^O = \sum_{i=1}^n \vec{m}_i$$

- Vectơ chính là vectơ tự do, còn vectơ mômen chính thay đổi theo điểm lấy mômen:

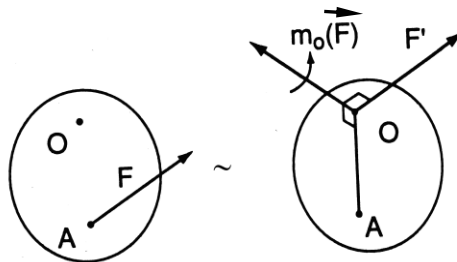
$$\vec{m}^{O_1} = \vec{m}^O + \vec{m}_{O_1}(\vec{R}_O')$$

2. THU GỌN HỆ LỰC KHÔNG GIAN

2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của nó tại O (lực $\vec{F}'$) và một ngẫu lực có vectơ mômen bằng vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ và } \vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F})]$$



Chứng minh định lý này giống như chứng minh cho trường hợp hệ lực phẳng, khi thay thế mômen đại số bằng vectơ mômen.

2.2. Thu gọn hệ lực không gian về tâm O

Lấy một điểm O tùy ý, gọi là tâm thu gọn. Sử dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O

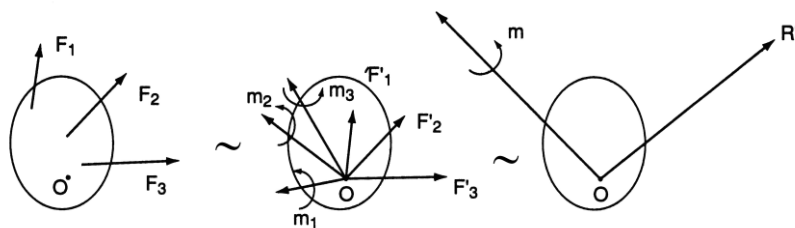
$$\vec{F}_1 \sim [\vec{F}'_1 \text{ và } \vec{m}_1 = \vec{m}_O(\vec{F}_1)]$$

$$\vec{F}_2 \sim [\vec{F}'_2 \text{ và } \vec{m}_2 = \vec{m}_O(\vec{F}_2)]$$

.....

$$\vec{F}_n \sim [\vec{F}'_n \text{ và } \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_n)]$$

Như vậy thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được một hệ lực đồng quy (không gian) tại O: $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n)$ và một hệ ngẫu lực (không gian): $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$



Hệ lực đồng quy có hợp lực qua O, kí hiệu $\vec{R}_O'$ được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vectơ chính của hệ lực đồng quy tại O và vectơ chính của hệ lực

đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}'_O \equiv \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}'$$

Trong đó $\vec{R}'$ là vectơ chính của hệ lực đã cho.

Hệ ngẫu lực không gian $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$:

$$\begin{aligned}\vec{m} &= \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_n) \\ \vec{m} &= \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) = \vec{m}_O\end{aligned}$$

Định lý : Hệ lực không gian tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý, chúng được gọi là lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn . Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn có vectơ lực bằng vectơ chính của hệ lực, còn ngẫu lực thu gọn có vectơ mômen bằng vectơ mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Nhận xét:

- Phương chiều và giá trị của lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn. Sự biến đổi của ngẫu lực thu gọn theo tâm thu gọn.
- Đối với hệ lực không gian , lực thu gọn không nằm trong mặt phẳng của ngẫu lực thu gọn như trường hợp hệ lực phẳng (tức vectơ chính và vectơ mômen chính không vuông góc với nhau như trong trường hợp hệ lực phẳng). Đây là sự khác biệt cơ bản giữa hệ lực không gian và hệ lực phẳng.

3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực không gian

3.1. Điều kiện cân bằng

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực không gian cân bằng là vectơ chính và vectơ mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \equiv 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \vec{m}_O = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}$$

Chứng minh: Điều kiện cần được chứng minh dựa vào dạng thu gọn của hệ lực không gian. Thực vậy nếu điều kiện trên không được thỏa mãn thì hệ lực đã cho thu về một trong các dạng: ngẫu lực, hợp lực hoặc một lực và một ngẫu lực. Dễ dàng chỉ ra rằng không có một dạng nào trong đó thỏa mãn tiên đề 1 về cân bằng.

Điều kiện đủ là hiển nhiên vì từ vectơ chính bằng không, hệ lực thu về một ngẫu lực có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn, nó bằng không thì chứng tỏ ngẫu lực thu gọn là hai lực cân bằng.

3.2. Các phương trình cân bằng của hệ lực không gian

Để vectơ chính và vectơ mômen chính triệt tiêu thì các hình chiếu của chúng trên ba trục tọa độ vuông góc phải triệt tiêu:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{ix} &= 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0; \\ \sum_{i=1}^n \bar{m}_x(\vec{F}_i) &= 0; \quad \sum_{i=1}^n \bar{m}_y(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \bar{m}_z(\vec{F}_i) = 0; \end{aligned} \right\}$$

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực không gian cân bằng là tổng hình chiếu của các lực trên ba trục vuông góc và tổng mômen của các lực đối với ba trục ấy đều triệt tiêu.

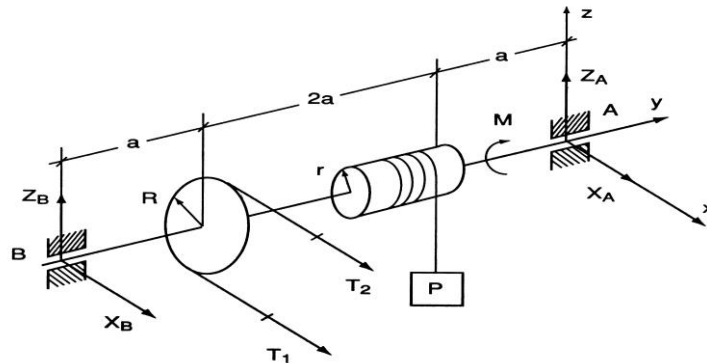
Các phương trình trên được gọi là các phương trình cân bằng của hệ lực không gian.

Từ điều kiện cân bằng ta có thể suy ra các phương trình cân bằng của các hệ lực đặc biệt: Hệ lực đồng quy không gian; hệ ngẫu lực không gian; hệ lực song song không gian. Đối với các hệ lực này số phương trình cân bằng giảm xuống còn ba phương trình.

Ví dụ:

Một trục kéo AB có đường trục nằm ngang và được đỡ trên hai ổ trục (bản lề trụ) A và B. Hai nhánh đai có puli có đường kính $D = 0,6\text{m}$ chịu các lực căng $T_1 = 5\text{kN}$, $T_2 = 2\text{kN}$. Vật được kéo có trọng lượng $P = 5\text{kN}$ và tang tời có đường kính $d = 0,3\text{m}$. Trục tời chịu tác dụng của ngẫu lực cân có mômen M .

Xác định ngẫu lực cân M cần thiết để trục cân bằng và các phản lực tại các gối trụ A và B. Bỏ qua ma sát, các kích thước cho trên hình vẽ.



Giải:

Trục kéo cân bằng dưới tác dụng của hệ lực: $(\vec{P}, \vec{M}, \vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{X}_A, \vec{Z}_A, \vec{X}_B, \vec{Z}_B) \approx 0$

Với trục tọa độ như hình vẽ các phương trình cân bằng của hệ lực có dạng:

$$\sum \bar{F}_x = T_1 + T_2 + X_A + X_B = 0$$

$$\sum \bar{F}_z = -P + Z_A + Z_B = 0$$

$$\sum \bar{m}_x(\vec{F}) = aP - 4aZ_B = 0$$

$$\sum \bar{m}_y(\vec{F}) = T_1 \frac{D}{2} - T_2 \frac{D}{2} - P \frac{d}{2} - M = 0$$

$$\sum \bar{m}_z(\vec{F}) = 3aT_1 + 3aT_2 + 4aX_B = 0$$

Thay các giá trị bằng hệ số vào hệ phương trình trên và giải ra ta nhận được:

$$X_A = -1,75 \text{ kN}; Z_A = 3,75 \text{ kN}; X_B = -5,25 \text{ kN}$$

$$Z_B = 1,25 \text{ kN}; M = 0,15 \text{ kN}$$

Ở đây thành phần X_A và X_B có chiều ngược so với chiều trên hình vẽ.

CÂU HỎI ÔN TẬP

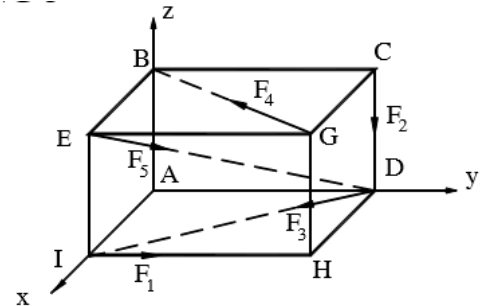
1. Định nghĩa vectơ chính của hệ lực không gian? Công thức xác định 3 hình chiếu của vectơ chính trên ba tọa độ vuông góc?
2. Định nghĩa mômen chính đối với một điểm của hệ lực không gian? Công thức xác định ba hình chiếu của vectơ mômen chính đối với một điểm của hệ lên trên ba tọa độ vuông góc?
3. Nêu các phương trình cân bằng của hệ lực không gian?

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

1. Hình hộp chữ nhật ABCDEGHI có:

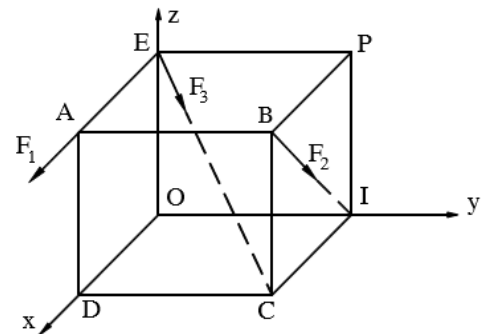
$AB = AI = 1\text{m}$; $AD = 2\text{m}$. Ở các đỉnh C, D, E, G, I đặt các lực có trị số : $F_1 = F_2 = F_4 = 10\text{kN}$; $F_3 = F_5 = 20\text{kN}$

- a) Xác định hình chiếu các lực lên các trục tọa độ?
- b) Xác định mômen của các lực đối với các trục tọa độ?

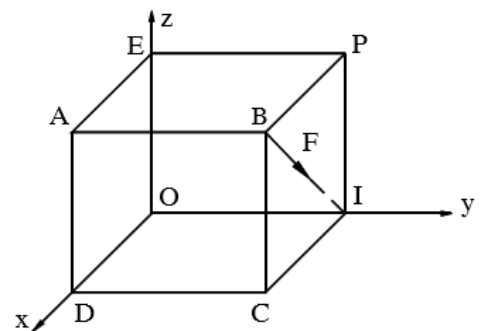


2. Xác định hình chiếu của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên các trục của hệ trục Oxyz? Biết các lực đặt tại đỉnh của khối lập phương và có trị số là:

$$F_1 = 100\text{N}, F_2 = 200\text{N}, F_3 = 200\sqrt{3}\text{N}$$

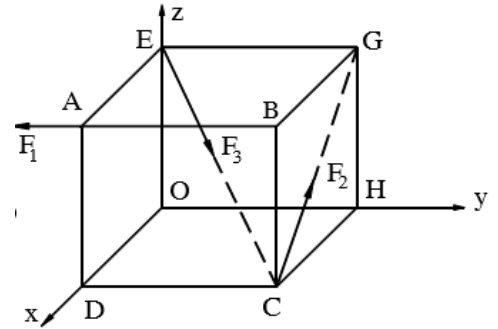


3. Xác định mômen của lực $\vec{F}$ đối với các trục x, y, z? Biết cạnh của khối lập phương dài 2m và $F = 200\text{N}$.



4. Xác định hình chiếu của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên các phương, trị số của các lực:

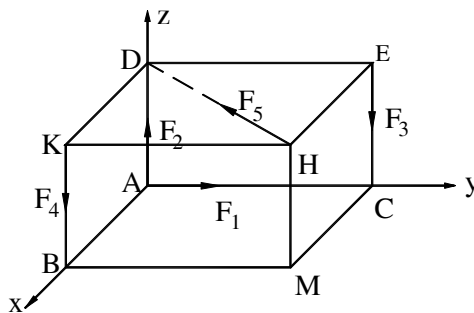
$$F_1 = 100\text{N}, F_2 = 200\sqrt{2}\text{N}, F_3 = 200\sqrt{3}\text{N}$$



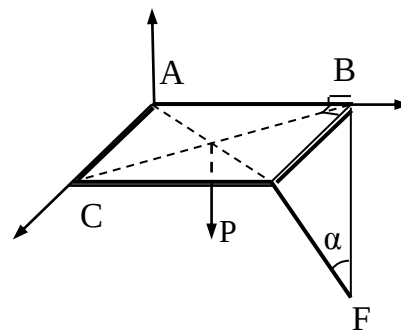
5. Ở các đỉnh A, K, E, H của hình hộp chữ nhật, đặt các lực có trị số:

$$F_1 = F_2 = F_3 = 10\text{KN và } F_4 = 10\text{KN}, F_5 = 30\text{KN}$$

- a) Xác định hình chiếu của các lực lên hệ trục tọa độ Oxyz?
b) Xác định mômen của các lực đối với các trục .Biết $KB = KD = 1\text{m}$, $AC = 2\text{m}$.

