

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA (2 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Nhận biết được khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên của một số thực khác 0; lũy thừa với số mũ hữu tỉ và lũy thừa với số mũ thực của một số thực dương.
- Giải thích được các tính chất của phép tính lũy thừa với số mũ nguyên, lũy thừa với số mũ hữu tỉ và lũy thừa với số mũ thực.
- Sử dụng được tính chất của phép tính lũy thừa trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lý).
- Tính được giá trị biểu thức số có chứa phép tính lũy thừa bằng sử dụng máy tính cầm tay.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phép tính lũy thừa (ví dụ: bài toán về lãi suất, sự tăng trưởng,...).

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong quá trình vận dụng công thức vào các bài toán cụ thể.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm giải lập máy tính cầm tay...

III. Tiến trình dạy học

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a, Mục tiêu: Giúp học sinh nắm được quy tắc viết lũy thừa và tiện ích.

b, Nội dung: Học sinh suy nghĩ và trả lời câu hỏi?

Cách ghi như vậy có tiện ích gì? Từ các lũy thừa quen thuộc ở ba dòng đầu, hãy dự đoán quy tắc viết lũy thừa ở ba dòng cuối.

c, Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d, Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV đưa vấn đề: Trong khoa học, người ta thường dùng lũy thừa để ghi các số, có thể rất lớn hoặc rất bé. Chẳng hạn, bảng dưới đây cho một số ví dụ về cách ghi độ dài.		
	Độ dài (m)	Ghi bằng lũy thừa (m)	Ghi bằng đơn vị
	1000000000	10^9	1 Gm (gigamét)
	1000000	10^6	1 Mm (megamét)
	1000	10^3	1 km (kilômét)
	0,001	10^{-3}	1 mm (milimét)
	0,000001	10^{-6}	1 μ m (micrômét)
	0,000000001	10^{-9}	1 nm (nanomét)
	- GV đặt câu hỏi cho HS: Cách ghi như vậy có tiện ích gì? Từ các lũy thừa quen thuộc ở ba dòng đầu, hãy dự đoán quy tắc viết lũy thừa ở ba dòng cuối.		
Thực hiện	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.		
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét bổ sung.		
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Dẫn dắt vào bài mới.		

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

HOẠT ĐỘNG 2.1: 1. Lũy thừa với số mũ nguyên

a) Mục tiêu:

- HS nắm lại được công thức lũy thừa với số mũ tự nhiên đã học ở cấp THCS từ đó mở rộng với số mũ nguyên bất kỳ.

- HS nắm được chú ý lũy thừa với số mũ bằng 0 và cơ số bằng 0.

b) Nội dung:

- HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm TH 1, củng cố bằng trả lời VD 1 SGK trang 7.

c) Sản phẩm:

- HS hình thành được kiến thức bài học, nắm được kiến thức trong tâm và chú ý đồng thời thực hiện được TH 1 và VD1 SGK trang 7.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc HĐKP 1. Từ đó HS tìm quy luật của dãy số và tìm ba số hạng tiếp theo của nó cũng như dự đoán cách viết dưới dạng lũy thừa của ba số hạng tiếp theo của dãy số và giải thích. - GV cho HS nhắc lại công thức lũy thừa với số mũ tự nhiên đã được học ở cấp THCS từ đó đưa ra định nghĩa lũy thừa với số mũ nguyên âm. - GV chuẩn hóa kiến thức. Và đưa ra chú ý lũy thừa với số mũ 0 và cơ số 0. - GV hướng dẫn HS làm bài thực hành 1 và vận dụng 1: - HS làm Thực hành 1 và Vận dụng 1, theo nhóm đôi. GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

HĐKP1:

a, Quy luật của dãy số: Số hạng sau bằng $\frac{1}{2}$ số hạng trước nó, Ba số hạng tiếp theo là:

n	1	2	3	4	5	6	7
a_n	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

b, Cách viết ba số hạng tiếp theo của dãy là $2^4; 2^3; 2^2; 2^1; 2^0; 2^{-1}; 2^{-2}$