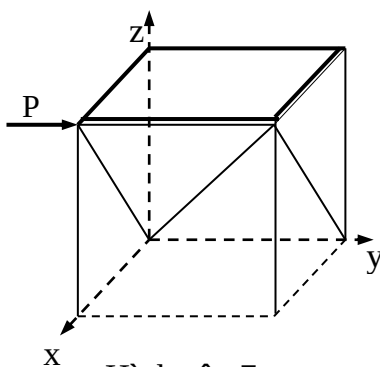


Hình câu 5

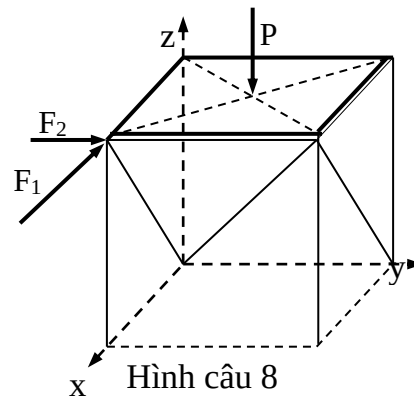


Hình câu 6

6. Tấm hình chữ nhật trọng lượng P được giữ nằm ngang nhờ liên kết cầu A , bản lề trụ B và thanh CF tạo với phương đứng góc 30° . Tìm lực liên kết tại A , B và lực nén thanh CF
7. Tấm phẳng chịu lực P và được giữ bởi 6 thanh như hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng tấm và các thanh. Toàn hình có dạng khối lập phương. Tìm lực kéo nén các thanh.

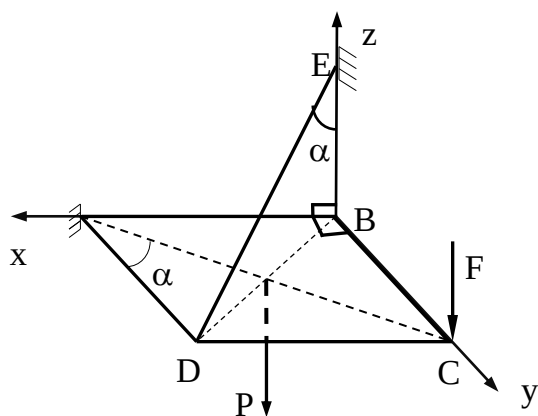


Hình câu 7

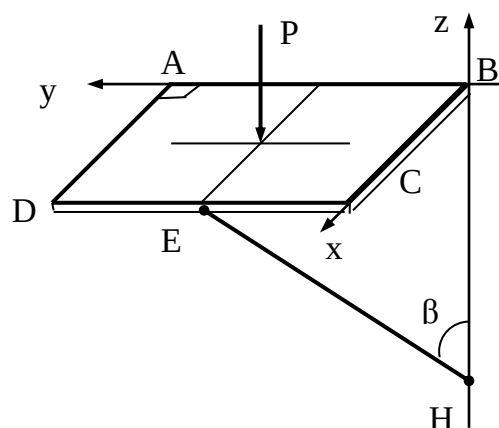


Hình câu 8

8. Tấm hình phẳng đồng chất trọng lượng $P = 2000\text{N}$, chịu tác dụng của các lực $F_1 = 500\text{N}$, $F_2 = 1000\text{N}$ ($\vec{F}_1 \parallel O_x, \vec{F}_2 \parallel O_y$) và được giữ bởi 6 thanh như hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng các thanh, toàn hình có dạng khối lập phương. Tìm ứng lực các thanh
9. Tấm phẳng đồng chất hình chữ nhật, trọng lượng $P = 2000\text{N}$, lực $F = 1000\text{N}$.Tìm lực liên kết tại ổ đỡ chặn A, bản lề trụ B và lực căng dây DE. Góc $\alpha = 30^\circ$



Hình câu 9



Hình câu 10

10. Tấm đồng chất hình chữ nhật có trọng lượng $P = 500\text{N}$, được giữ cân bằng ở vị trí ngang. Các cạnh $AB = 2a$, đoạn $DE = EC = a$. Góc $\beta = 30^\circ$. Xác định phản lực liên kết tại bản lề trụ A, bản lề cầu B và ứng lực của thanh EH.

Phần II. ĐỘNG HỌC
CHƯƠNG 4. ĐỘNG HỌC ĐIỂM
Mã chương: CK105-04

Giới thiệu:

Chương 4 nghiên cứu về chuyển động của điểm (động điểm) thông qua phương pháp tọa độ Descartes và phương pháp tự nhiên.

Mục tiêu:

- + Trình bày được các khái niệm về phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo, vận tốc, gia tốc.
- + Xác định được quỹ đạo, phương trình chuyển động, vận tốc, gia tốc của một chuyển động cụ thể.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

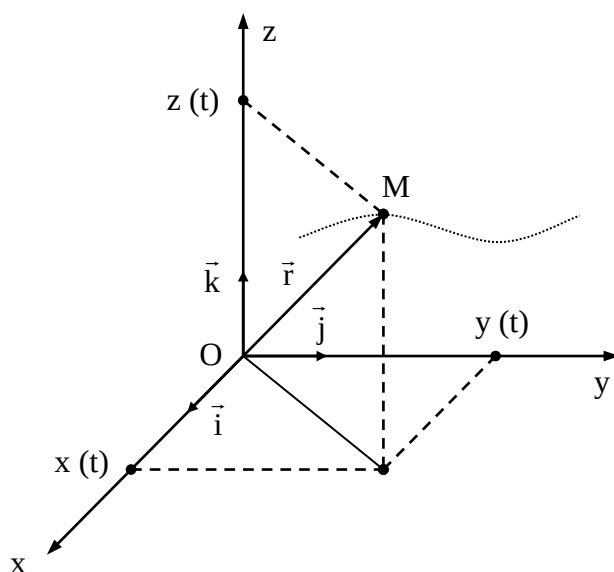
1. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tọa độ Descartes

1.1. Phương trình chuyển động:

Trong hệ tọa độ Descartes, vị trí của điểm M được xác định bởi tọa độ (x, y, z) của nó. Khi M chuyển động, các thông số định vị này thay đổi theo thời gian t . Liên hệ giữa x, y, z và t gọi là phương trình chuyển động của điểm theo tọa độ Descartes

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t)$$

Khử t trong các phương trình chuyển động, ta có phương trình quỹ đạo của động điểm.



1.2. Vận tốc của điểm:

Gọi v_x, v_y, v_z là hình chiếu của $\vec{v}$ trên các trục tọa độ thì

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} \quad (*)$$

Trong đó: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

$$\text{Mà } \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\begin{aligned} \text{Nên } \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} \\ &= x'(t) \cdot \vec{i} + y'(t) \cdot \vec{j} + z'(t) \cdot \vec{k} \quad (**) \end{aligned}$$

So sánh (*) và (**) ta rút ra: $v_x = x'(t); v_y = y'(t); v_z = z'(t)$

Vậy các hình chiếu của vận tốc trên các trục tọa độ Descartes bằng đạo hàm bậc nhất theo thời gian của các tọa độ tương ứng.

Trị số, phương chiều của vận tốc được xác định như sau:

$$- \text{Trị số: } v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$- \text{Phương chiều: } \cos\alpha = \frac{v_x}{v}; \cos\beta = \frac{v_y}{v}; \cos\gamma = \frac{v_z}{v}$$

Với α, β, γ : là góc tạo bởi $\vec{v}$ với các trục tọa độ x, y, z

1.3. Gia tốc của điểm:

Tương tự như vận tốc, gọi a_x, a_y, a_z là hình chiếu của $\vec{a}$ trên các trục tọa độ:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = v'_x(t) = x''(t)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = v'_y(t) = y''(t)$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = v'_z(t) = z''(t)$$

$$- \text{Trị số gia tốc: } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$- \text{Phương chiều: } \cos\alpha' = \frac{a_x}{a}; \cos\beta' = \frac{a_y}{a}; \cos\gamma' = \frac{a_z}{a}$$

α', β', γ' : là góc tạo bởi $\vec{a}$ với các trục tọa độ x, y, z

* **Ví dụ:** Viên đạn bay trong không gian Oxy theo quy luật:

$$x = v_0 t \cos\alpha \quad (a)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin\alpha \quad (b)$$

Trong đó v_0 là vận tốc ứng với thời điểm $t_0 = 0$, α là góc bắn.

Tìm vận tốc, gia tốc, quỹ đạo viên đạn, độ cao và tầm xa của viên đạn.

Giải

$$(a) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Thế vào (b) ta được:

$$y = -\left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}\right)x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

Vậy quỹ đạo của viên đạn là đường parabol

Vận tốc viên đạn:

$$v_x = x'(t) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = y'(t) = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

Gia tốc viên đạn:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = g$$

Khi viên đạn chạm đất thì $y(t) = 0$

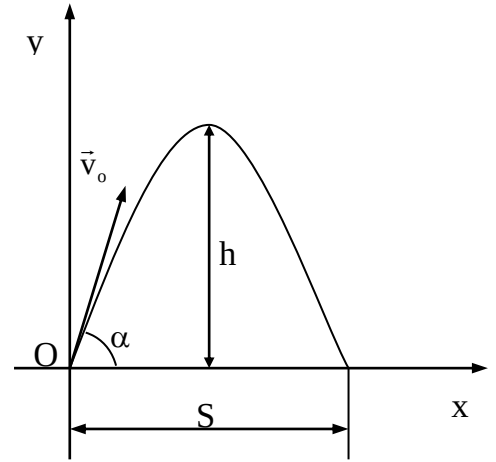
$$\Leftrightarrow y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ và } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (t \neq 0)$$

$$\text{Tầm xa của viên đạn: } s = x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Do tính đối xứng của Parabol, ta có độ cao của viên đạn đạt được tại thời điểm $\frac{t}{2}$

$$\Rightarrow h = y\left(\frac{t}{2}\right) = -\frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

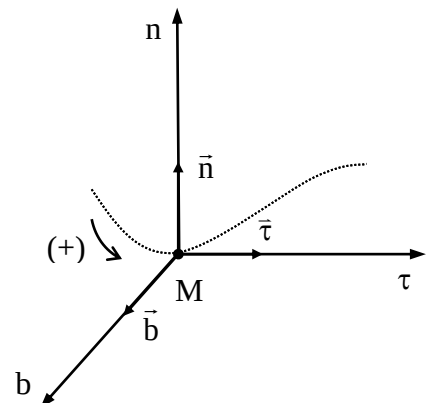


2. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tự nhiên

1.1. Phương trình chuyển động:

1.1.1. Hệ tọa độ tự nhiên:

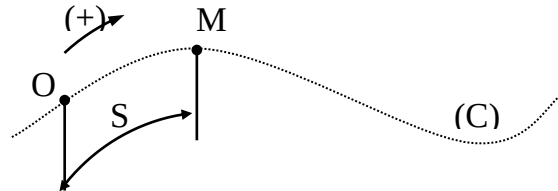
Dựng trong mặt phẳng tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm M trục $M\tau$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo về phía dương, có vectơ đơn vị là $\vec{\tau}$. Dựng trục Mn hướng theo pháp tuyến của quỹ đạo về phía lõm, Mn nằm trong mặt phẳng tiếp gọi là pháp tuyến chính có vectơ đơn vị là $\vec{n}$. Dựng pháp tuyến Mb gọi là trùng pháp tuyến có vectơ đơn vị là $\vec{b}$ (thường chọn chiều của $\vec{b}$ sao cho $M_{\vec{\tau}\vec{n}\vec{b}}$ là tam diện thuận)



Như vậy, tại mọi điểm của đường cong, ta luôn dựng được hệ tọa độ vuông góc có 3 trục hướng theo tiếp tuyến, pháp tuyến chính và trùng pháp tuyến gọi là hệ tọa độ tự nhiên. Hệ tọa độ tự nhiên thay đổi theo vị trí của điểm M trên quỹ đạo.

1.1.2. Phương trình chuyển động:

Trên quỹ đạo của động điểm, ta chọn O làm gốc. Khi đó, vị trí của động điểm được xác định bởi thông số $s = \widehat{OM}$. Khi M chuyển động, s biến thiên theo thời gian.



$s = s(t)$ gọi là phương trình chuyển động của điểm theo tọa độ tự nhiên.

* Chú ý: s là đại lượng đại số. Tuy nhiên nếu chọn chiều dương của quỹ đạo là chiều chuyển động của điểm thì s luôn dương.

1.2. Vận tốc của điểm:

Để xác định vận tốc $\vec{v}$ ta tìm hình chiếu của nó lên các trục của tọa độ tự nhiên. Vì $\vec{v}$ hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo tại M nên $\vec{v} = v_\tau \cdot \vec{\tau}$ (vì $v_n = v_b = 0$)

$$|\vec{v}| = |v_\tau| = \left| \frac{ds}{dt} \right| = |s'(t)|$$

Dấu của v_τ và $s'(t)$ luôn trùng nhau (cùng dương nếu điểm chuyển động theo chiều dương quỹ đạo và cùng âm trong trường hợp ngược lại).

Vậy suy ra: $v_\tau = s'(t)$

1.3. Gia tốc của điểm:

Tương tự như vận tốc ta tìm hình chiếu của nó trên các trục tọa độ tự nhiên ta có:

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_n \cdot \vec{n} + a_b \cdot \vec{b} \quad (*)$$

Mặt khác:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_\tau \cdot \vec{\tau}) = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + v_\tau \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + v_\tau \cdot \frac{d\vec{\tau}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$$

Theo hình học vi phân thì $\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{n}}{\rho}$ với ρ là bán kính cong quỹ đạo tại điểm đang xét

$$\text{Vậy ta có: } \vec{a} = v'_\tau \cdot \vec{\tau} + \frac{v_\tau^2}{\rho} \cdot \vec{n} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad (**)$$

So sánh (*) và (**) ta suy ra:

$$a_\tau = v'_\tau(t) = s''(t) ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} ; \quad a_b = 0$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Vì $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ luôn dương nên $\vec{a}$ luôn hướng vào bề lõm của quỹ đạo.

* Ý nghĩa của các thành phần gia tốc:

- $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$ khi $\rho \rightarrow \infty$ tức là điểm chuyển động thẳng

- $a_n \neq 0$ điểm chuyển động cong.

Vậy, a_n biểu thị cho sự đổi hướng của vận tốc.

- $a_\tau = v'_\tau(t) = 0$ thì $v_\tau =$ hằng số, tức là điểm chuyển động đều.

- $a_\tau \neq 0$ thì v_τ biến thiên, điểm chuyển động không đều.

Vậy, a_τ biểu thị cho sự thay đổi về trị số của vận tốc.

+ Khi a_τ và v cùng dấu : Điểm chuyển động nhanh dần.

+ Khi a_τ và v ngược dấu : Điểm chuyển động chậm dần.

* Ví dụ:

Điểm chuyển động trên vòng tròn bán kính $r = 1\text{m}$ theo phương trình $s = t^3 - 16t$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây)

- Xác định vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 2\text{s}$

- Xét xem ở thời điểm đó, điểm chuyển động nhanh hay chậm dần.

Giải

$$v = s'(t) = 3t^2 - 16$$

Khi $t = 2\text{s}$ thì $v = 3 \cdot 2^2 - 16 = -4\text{ m/s}$

$$a_\tau = v'(t) = 6t = 6 \cdot 2 = 12\text{m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(-4)^2}{1} = 16\text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20\text{m/s}^2$$

Vì a_τ và v trái dấu nên điểm chuyển động chậm dần.

3. Một số chuyển động thường gặp

3.1. Chuyển động đều:

Chuyển động đều là chuyển động mà vận tốc của điểm chuyển động có trị số không đổi.

$$v = \text{hằng số}$$

$$a_\tau = v'_\tau(t) = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

3.1.1. Chuyển động thẳng đều:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0 \quad (\rho \rightarrow \infty) \quad ; \quad a_\tau = 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

Trong đó: v và s_0 tương ứng là vận tốc và tọa độ cong ban đầu của động điểm.

3.1.2. Chuyển động cong đều:

$$a_\tau = 0 \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$$

Phương trình chuyển động : $s = s_0 + vt$

3.2. Chuyển động biến đổi đều:

Là chuyển động mà gia tốc tiếp tuyến của điểm có giá trị không đổi.

$$a_\tau = \text{hằng số} \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad v = v_0 + a_\tau t$$

3.2.1. Chuyển động thẳng biến đổi đều:

$$a_n = 0 \quad ; \quad a_\tau = \text{hằng số}$$

$$v = v_0 + a_\tau t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

3.2.1. Chuyển động cong biến đổi đều:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad ; \quad a_\tau = \text{hằng số} \quad ; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$v = v_0 + a_\tau t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

* Ví dụ:

Một điểm chuyển động nhanh dần đều trên cung tròn bán kính $r = 1000\text{m}$, từ trạng thái đứng yên sau 2 phút nó đi được quãng đường $S = 1200\text{m}$. Hãy tính trị số vận tốc và gia tốc sau 2 phút đó.

Giải

$$\text{Ta có : } s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

$$\text{Chọn } s_0 = 0$$

$$\text{Mặt khác } v_0 = 0 \text{ (ban đầu điểm đứng yên)}$$

$$\text{Nên } s = \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

$$\Rightarrow a_\tau = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 1200}{120^2} = \frac{1}{6} \text{ m/s}^2$$

Vận tốc sau 2 phút :

$$v = v_0 + a_\tau t = a_\tau \cdot t = \frac{1}{6} \cdot 120 = 20 \text{ m/s}$$

Gia tốc pháp tuyến : $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{20^2}{1000} = 0,4 \text{ m/s}^2$

Gia tốc sau 2 phút:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + (0,4)^2} = 0,43 \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

- Viết công thức xác định vận tốc và gia tốc của điểm theo phương pháp tọa độ Descartes.
- Điểm chuyển động có $\frac{v_x}{v_y} = \text{hằng số}$ thì quy luật chuyển động của điểm như thế nào
- Viết biểu thức xác định vận tốc và gia tốc của điểm chuyển động cong tổng quát.
- Đối với các điểm chuyển động thẳng (hoặc cong) có thể xảy ra các trường hợp sau không?
 - $v > 0$ và $a_\tau < 0$
 - $v < 0$ và $a_\tau > 0$

Chuyển động ứng với mỗi trường hợp có đặc điểm gì?

- Phương trình chuyển động, vận tốc của động điểm trong chuyển động thẳng và cong biến đổi đều được xác định như thế nào? Nếu thay đổi góc quy chiếu hoặc góc thời gian thì các biểu thức đó có gì thay đổi không?
- Khi nào điểm chuyển động không có gia tốc tiếp tuyến, không có gia tốc pháp tuyến và cả hai thành phần gia tốc đó đều không có?

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

- Động điểm chuyển động theo phương trình:

$$x = 2 t^2$$

$$y = 1,5 t^2 - 1$$

x, y tính bằng mét và t tính bằng giây . Xác định.

- Quỹ đạo động điểm.
- Vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 2s$.

- Viên đạn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng theo phương trình:

$$x = 300 t$$

$$y = 400 t - 5 t^2$$

x, y tính bằng mét và t tính bằng giây. Tìm:

- Quỹ đạo của viên đạn

- b) Vận tốc và gia tốc tại thời điểm đầu và lúc viên đạn rơi xuống đất.
c) Độ cao và tầm xa của đường đạn.

3. Điểm chuyển động theo phương trình :

$$\begin{aligned} x &= b \cos \frac{\pi}{3} t \\ y &= b \sin \frac{\pi}{3} t \end{aligned} \quad (\text{với } a, b \text{ là hằng số, } x, y \text{ tính bằng mét và } t \text{ tính bằng giây})$$

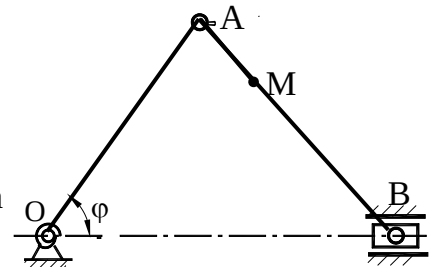
- a) Điểm chuyển động theo quỹ đạo gì?
b) Tìm vận tốc và gia tốc của động điểm

4. Chất điểm chuyển động theo phương trình

$$\begin{aligned} x &= 75 \cos 4t^2 \\ y &= 75 \sin 4t^2 \end{aligned} \quad (x, y \text{ tính bằng cm và } t \text{ tính bằng giây})$$

Tìm vận tốc và gia tốc của điểm.

5. Tìm quỹ đạo điểm M trên thanh truyền AB của cơ cấu tay quay con trượt (hình vẽ). Biết $OA = AB = 60\text{cm}$; $MA = \frac{1}{3}AB$; $\varphi = 4\pi t$. Xác định vận tốc và gia tốc của điểm M khi $\varphi = 0$



6. Điểm chuyển động theo phương trình $s = t^3 - 12t + 2$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây).
- a) Xác định vận tốc và gia tốc của điểm tại các thời điểm $t_1 = 1\text{s}$ và $t_2 = 4\text{s}$.
b) Xác định thời điểm để vận tốc bằng không.
c) Mô tả quy luật chuyển động của điểm.
7. Điểm chuyển động trên quỹ tròn bán kính $R = 6\text{cm}$ theo phương trình $s = 6 + 9t^2 - 12t^3$ (s tính bằng cm, t tính bằng giây)
- a) Xác định vận tốc và gia tốc của điểm tại thời điểm $t = 2\text{s}$.
b) Xét xem ở thời điểm đó, điểm chuyển động nhanh dần hay chậm dần?
8. Điểm chuyển động trên cung tròn bán kính $R = 0,2\text{m}$ theo phương trình $s = 0,2\sin\pi t$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây). Tại thời điểm $t = 5\text{s}$, hãy xác định trị số và hướng của vận tốc, gia tốc của điểm.
9. Điểm chuyển động thẳng có phương trình $s = 2t + t^2$
- a) Sau khi mấy giây điểm đạt vận tốc 10m/s ?
b) Tại thời điểm đó, điểm vạch được quãng đường dài bao nhiêu?
c) Tìm gia tốc của điểm?

10. Một điểm trên vành bánh xe chuyển động theo phương trình $s = 0,1t^3$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Bán kính của bánh xe bằng 2m . Xác định gia tốc của điểm tại thời điểm vận tốc của nó bằng 30m/s
11. Một ô tô chuyển động thẳng , trong giai đoạn khởi động , chạy nhanh dần đều với gia tốc $a = 1\text{m/s}^2$. Tính :
- Vận tốc và quãng đường chạy được sau thời gian khởi động 4 giây?
 - Vận tốc của ô tô sau khi đi được 32m.
12. Trên đoạn đường dài 12,5km , tàu hoả giảm tốc từ 54km/h xuống còn 36km/h. Xem như trên đoạn đường đó , tàu hoả chuyển động chậm dần đều . Xác định gia tốc của tàu và thời gian tàu chạy được trên quãng đường đó.
13. Một ô tô chuyển động thẳng với vận tốc $v = 36\text{km/h}$ thì được hãm lại. Từ khi hãm ô tô chuyển động chậm dần đều và chạy được 25m thì dừng lại. Xác định :
- Khoảng thời gian từ khi bắt đầu hãm đến khi ô tô dừng lại?
 - Gia tốc của ô tô?
 - Vận tốc của ô tô sau khi hãm được 3s ?
14. Ô tô đang chuyển động trên đường thẳng với vận tốc v_0 km/h thì người lái nhìn thấy vật cản nên người lái đã hãm nhanh và sau 10s thì ô tô dừng lại. Hãy xác định vận tốc v_0 bằng bao nhiêu nếu đoạn đường hãm (tính vị trí bắt đầu hãm cho đến khi dừng hẳn) là 80m.
15. Viên đạn được bắn ra theo hướng thẳng đứng lên trên với vận tốc đầu là 350m/s. Hỏi viên đạn đạt được chiều cao bằng bao nhiêu và sau thời gian bao lâu nó rơi đến đất (không tính sức cản của không khí và lấy $g = 9,81\text{m/s}^2$)
16. Tàu điện xuất phát từ ga A và chuyển động trên đường thẳng tới ga B với yêu cầu vận hành của tàu như sau: Trên đoạn đường thứ nhất dài s_1 km, tàu chạy nhanh dần đều với gia tốc $0,04\text{m/s}^2$ và ở cuối đoạn có vận tốc 72 km/h; Trên đoạn đường thứ hai dài $s_2 = 36\text{km}$ tàu chạy với vận tốc không đổi 72 km/h; Trên đoạn đường thứ ba dài $s_3 = 1,5\text{km}$, tàu chạy chậm dần đều và dừng lại ở ga B. Hãy xác định thời gian tàu chạy trên quãng đường AB và chiều dài quãng đường đó.
17. Đầu tàu hoả có vận tốc đầu 15m/s và trong 30 giây đầu chạy được 600m. Biết chuyển động của nó là biến đổi đều, xác định vận tốc và gia tốc của tàu hoả ở cuối giây thứ 30 nếu tàu hoả chuyển động trên cung tròn bán kính $R = 1\text{km}$.
18. Một tàu hoả chuyển động nhanh dần đều, vận tốc của nó tăng từ 18km/h đến 72km/h trong khoảng thời gian 2phút . Quãng đường nằm trên cung tròn bán kính $R = 1000\text{m}$. Xác định vận tốc và gia tốc của tàu sau 40 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động nhanh dần đều.
19. Hai điểm bắt đầu chuyển động ở cùng một thời điểm tại cùng một vị trí trên đường tròn và ngược chiều nhau . Các điểm chuyển động đều , gia tốc của hai điểm lần lượt

là $8,2\text{m/s}^2$ và $73,9\text{m/s}^2$. Bán kính của đường tròn $R = 30\text{m}$. Xác định thời gian cần thiết để các điểm gặp nhau và đoạn đường mỗi điểm đã đi trong thời gian đó.

20. Đầu máy điện chuyển động chậm dần đều trên đường cong bán kính $R = 800\text{m}$ và đã đi được quãng đường 800m . Hãy xác định gia tốc ở cuối đường cong và thời gian để đầu máy chuyển động trên đường cong đó nếu vận tốc đầu và cuối tương ứng là $v_0 = 54\text{ km/h}$ và $v = 18\text{km/h}$

CHƯƠNG 5. CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

Mã chương: CK105-05

Giới thiệu:

Chương 5 nghiên cứu về 2 chuyển động cơ bản của vật rắn. Thông qua phương pháp tự nhiên giúp khảo sát các thông số đặc trưng cho 2 chuyển động cơ bản này.

Mục tiêu:

- + Trình bày được tính chất và phương pháp khảo sát vật chuyển động tịnh tiến.
- + Phân tích được cách xác định các đại lượng đặc trưng của chuyển động quay quanh trục cố định.
- + Vận dụng giải thành thạo các bài toán về chuyển động cơ bản của vật rắn.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

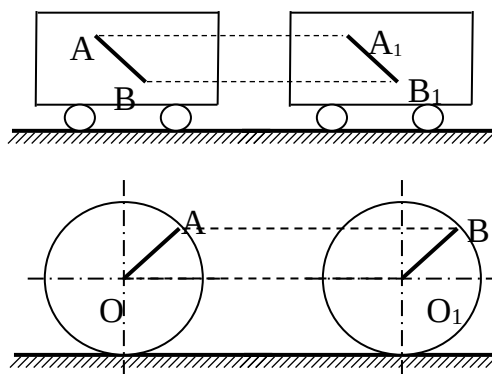
1. Chuyển động tịnh tiến

1.1. Định nghĩa

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó lấy bất kỳ đoạn thẳng nào trên vật cũng luôn luôn song song với vị trí ban đầu của nó.

Trong thực tế gặp rất nhiều trường hợp vật chuyển động tịnh tiến. Vật chuyển động tịnh tiến thường gặp là:

- Tịnh tiến thẳng: Toa xe lửa chuyển động trên đường ray.
- Tịnh tiến cong: Thanh truyền AB trong cơ cấu hình bình hành của đầu máy xe lửa.

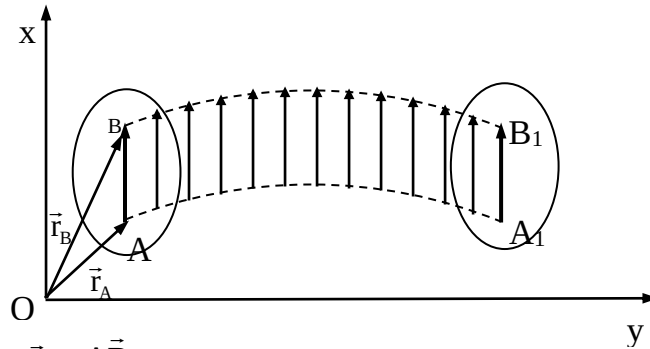


1.2. Tính chất của chuyển động tịnh tiến:

Định lý: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, các điểm thuộc vật vẽ nên những quỹ đạo đồng chất (có thể đặt trùng khít lên nhau). Tại mỗi thời điểm, các điểm thuộc vật có vận tốc và gia tốc bằng nhau.

Chứng minh:

Lấy 2 điểm A, B bất kỳ thuộc vật. Giả sử vị trí của chúng tại thời điểm t được xác định bởi các vector $\vec{r}_A$ và $\vec{r}_B$



Dựng $\vec{AB}$, ta có: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$

Trong đó: $\vec{AB}$ là vector có môđun và phương chiều không đổi (vật rắn chuyển động tịnh tiến). Do đó, vị trí của điểm B có được bằng cách dịch chuyển song song các điểm trên quỹ đạo của A đi cùng một vector không đổi $\vec{AB}$. Vậy quỹ đạo của điểm A và B là những đường cong giống nhau (tức là có thể đặt trùng khít lên nhau)

Để xác định vận tốc các điểm A và B ta lấy đạo hàm hai vế $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$ theo thời gian:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d(\vec{AB})}{dt}$$

$$\text{Vì } \frac{d(\vec{AB})}{dt} = 0 \text{ nên } \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \text{ hay } \vec{v}_A = \vec{v}_B$$

Tiếp tục lấy đạo hàm theo 2 vế của đẳng thức $\vec{v}_A = \vec{v}_B$, ta được:

$$\frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_B}{dt} \text{ hay } \vec{a}_A = \vec{a}_B$$

Vậy, về mặt động học vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng chuyển động của điểm bất kỳ thuộc vật. Do đó, việc khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến được đưa về bài toán động học điểm.

2. Chuyển động của vật rắn quay quanh trục cố định:

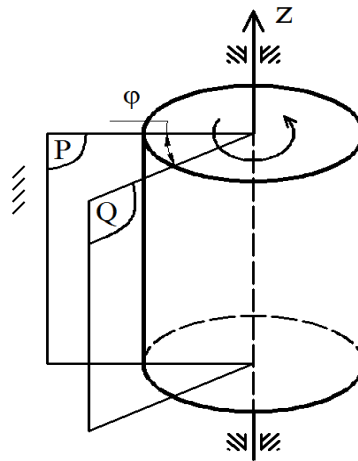
2.1. Định nghĩa:

Vật rắn quay quanh một trục cố định là trong quá trình chuyển động, dễ dàng tìm được hai điểm bất kỳ cố định thuộc vật rắn. Đường thẳng đi qua hai điểm cố định này được gọi là trục quay của vật rắn.

Ví dụ: Quạt trần quay quanh trục, cánh cửa quay quanh trục bản lề, ...

2.2. Phương trình chuyển động:

Cho vật rắn hình trụ quay quanh trục cố định z. Dựng mặt phẳng cố định P và mặt phẳng Q gắn vào vật di động.



Khi vật chưa chuyển động, có mặt phẳng P trùng với vị trí của mặt phẳng Q. Khi vật quay, lúc này vị trí mặt phẳng Q thay đổi so với P một góc φ . Ứng với mỗi thời điểm ta có mỗi góc quay φ khác nhau. Vậy phương trình chuyển động của vật rắn:

$$\varphi = \varphi(t) \quad (\text{rad})$$

Tuy nhiên, trong kỹ thuật, góc quay của vật thường được tính theo số vòng quay N. liên hệ giữa N và φ :

$$\varphi = 2\pi N \quad (\text{rad})$$

Góc quay φ là đại lượng đại số. Trường hợp vật quay theo một chiều cố định thì ta chọn chiều quay đó là chiều dương.

2.3. Vận tốc góc:

Khi vật quay,, góc quay φ biến thiên theo thời gian. Để biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật, ta đưa ra khái niệm vận tốc góc. Ký hiệu là ω

$$\bar{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)$$

Đơn vị đo của ω là rad/s

Vậy, Vận tốc góc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của góc quay theo thời gian cũng tại thời điểm đó.

Trong kỹ thuật, vận tốc góc thường được đo bằng số vòng quay trong một phút gọi là vận tốc vòng. Ký hiệu: n (vòng/phút)

Liên hệ giữa n và ω :

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \quad (\text{rad/s})$$

2.4. Gia tốc góc:

Vận tốc nói chung mỗi lúc quay nhanh chậm khác nhau, có khi còn thay đổi cả chiều quay. Đại lượng biểu thị cho sự thay đổi đó của vận tốc góc theo thời gian gọi là gia tốc góc. Ký hiệu là ε

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{\omega}'(t) = \varphi''(t)$$

Đơn vị đo của ε là rad/s²

Vậy, Gia tốc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của vận tốc theo thời gian hoặc bằng đạo hàm cấp hai của góc quay theo thời gian tại thời điểm đó.

Dấu hiệu nhận biết chuyển động nhanh dần, chậm dần:

- $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} > 0$: vật chuyển động quay nhanh dần
- $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} < 0$: vật chuyển động quay chậm dần

2.5. Các chuyển động quay thường gặp:

2.5.1. Chuyển động quay đều:

Vận tốc góc: $\omega = \text{hằng số}$

Gia tốc góc: $\bar{\varepsilon} = \bar{\omega}'(t) = 0$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$

2.5.2. Chuyển động quay biến đổi đều (nhanh dần đều, chậm dần đều)

Gia tốc góc $\varepsilon = \text{hằng số}$

Vận tốc góc: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Nếu chọn chiều dương trùng với chiều quay ban đầu của vật thì:

- $\varepsilon > 0$: Vật quay nhanh dần đều
- $\varepsilon < 0$: Vật quay chậm dần đều
- Ví dụ 1:

Vật quay quanh trục cố định theo phương trình: $\varphi = 2t^2 + t + 2$ (φ tính bằng rad, t tính bằng giây). Xác định:

- a) Góc quay của vật trong 3 giây đầu.
- b) Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.
- c) Trong quá trình chuyển động, vật có đổi chiều quay hay không.

Giải:

- a) Góc quay của vật trong 3 giây đầu.
 - Ở thời điểm đầu $t_0 = 0$ thì $\varphi_0 = 2 \text{ rad}$
 - Ở thời điểm đầu $t_1 = 3$ thì $\varphi_1 = 23 \text{ rad}$

Vậy, góc quay $\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = 21 \text{ rad}$

- b) Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.

$$\omega = \varphi'(t) = 4t + 1 = 4 \cdot 3 + 1 = 13 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon = \omega'(t) = 4 \text{ rad/s}^2$$

- c) Vật không đổi chiều quay vì $\omega = 4t + 1 > 0 \quad \forall t$

- Ví dụ 2:

Một trục máy trong giai đoạn tăng tốc quay nhanh dần đều, từ vận tốc 1200 vòng/phút lên 1800 vòng/phút, với số vòng quay được là 250 vòng.

- a) Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó

- b) Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

Giải:

- a) Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot n_0}{30} = \frac{1200 \cdot \pi}{30} = 40\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{1800 \cdot \pi}{30} = 60\pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi = 2\pi N = 500\pi \text{ rad}$$

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \\ \omega = \omega_0 + \varepsilon t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 500\pi = 40\pi t + \frac{1}{2} \left(\frac{20\pi}{t} \right) t^2 \\ \varepsilon = \frac{20\pi}{t} \\ t = 10\text{s} \\ \varepsilon = 2\pi \text{ rad/s}^2 \end{cases}$$

- b) Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t = 40\pi + 2\pi \cdot 6 = 52\pi \text{ rad/s}$$

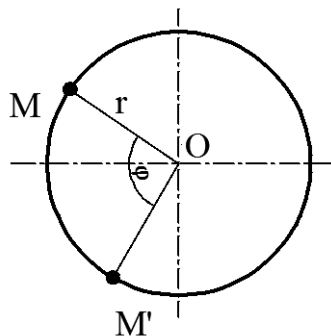
$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} = 1560 \text{ vòng/phút}$$

2.6. Chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định:

2.6.1. Phương trình chuyển động:

Xét điểm M bất kỳ thuộc vật rắn với khoảng cách từ M đến trục quay không đổi $r = OM$. Sau thời gian t vật quay được một góc φ , lúc này M di chuyển đến vị trí M'. Vậy vị trí của M được xác định thông qua cung tròn MM' .



Ta có công thức tính cung tròn:

$$\widehat{MM'} = s = r \cdot \varphi$$

Mặt khác φ thay đổi theo thời gian nên phương trình chuyển động của điểm M: $s = r \cdot \varphi(t)$

2.6.2. Vận tốc của điểm thuộc vật:

Ta có: $\vec{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r.\varphi) = r. \frac{d\varphi}{dt} = r. \omega$

Vì chiều của $\vec{v}$ bao giờ cũng thuận chiều quay của vật tức là chiều của vận tốc góc ω , nên:

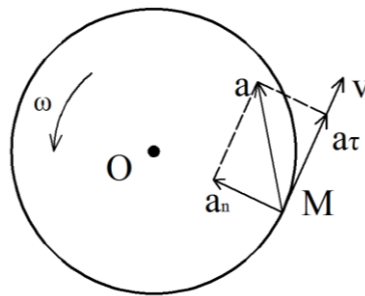
$$\vec{v} = r.\omega \quad (\text{m/s})$$

Phương $\vec{v}$: tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm khảo sát

Chiều: cùng chiều chuyển động của vật

2.6.3. Gia tốc của điểm thuộc vật:

Gia tốc toàn phần: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$



Trong đó:

- a_t là gia tốc tiếp tuyến, có phương chiều cùng với phương chiều của vận tốc và có trị số: $a_t = \vec{v}'(t) = r.\omega'(t) = r.\varepsilon$
- a_n là gia tốc pháp tuyến, có phương chiều hướng vào tâm quay và có trị số:

$$a_t = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega.R)^2}{R} = r.\omega^2$$

Vậy $a = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$

- Ví dụ:

Một vật quay quanh trục cố định O. Ở thời điểm khảo sát, Điểm A cách trục quay khoảng $r = 0,5\text{m}$ có vận tốc $v = 2\text{m/s}$ và gia tốc là $8\sqrt{3}\text{ m/s}^2$.

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.
- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

Giải:

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.

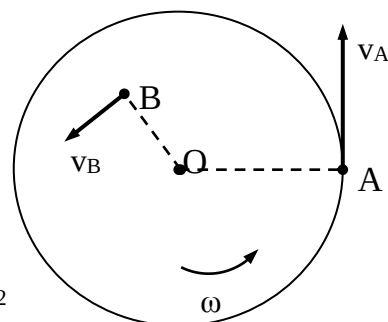
$$v_A = r.\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A}{r} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_n = r. \omega^2 = 0,5. 4^2 = 8\text{m/s}^2$$

$$\text{Mà } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\Rightarrow a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$



$$a_t = r \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{8\sqrt{2}}{0,5} = 16\sqrt{2} \text{ rad/s}^2$$

- b) Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

$$v_B = r \cdot \omega = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ m/s}$$

$$a_t = r \cdot \varepsilon = 0,2 \cdot 16\sqrt{2} = 3,2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v_B^2}{r} = \frac{0,8^2}{0,2} = 3,2 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(3,2\sqrt{2})^2 + 3,2^2} = 3,2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Định nghĩa chuyển động tịnh tiến của vật rắn. Cho ví dụ minh họa ?
- 2) Vì sao khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn ta chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật ?
- 3) Thế nào là chuyển động quay của vật rắn quanh trục cố định. Cho ví dụ?
- 4) Trình bày cách xác định vận tốc góc và gia tốc góc của. Cách nhận biết vật rắn quay nhanh hay chậm dần.
- 5) Tại một thời điểm, vận tốc và gia tốc của các điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định phụ thuộc vào những yếu tố nào?

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

- 1) Một trục động cơ quay theo phương trình: $\varphi = \pi t^3$ (φ tính bằng rad và t tính bằng giây)

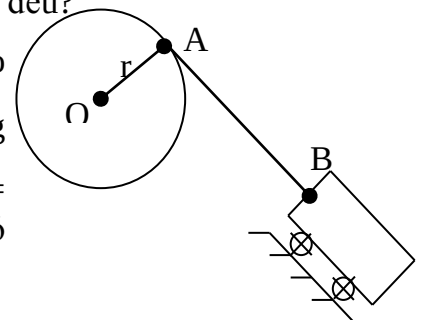
Xác định vận tốc góc và gia tốc góc của trục tại thời điểm $t = 3$ giây (tốc độ tính ra vòng/phút).

- 2) Vật quay quanh trục cố định theo phương trình :

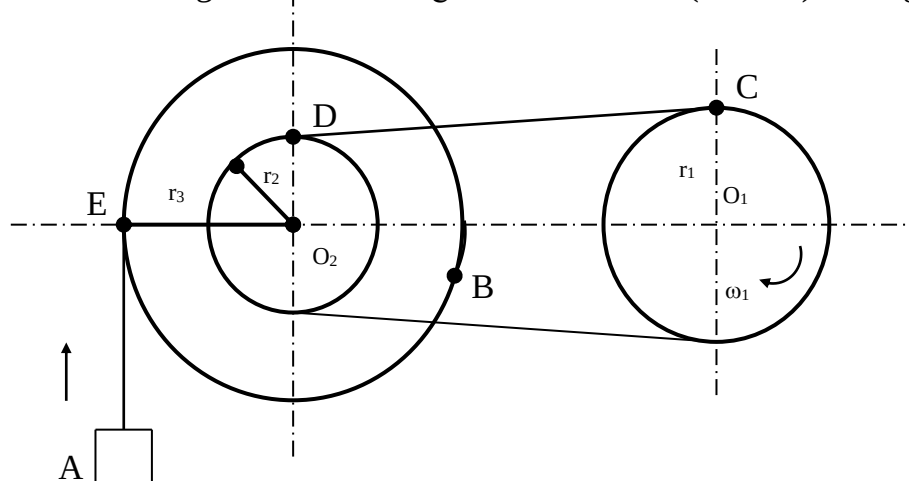
$$\varphi = 2t^2 - t + 1 \text{ (}\varphi \text{ tính bằng rad và } t \text{ tính bằng giây)}$$

- a. Xác định vận tốc góc và gia tốc ở thời điểm $t = 2\text{s}$?
- b. Tính góc quay được của vật trong khoảng thời gian $t_1 = 1\text{s}$ đến $t_2 = 3\text{s}$?
- c. Ở thời điểm $t = 2\text{s}$ vật quay nhanh dần hay chậm dần đều?

- 3) Vật nặng được kéo lên trên mặt phẳng nghiêng theo phương trình $s = \frac{t^2}{4}$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây) nhờ dây cáp quấn quanh trục tời có bán kính $r = 10\text{cm}$. Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của tời. Sau đó



- tìm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của điểm M trên mép trục tời ở thời điểm $t = 1s$.
- 4) Bánh xe quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 phút bánh xe có tốc độ quay 120 vòng/phút. Xác định số vòng quay của bánh xe trong 10 phút đó.
 - 5) Bánh đà có bán kính $r = 2m$ quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 giây, các điểm nằm trên vành có vận tốc $v = 100m/s$. Hãy tìm vận tốc và gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến của các điểm trên vành tại thời điểm $t = 15$ giây
 - 6) Một động cơ đang quay với vận tốc $n = 1200$ vòng/phút thì được hãm lại. Sau khi hãm, động cơ quay chậm dần đều và quay được 80 vòng thì dừng hẳn. Xác định gia tốc góc của trục và thời gian từ lúc hãm đến khi trục dừng.
 - 7) Một vô lăng từ trạng thái đứng yên rồi quay nhanh dần đều, sau 2 phút nó quay được 300 vòng. Tính vận tốc góc và gia tốc góc sau khi quay được 3 phút.
 - 8) Trục của máy tiện cần phải quay với vận tốc bao nhiêu vòng/phút để tiện chi tiết hình trụ dài 120mm hết 15 phút trong mỗi lần chạy dao. Biết bề rộng phoi tiện 0,2mm và trục máy tiện quay đều
 - 9) Hai puli có đường kính $D_1 = 36cm$ và $D_2 = 84cm$ được gắn trên cùng một đai truyền. Vận tốc góc của puli thứ nhất là $n_1 = 42v/phút$. Hỏi vận tốc góc của puli thứ hai bằng bao nhiêu nếu vận tốc biên của 2 puli là như nhau.
 - 10) Khi bánh xe quay quanh trục cố định, các điểm ở trên vành của nó có vận tốc $v_0 = 20m/s$. Đường kính của bánh xe là 1,08m. Sau 2 phút từ khi bắt đầu hãm, bánh xe dừng hẳn. Hãy xác định vận tốc góc của bánh xe trước khi hãm và trị số gia tốc góc trong thời gian hãm. Nếu coi chuyển động của bánh xe trong lúc hãm là chậm dần đều. Sau đó, tìm số vòng quay của bánh xe trong thời gian hãm.
 - 11) Hãy xác định vận tốc góc của:
 - a) Kim giây đồng hồ
 - b) Kim phút đồng hồ
 - c) Kim giờ đồng hồ
 - d) Trái đất quay quanh trục của nó.
 - 12) Bánh xe 1 quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ. Sau 2 giây đạt được vận tốc góc 6 rad/s. Nó truyền chuyển động cho bánh xe 2 nhờ dây xích. Bánh xe 2 gồm 2 tầng. Ở tầng ngoài có gắn sợi dây mềm không giãn treo vật nặng A. Cho $r_1 = 5cm$, $r_2 = 3cm$, $r_3 = 8cm$
 - a) Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của bánh xe 1 sau 3 giây.
 - b) Tìm vận tốc, gia tốc vật A cũng như của điểm B (hình vẽ) sau 3 giây.



CHƯƠNG 6. TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM

Mã chương: CK105-06

Giới thiệu:

Chương 6 đưa ra một số khái niệm về chuyển động. Kết hợp kiến thức bài chuyển động của điểm và chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay quanh một trục cố định để vận dụng giải bài toán về tổng hợp chuyển động của điểm.

Mục tiêu:

- + Trình bày được phương pháp chọn hệ quy chiếu động, cố định.
- + Phân biệt được chuyển động tương đối, tuyệt đối, theo.
- + Vận dụng được định lý hợp vận tốc để giải bài toán tổng hợp chuyển động của điểm.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Khái niệm và định nghĩa các chuyển động

Giả sử có động điểm M, hệ quy chiếu động Oxyz và hệ quy chiếu cố định $O_1x_1y_1z_1$

1.1. Chuyển động tương đối :

Chuyển động của M so với hệ quy chiếu động gọi là chuyển động tương đối, tương ứng ta có quỹ đạo tương đối và vận tốc tương đối. Ký hiệu $\vec{v}_r$

1.2. Chuyển động theo :

Chuyển động của M cùng với hệ quy chiếu động đối với hệ quy chiếu cố định gọi là chuyển động theo, tương ứng ta có quỹ đạo theo và vận tốc theo. Ký hiệu $\vec{v}_e$

1.3. Chuyển động tuyệt đối :

Chuyển động của điểm so với hệ quy chiếu cố định gọi là chuyển động tuyệt đối, tương ứng ta có quỹ đạo tuyệt đối và vận tốc tuyệt đối. Ký hiệu $\vec{v}_a$

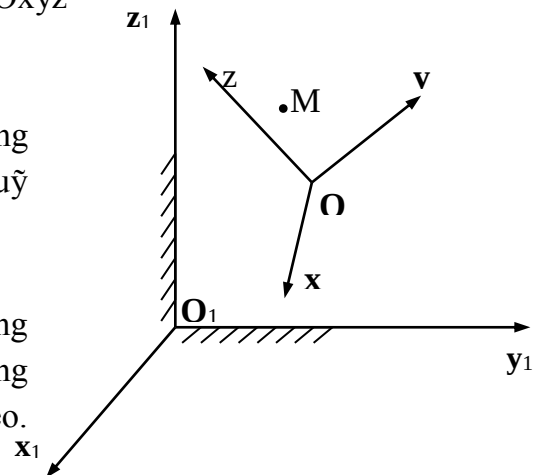
Vậy, chuyển động tuyệt đối là tổng hợp của hai chuyển động, chuyển động tương đối và chuyển động theo

2. Định lý hợp vận tốc

Tại mỗi thời điểm, vận tốc tuyệt đối của chất điểm M bằng tổng hình học của vận tốc theo và vận tốc tương đối.

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r \quad (*)$$

Chứng minh:



Động điểm M được định vị bởi vectơ $\vec{r}$ và $\vec{r}_1$, gốc O được xác định bởi $\vec{r}_0$. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị của hệ trục oxy z , ta có $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Theo hình (*), ta có:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \vec{r}$$

Vận tốc tuyệt đối của M là:

$$\vec{v}_a = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_o + x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt} + \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{v}_a = \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \right) + \left[\vec{v}_o + \left(x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt} \right) \right]$$

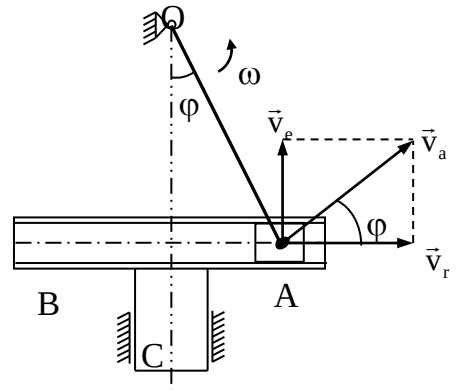
$$\text{hay } \vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

Vậy, định lý đã được chứng minh.

• **Ví dụ:** Cho cơ cấu tay quay culit với tay quay OA = 200mm quay đều với vận tốc $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, Con chạy A nối bằng bản lề vào đầu mút tay quay chạy trong rãnh BC làm culit chuyển động lên xuống. Xác định vận tốc của culit tại thời điểm tay quay lệch một góc $\varphi = 30^\circ$ so với phương thẳng đứng.

Giải

- Chuyển động của con chạy A trong rãnh BC là chuyển động tương đối với vận tốc $\vec{v}_r$ hướng theo phương ngang.
- Chuyển động của BC (culit) so với khung máy là chuyển động theo với vận tốc $\vec{v}_e$ hướng theo phương thẳng đứng.
- Chuyển động của con chạy A so với khung máy là chuyển động tuyệt đối với vận tốc $\vec{v}_a$ tiếp tuyến với quỹ đạo tròn tại A.



Theo định lý hợp vận tốc ta có:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

Theo sơ đồ hợp vận tốc, ta có:

Vận tốc của culit là:

$$v_e = v = v_a \cdot \sin \varphi = OA \cdot \omega \cdot \sin \varphi$$

$$v = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 3\pi \cdot \frac{1}{2} = 0,3\pi \text{ m/s}$$

3. Định lý hợp gia tốc

Tại mỗi thời điểm, gia tốc tuyệt đối bằng tổng hình học của gia tốc theo, gia tốc tương đối và gia tốc Coriolis.

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

Chứng minh:

$$\begin{aligned}\vec{a}_a &= \frac{d}{dt}(\vec{v}_a) = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \right) + \left(\vec{v}_o + x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt} \right) \right] \\ &= \left(\frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} \right) + \left[\vec{a}_o + \left(x \frac{d^2\vec{i}}{dt^2} + y \frac{d^2\vec{j}}{dt^2} + z \frac{d^2\vec{k}}{dt^2} \right) \right] + 2 \left(\frac{dx}{dt} \cdot \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dz}{dt} \cdot \frac{d\vec{k}}{dt} \right)\end{aligned}$$

Tương tự như hợp vận tốc, ta có:

$$\text{Gia tốc tương đối: } \vec{a}_r = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

$$\text{Gia tốc theo: } \vec{a}_e = \vec{a}_o + \left(x \frac{d^2\vec{i}}{dt^2} + y \frac{d^2\vec{j}}{dt^2} + z \frac{d^2\vec{k}}{dt^2} \right)$$

$$\text{Gia tốc Oriolit: } \vec{a}_c = 2 \left(\frac{dx}{dt} \cdot \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dz}{dt} \cdot \frac{d\vec{k}}{dt} \right)$$

Vậy: $\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$ (định lý đã được chứng minh)

• *Chú ý:*

– Trường hợp hệ quy chiếu động Oxyz chuyển động tịnh tiến thì

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt} = 0 \quad (\text{nên } \vec{a}_c = 0)$$

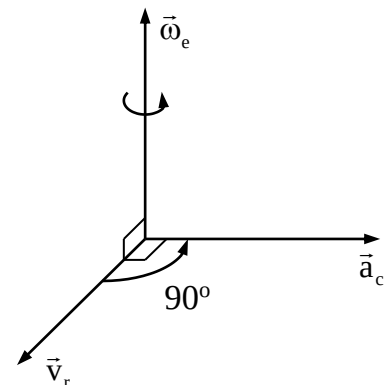
Vậy, khi chuyển động theo là chuyển động tịnh tiến thì gia tốc tuyệt đối bằng tổng hình học gia tốc theo và gia tốc tương đối.

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e$$

– Trường hợp hệ qui chiếu động Oxyz chuyển động quay quanh trục cố định với vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}_e$ thì gia tốc Oriolit là $\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_e \cdot \vec{v}_r$

+ Tại thời điểm khảo sát nếu $\vec{\omega}_e // \vec{v}_r$ hoặc $\vec{v}_r = 0$ hay $\vec{\omega}_e = 0$ thì tại thời điểm này $\vec{a}_c = 0$

+ Nếu $\vec{\omega}_e \perp \vec{v}_r$ thì quy tắc tìm phương chiều của $\vec{a}_c$ như sau: quay $\vec{v}_r$ quanh gốc của nó theo chiều quay của hệ động quanh trục $\vec{\omega}_e$ một góc 90° , ta có ngay chiều của $\vec{a}_c$ và giá trị của nó bằng $2 \vec{\omega}_e \cdot \vec{v}_r$.



***Ví dụ:** Một tấm chữ nhật có các cạnh là a và b quay quanh trục thẳng đứng theo quy luật $\varphi = \frac{1}{2}t^2$. Điểm M chuyển động dọc theo DC với quy luật $s = 3t^2$ (m, s). Tìm vận tốc, gia tốc tuyệt đối của M theo thời gian t .

Giải

– M chuyển động tương đối theo phương thẳng đứng DC với vận tốc tương đối $\vec{v}_r$ và gia tốc tương đối $\vec{a}_r$ nằm trên trục này, đồng thời:

$$v_r = \frac{ds}{dt} = 6t \quad ; \quad a_r = \frac{d^2s}{dt^2} = 6$$

– Chuyển động của M cùng với $ABCD$ là chuyển động theo quỹ đạo đường tròn có bán kính b và vận tốc $\vec{v}_e$ vuông góc với bán kính tại thời điểm đang xét.

$$v_e = r \cdot \omega = b \cdot \frac{d\varphi}{dt} = bt$$

$$\vec{a}_e = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau$$

Với

$$a_e^n = r \cdot \omega^2 = b \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = b \cdot t^2$$

$$a_e^\tau = r \cdot \varepsilon = b \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = b$$

Do vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}_e$ nằm trên Az nên có $\vec{\omega}_e // \vec{v}_r$,

suy ra: $\vec{a}_c = 0$

Vận tốc tuyệt đối của M :

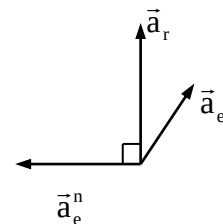
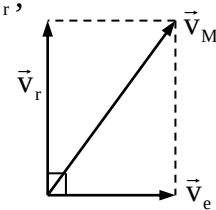
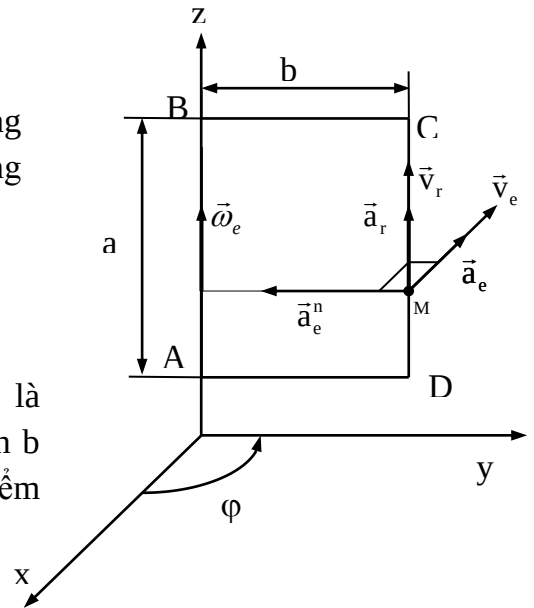
$$\vec{v}_M = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

$$v_M = \sqrt{v_r^2 + v_e^2} = \sqrt{(6t)^2 + (bt)^2} \quad (\text{cm/s})$$

Gia tốc tuyệt đối của M :

$$\vec{a}_M = \vec{a}_r + \vec{a}_e = \vec{a}_r + \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau$$

$$\begin{aligned} a_M &= \sqrt{a_r^2 + (a_e^n)^2 + (a_e^\tau)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + (bt)^2 + b^2} \quad (\text{cm/s}^2) \end{aligned}$$



CÂU HỎI ÔN TẬP

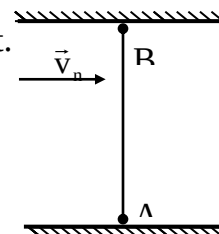
1. Thế nào là chuyển động tương đối, tuyệt đối và chuyển động theo ? Phân tích qua ví dụ cụ thể.
2. Giải thích hiện tượng: Khi lặng gió, những giọt mưa lại rơi xiên trên thành tàu đang chạy? Độ xiên của giọt mưa phụ thuộc vào yếu tố nào?
3. Phát biểu định lý hợp vận tốc, hợp gia tốc của điểm chuyển động tổng hợp.

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

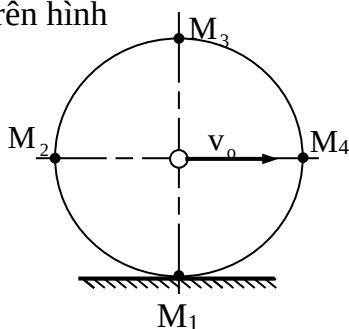
- 1) Một con thuyền sang sông theo phương AB . Vận tốc của nước là $v_n = 10$ m/phút, vận tốc của thuyền so với nước $v_{tn} = 20$ m/phút.

Chiều rộng của sông AB = $l = 250$ m. Xác định:

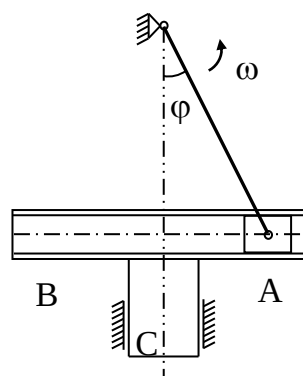
- a) Góc lập bởi phương của $\vec{v}_{tn}$ và AB.
- b) Vận tốc tuyệt đối của thuyền và thời gian thuyền sang sông (xem thuyền chuyển động đều)



- 2) Một bánh xe có bán kính $R = 0,5$ m lăn không trượt trên đường ray thẳng. Vận tốc của trục là $v_0 = 10$ m/s. Xác định vận tốc tuyệt đối của các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 trên hình



Hình câu 2

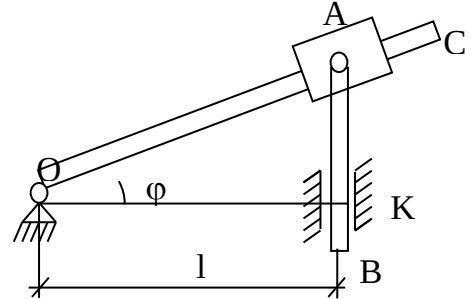


Hình câu 3

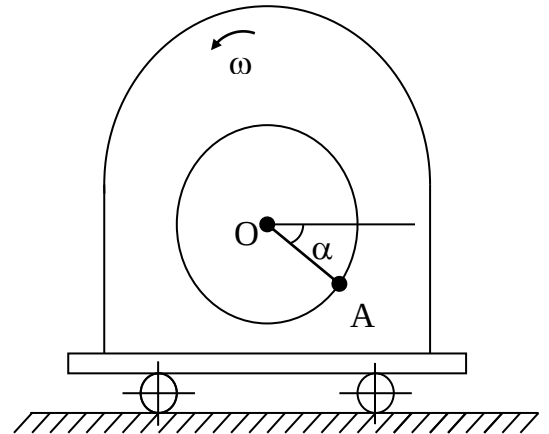
- 3) Cơ cấu tay quay thanh trượt trong máy búa biểu thị trên hình vẽ. Thanh trượt chuyển động lên xuống nhờ con trượt A trượt trong rãnh B. Tay quay OA dài $r = 30$ cm quay quanh O với vận tốc $n = 150$ v/phút. Khi $t = 0$, thanh trượt ở vị trí thấp nhất. Tìm vận tốc của thanh trượt (búa) và vận tốc của con chạy A đối với thanh trượt

- 4) Theo đầu bài tập 3 hãy xác định vận tốc của búa C và vận tốc con chạy A tại thời điểm $\varphi = 60^\circ$
- 5) Tàu hoả đang chạy trên đoạn thẳng nằm ngang với vận tốc 216 km/h. Viên đạn được bắn trong mặt phẳng nằm ngang theo phương vuông góc với phương chuyển động của đoàn tàu với vận tốc có trị số $v = 1000$ m/s. Xác định trị số vận tốc tuyệt đối của viên đạn.

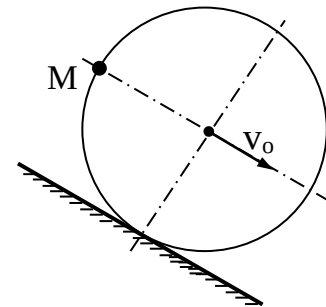
- 6) Trong cơ cấu lắc, tay quay OC quay quanh trục $O \perp$ với mặt phẳng hình vẽ. Con trượt A trượt dọc theo OC và làm thanh AB tịnh tiến lên xuống. Biết $OK = l$ và vận tốc tay quay OC là ω , góc quay là φ . Tìm vận tốc con trượt A đối với tay quay OC tại thời điểm đó.



- 7) Xe chuyển động nằm ngang, hướng sang phải với gia tốc $a = 49,2$ cm/s². trên xe đặt một động cơ điện với roto của nó quay theo quy luật $\varphi = t^2$, bán kính roto $r = 20$ cm. xác định gia tốc tuyệt đối của điểm A nằm trên vành roto tại thời điểm $t = 1$ giây nếu tại vị trí này $\alpha = 30^\circ$.



- 8) Bánh xe lăn không trượt trên đoạn nằm nghiêng. Tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1$ m/s và gia tốc $a_0 = 3$ m/s². Bán kính bánh xe $R = 0,5$ m. Tìm vận tốc và gia tốc điểm M.



CHƯƠNG 7. CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG CỦA VẬT RẮN

Mã chương: CK105-07

Giới thiệu:

Chương 5 nghiên cứu về 2 chuyển động cơ bản của vật rắn. Thông qua phương pháp tự nhiên giúp khảo sát các thông số đặc trưng cho 2 chuyển động cơ bản này.

Mục tiêu:

- + Trình bày được định nghĩa và tính chất chuyển động song phẳng.
- + Phân tích được phương pháp xác định tâm vận tốc tức thời và xác định vận tốc của điểm bằng phương pháp tâm vận tốc tức thời.
- + Vận dụng giải thành thạo các bài toán về chuyển động song phẳng của vật rắn theo phương pháp tâm vận tốc tức thời.
- + Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.

Nội dung chính:

1. Khái niệm và phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng

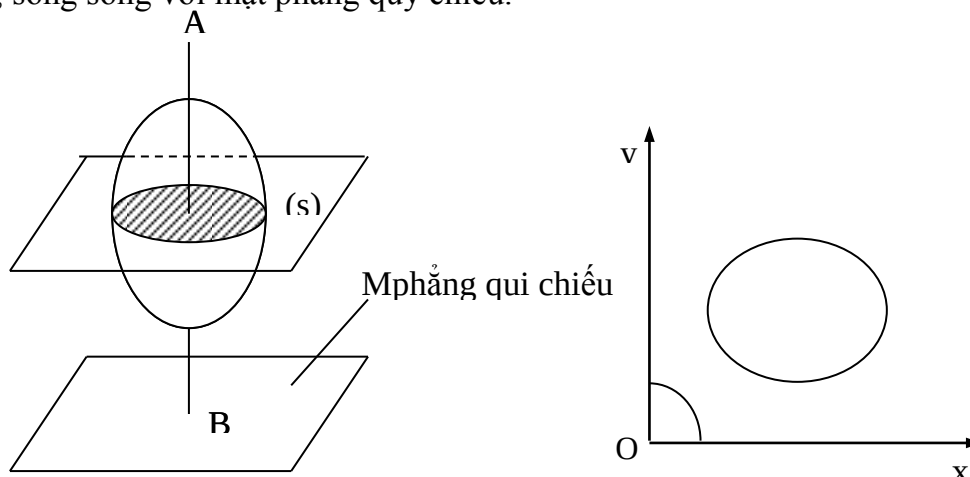
1.1. Định nghĩa

Chuyển động song phẳng của vật rắn là chuyển động trong đó mỗi điểm thuộc vật luôn di động trong những mặt phẳng cố định song song với mặt phẳng quy chiếu.

Ví dụ: Khi xe chạy trên đường, mọi điểm trên bánh xe di chuyển trong những mặt phẳng song song với mặt phẳng thẳng đứng chứa trục đường, nên bánh xe chuyển động song phẳng.

1.2. phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng

Bài toán khảo sát chuyển động song phẳng của vật rắn trong không gian được đưa về bài toán khảo sát chuyển động của một tiết diện phẳng của nó trong mặt phẳng chứa tiết diện phẳng, song song với mặt phẳng quy chiếu.

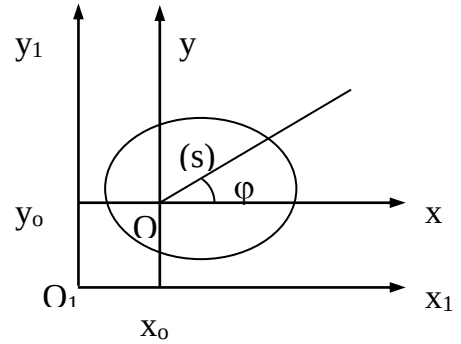


2. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp tịnh tiến và quay

2.1. Khảo sát chuyển động của hình phẳng

2.1.1. Phương trình chuyển động:

Xét chuyển động của hình phẳng (s) trong mặt phẳng (P). Chọn hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$. Lấy điểm O tùy ý thuộc (s) và gắn vào đó hệ trục Oxy có trục Ox và Oy luôn song song với O_1x_1 và O_1y_1 . Chuyển động của hình phẳng (s) được phân tích thành 2 chuyển động:



- Chuyển động tịnh tiến của hệ động Oxy đối với hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$ (chuyển động theo).
- Chuyển động quay quanh cực O của hình phẳng đối với hệ động Oxy (chuyển động tương đối)

Vậy chuyển động song phẳng của vật rắn có thể phân tích thành 2 chuyển động: chuyển động tịnh tiến cùng với cực và chuyển động quay của vật quanh cực

Do đó, phương trình chuyển động của vật rắn chuyển động song phẳng là:

$$x_o = x_o(t) ; y_o = y_o(t) ; \varphi = \varphi(t)$$

2.1.2. Các yếu tố động học của hình phẳng:

- Chuyển động của hệ trục Oxy là chuyển động tịnh tiến cùng với cực O nên trạng thái động học được xác định là vận tốc $\vec{v}_o$ và gia tốc $\vec{a}_o$.
- Chuyển động quay của hình phẳng đối với hệ động oxy được xác định bằng vận tốc góc ω và gia tốc góc ε

* *Chú ý: Các đại lượng $\vec{v}_o$, $\vec{a}_o$ phụ thuộc vào việc chọn cực*

2.2. Khảo sát chuyển động của điểm thuộc hình phẳng

2.2.1. Phương trình chuyển động

Xét điểm M thuộc hình phẳng S nằm cách cực O một khoảng $OM = R$. Vị trí của M được xác định:

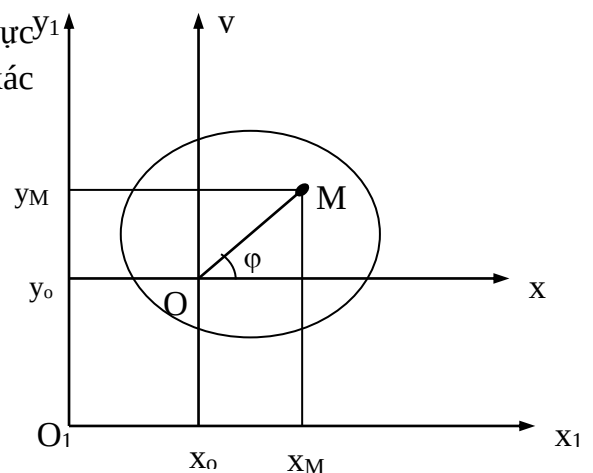
$$x_M = x_o + R \cdot \cos \varphi$$

$$y_M = y_o + R \cdot \sin \varphi$$

Vì x_o , y_o , φ luôn thay đổi theo thời gian, nên phương trình chuyển động của M là:

$$x_M(t) = x_o(t) + R \cdot \cos \varphi(t)$$

$$y_M(t) = y_o(t) + R \cdot \sin \varphi(t)$$



2.2.2. Vận tốc của điểm

- Biểu thức giải tích của vận tốc.

Vận tốc của điểm M được xác định qua hình chiếu của nó trên hệ trục cố định $O_1x_1y_1$

$$v_{Mx} = \frac{dx_M}{dt} = x'_0 - R.\varphi'.\sin\varphi = x'_0 - R.\omega.\sin\varphi$$

$$v_{My} = \frac{dy_M}{dt} = y'_0 + R.\varphi'.\cos\varphi = y'_0 + R.\omega.\cos\varphi$$

- Quan hệ vận tốc giữa hai điểm thuộc hình phẳng:

Như đã phân tích, chuyển động song phẳng của vật thực chất là tổng hợp của hai chuyển động:

- Chuyển động tịnh tiến cùng với cực O (chuyển động theo nên $\vec{v}_e = \vec{v}_O$)
- Chuyển động quanh cực O (chuyển động tương đối). Nên vận tốc của M:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{MO}$$

Mà $\vec{v}_{MO} \perp OM$ và $v_{MO} = OM.\omega$ (ω là vận tốc góc của vật)

Theo định lý hợp vận tốc, ta có: $\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{v}_{MO}$

Định lý: Vận tốc của điểm thuộc hình phẳng bằng tổng hình học vận tốc của cực với vận tốc của điểm khi hình phẳng quay quanh cực.

Áp dụng cho 2 điểm A, B bất kỳ thuộc hình phẳng

$$\text{Ta có: } \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

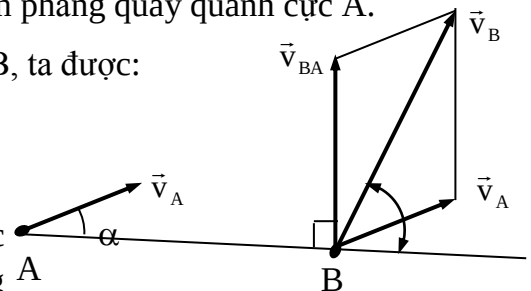
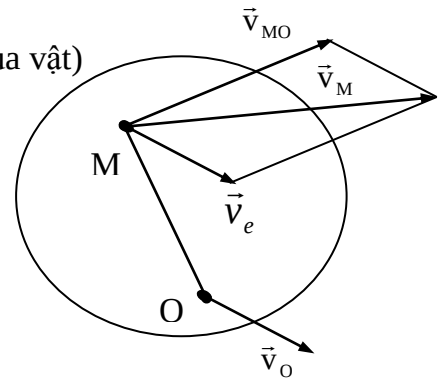
Trong đó, $\vec{v}_{BA}$ là vận tốc của điểm B do hình phẳng quay quanh cực A.

Chiếu đẳng thức vừa thiết lập lên phương AB, ta được:

$$hc_{AB} \vec{v}_B = hc_{AB} \vec{v}_A$$

$$\text{Hay } v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$$

Vậy: Hình chiếu vận tốc 2 điểm bất kỳ thuộc hình phẳng lên phương nối với hai điểm thì bằng nhau.



3. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp tâm vận tốc tức thời

3.1. Định nghĩa tâm vận tốc tức thời

Tại thời điểm khảo sát, tồn tại điểm P thuộc hình phẳng có vận tốc bằng không thì điểm đó gọi là tâm vận tốc tức thời.

Tại mỗi thời điểm nếu $\omega \neq 0$, có một điểm duy nhất thuộc hình phẳng s có vận tốc bằng không (tồn tại duy nhất một tâm vận tốc tức thời).

3.2. Sự phân bố vận tốc các điểm thuộc hình phẳng

Ta xét sự phân bố vận tốc của điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng. Có 2 khả năng có thể xảy ra:

- Trường hợp $\omega \neq 0$:

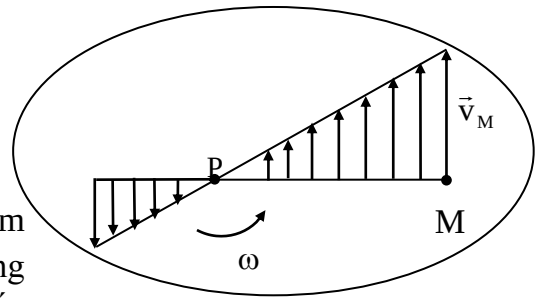
Lấy tâm vận tốc tức thời P làm cực, khi đó:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP}$$

$$\text{Hay } \vec{v}_M = \vec{v}_{MO} \quad (\text{vì } \vec{v}_P = 0)$$

$$\text{Với } \vec{v}_M \perp MP \text{ và } v_M = MP \cdot \omega$$

Vậy, tại mỗi thời điểm, vận tốc các điểm thuộc hình phẳng phân bố giống như khi nó đang quay quanh tâm vận tốc tức thời P với vận tốc góc ω



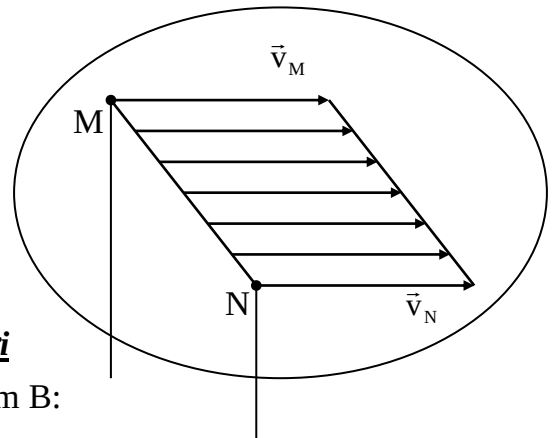
- Trường hợp $\omega = 0$ (không tồn tại tâm vận tốc tức thời)

Xét vận tốc 2 điểm M, N bất kỳ của hình phẳng s, ta có:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_N + \vec{v}_{MN}$$

$$\text{Do đó : } v_{MN} = MN \cdot \omega = 0 \text{ nên } \vec{v}_M = \vec{v}_N$$

Vậy khi $\omega = 0$ thì vận tốc các điểm thuộc hình phẳng đều bằng nhau (hình phẳng chuyển động tịnh tiến tức thời)

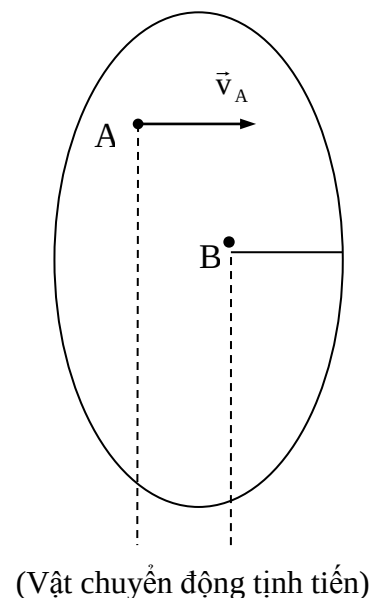
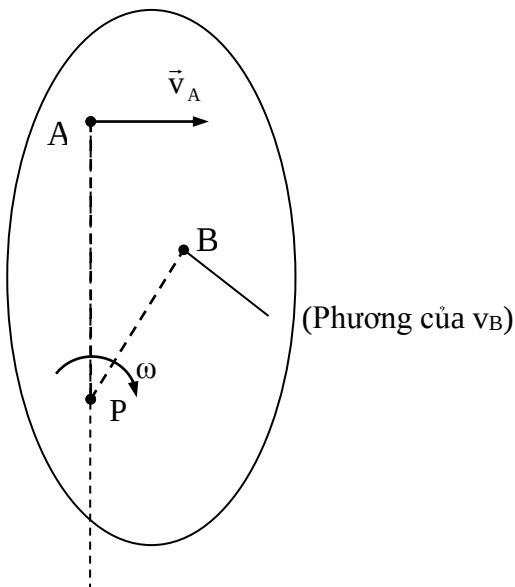


3.3. Một số quy tắc xác định tâm vận tốc tức thời

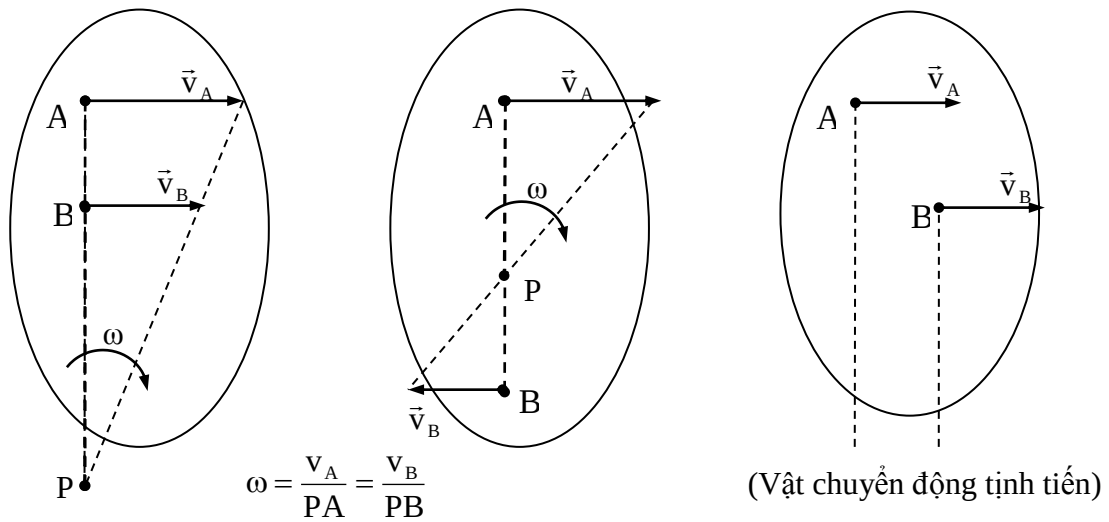
- Biết vận tốc điểm A và phương vận tốc điểm B:

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}$$

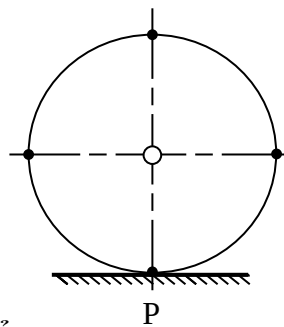
$$v_B = \frac{v_A \cdot PB}{PA}$$



- Biết vận tốc 2 điểm A và B có phương // nhau và $\perp AB$:



– Vật lăn không trượt trên mặt phẳng cố định: tiếp điểm là tâm vận tốc tức thời



4. Gia tốc của điểm thuộc hình phẳng:

4.1. Biểu thức giải tích:

$$\vec{a}_M \begin{cases} a_{Mx} = \frac{d^2 x_M}{dt^2} = x_o'' - R \cdot \varepsilon \cdot \sin \varphi - R \omega^2 \cos \varphi \\ a_{My} = \frac{d^2 y_M}{dt^2} = y_o'' + R \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi - R \omega^2 \sin \varphi \end{cases}$$

4.2. Quan hệ gia tốc giữa hai điểm:

Định lý: Gia tốc của điểm M thuộc hình phẳng bằng tổng hình học của gia tốc cực O và gia tốc của điểm M trong chuyển động tròn quanh O.

$$\vec{a}_M = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO} = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO}^\tau + \vec{a}_{MO}^n$$

Trong đó:

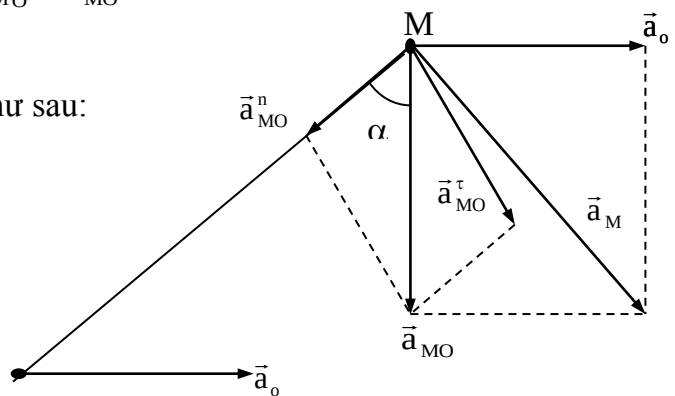
$\vec{a}_{MO}^\tau$ và $\vec{a}_{MO}^n$ được tính như sau:

$$\vec{a}_{MO}^\tau = MO \cdot \varepsilon$$

$$\vec{a}_{MO}^n = MO \cdot \omega^2$$

$$a = MO \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\vec{a}_{MO}^\tau}{\vec{a}_{MO}^n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$



4.3. Tâm gia tốc tức thời:

Điểm Q thuộc vật có gia tốc bằng không ở thời điểm khảo sát được gọi là tâm gia tốc tức thời. Tại thời điểm vận tốc góc và gia tốc góc của hình phẳng không đồng thời bằng không thì tồn tại duy nhất một tâm gia tốc.

* **Ví dụ:** Một bánh xe có bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên một đường thẳng cố định. Tính vận tốc và gia tốc của điểm M_2 . Biết tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_o = 1\text{m/s}$, $a_o = 1,5\text{m/s}^2$

Giải

Vì bánh xe lăn không trượt nên M_1 là tâm vận tốc tức thời: $v_{M_1} = 0$

$$\text{Ta có: } v_o = M_1O \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{v_o}{M_1O} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ rad/s}$$

$$\text{Tương tự: } v_{M_2} = M_1M_2 \cdot \omega = R \cdot \sqrt{2} \cdot \omega = 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot 2$$

$$v_{M_2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

Gia tốc của điểm M_2 :

$$\text{Ta có: } \vec{a}_{M_2} = \vec{a}_o + \vec{a}_{M_2O}^t + \vec{a}_{M_2O}^n$$

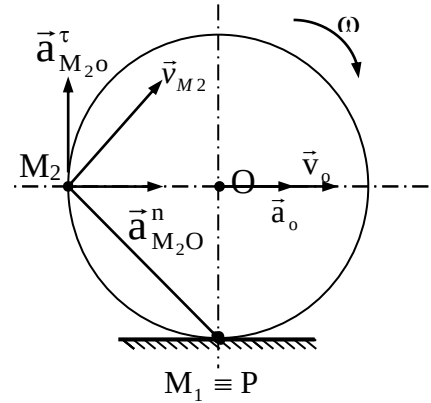
Trong đó:

$$\vec{a}_{M_2O}^t = M_2O \cdot \varepsilon = R \cdot \varepsilon = a_o = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{M_2O}^n = R \cdot \omega^2 = 0,5 \cdot 2^2 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vậy: } a_{M_2} = \sqrt{(a_o + a_{M_2O}^n)^2 + (a_{M_2O}^t)^2}$$

$$a_{M_2} = \sqrt{(1,5 + 2)^2 + (1,5)^2} \approx 1,8 \text{ m/s}^2$$

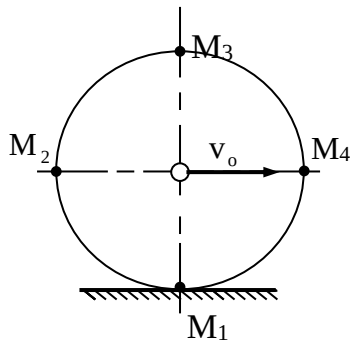


CÂU HỎI ÔN TẬP

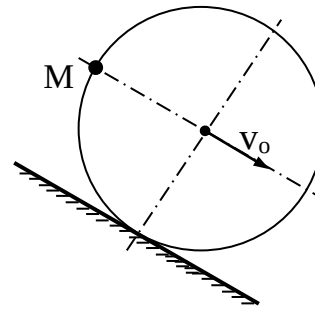
1. Thế nào là chuyển động song phẳng của vật rắn? Cho ví dụ.
2. Hãy lấy ví dụ chứng tỏ rằng luôn luôn có thể phân tích chuyển động song phẳng thành chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.
3. Tâm vận tốc tức thời là gì? Trình bày cách xác định tâm vận tốc tức thời?
4. Tâm gia tốc tức thời là gì?
5. Viết biểu thức xác định vận tốc gia tốc giữa 2 điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng.

BÀI TẬP CHƯƠNG 7

- 1) Một bánh xe có bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên đường ray thẳng. Vận tốc của trục là $v_o = 10 \text{ m/s}$. Xác định vận tốc tuyệt đối của các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 trên hình



Hình câu 1

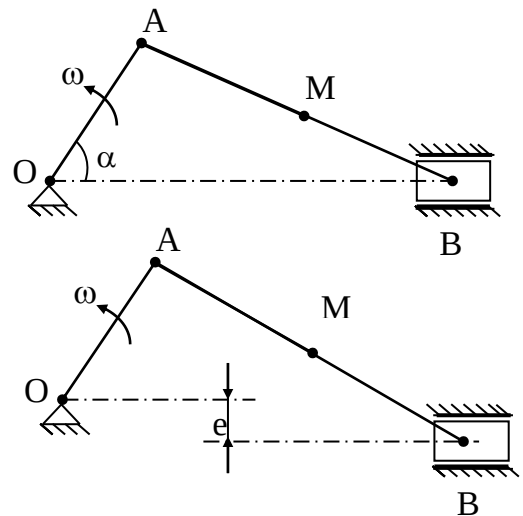


Hình câu 2

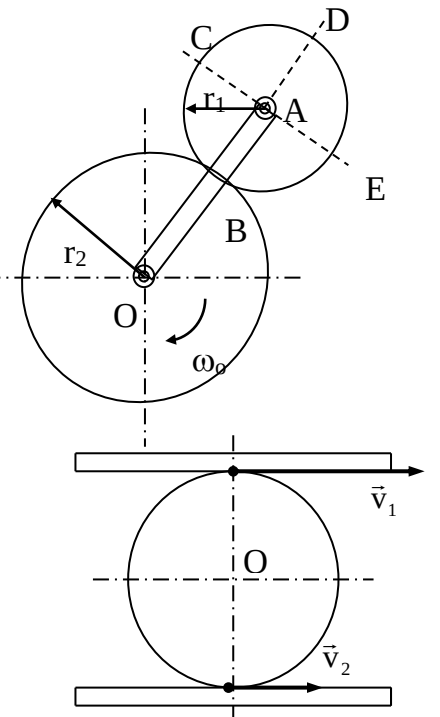
2) Bánh xe lăn không trượt trên đoạn nằm nghiêng. Tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1 \text{ m/s}$ và gia tốc $a_0 = 3 \text{ m/s}^2$. Bán kính bánh xe $R = 0,5 \text{ m}$. Tìm vận tốc và gia tốc điểm M.

3) Cơ cấu tay quay con trượt có tay quay OA quanh trục O với vận tốc $n = 180$ vòng/phút.. Xác định vận tốc góc thanh truyền AB, vận tốc điểm giữa M tại thời điểm $\alpha = 0^\circ$ và $\alpha = 90^\circ$. biết $OA = 0,4 \text{ m}$, $AB = 2\text{m}$

4) Cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm có tay quay OA quay đều quanh O với vận tốc góc $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$. Hãy xác định vận tốc con trượt B ứng với hai vị trí nằm ngang và hai vị trí thẳng đứng của tay quay OA. Biết $OA = 40\text{cm}$, $AB = 200\text{cm}$, và $e = 20\text{cm}$.



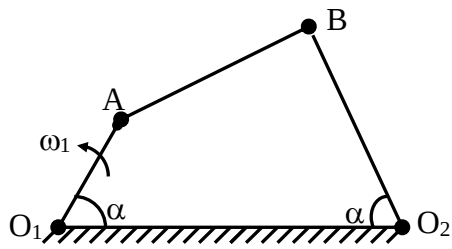
5) Tay quay OA quay đều với vận tốc góc $\omega_0 = 2,5 \text{ rad/s}$ quanh trục O của bánh khía cố định. Tay quay OA truyền chuyển động cho bánh khía động lắp ở đầu A Cho $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 15 \text{ cm}$. Xác định trị số và hướng vận tốc các điểm A, B, C, D, E của bánh động nếu $CE \perp BD$



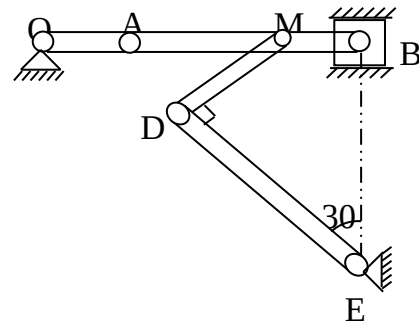
6) Hai thước song song cùng chuyển động về một phía với các vận tốc không đổi $v_1 = 6 \text{ m/s}$ và $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Giữa các thước, người ta đặt đĩa tròn bán kính $r = 0,5 \text{ m}$, đĩa lăn không trượt theo các thước. Tìm vận tốc góc và vận tốc của tâm đĩa.

7) Cho cơ cấu bốn khâu bản lề có tay quay O_1A quay đều với vận tốc góc $\omega_1 = 6 \text{ rad/s}$. Xác định vận tốc góc của thanh truyền AB ở thời điểm mà các thanh O_1A và O_2B làm với O_1O_2 những góc bằng nhau $\alpha = 60^\circ$. Biết chiều dài $O_1A = 10\text{cm}$, $O_1O_2 = 50\text{cm}$, $O_2B = 30\text{cm}$

- 8) Cơ cấu tay quay nối khớp tại điểm giữa M của thanh biên AB với thanh MD, thanh MD nối với thanh DE, thanh này có thể quay quanh trục E. Biết tay quay OA quay quanh O với vận tốc $\omega_0 = 8 \text{ rad/s}$, $OA = 25\text{cm}$, $DE = 100\text{cm}$, $MDE = 90^\circ$ và $BED = 30^\circ$. Xác định vận tốc góc của thanh DE.



Hình câu 7



Hình câu 8