Ở cấp Trung học cơ sở, chúng ta đã biết lũy thừa với số mũ tự nhiên:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \in \mathbb{N}, n > 0, a \in \mathbb{R}), a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

Phép tính lũy thừa có thể mở rộng với số mũ nguyên bất kì. Lũy thừa với số mũ nguyên âm được định nghĩa như sau:

Với số nguyên dương n , số thực $a \neq 0$, lũy thừa của a với số mũ $-n$ xác định bởi

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Chú ý:

a) $a^0 = 1$ với mọi $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

b) 0^0 và 0^{-n} (với $n > 0$) không có nghĩa.

TH 1 (SGK – tr7)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $(-5)^{-1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5},$

b) $2^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 1 \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{\frac{1}{2^5}} = 2^5 = 32;$

c) $6^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} : 2^{-2} = \frac{1}{6^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} : \frac{1}{2^2} = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{\frac{1}{3^3}} : \frac{1}{4} = \frac{1}{36} \cdot 27 \cdot 4 = 3$

VD 1 (GSK – Tr7)

a) Vận tốc ánh sáng trong chân không là

$$299790000 \text{ m/s} = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Khối lượng nguyên tử của oxygen là:

$$0,000000000000000000000000002657 \text{ kg} = 2,657 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

HOẠT ĐỘNG 2.2: 2. Căn bậc n

a) Mục tiêu:

- HS nắm được định nghĩa căn bậc n của một số thực bất kỳ, điều kiện tồn tại căn bậc n của một số và các tính chất của căn bậc n

b) Nội dung:

- HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm TH 2 SGK trang 9.

c) Sản phẩm:

- HS hình thành được kiến thức bài học, nắm được kiến thức trong tâm và chú ý đồng thời thực hiện TH 2 SGK trang 9.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc HĐKP 2. Từ đó HS đưa ra định nghĩa về căn bậc n của một số. - GV cho HS nhắc lại chú ý về căn bậc 2 của một số đã được học ở cấp THCS từ đó đưa ra điều kiện tồn tại căn bậc n của một số và tính chất. - GV chuẩn hóa kiến thức. - GV hướng dẫn HS đọc ví dụ 2 và ví dụ 3 và làm bài thực hành 2. - HS làm Thực hành 2 theo nhóm đôi. GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

HØKP 2:

a) Tính S và V

$$\text{Khi } a = 1\text{dm} \Rightarrow \begin{cases} S = a^2 = 1\text{dm}^2 \\ V = a^3 = 1\text{dm}^3 \end{cases}$$

$$\text{Khi } a = 3\text{dm} \Rightarrow \begin{cases} S = a^2 = 9\text{dm}^2 \\ V = a^3 = 27\text{dm}^3 \end{cases}.$$

b) a bằng bao nhiêu để $S = 25\text{dm}^2$?

$$S = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{S} = \sqrt{25} = 5\text{dm}$$

c) a bằng bao nhiêu để $V = 64\text{dm}^3$?

$$V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{64} = 4\text{dm}$$

Định nghĩa: Cho số nguyên dương $n (n \geq 2)$ và số thực b bất kì. Nếu có số thực a sao cho

$$a^n = b$$

thì a được gọi là một căn bậc n của b .

Chú ý: Ở cấp Trung học cơ sở ta đã biết:

a) Nếu $b > 0$ thì b có hai căn bậc hai, kí hiệu là $\sqrt{b}$ (gọi là căn bậc hai số học của b) và $-\sqrt{b}$

b) Số 0 chỉ có duy nhất một căn bậc hai là chính nó;

c) Nếu $b < 0$ thì b không có căn bậc hai nào;

d) Mọi số thực b có duy nhất một căn bậc ba, kí hiệu là $\sqrt[3]{b}$.

Mở rộng kết quả này, ta có:

Cho n là số nguyên dương ($n \geq 2$), b là số thực bất kì. Khi đó:

- Nếu n là số chẵn thì:
 - $b < 0$: không tồn tại căn bậc n của b .
 - $b = 0$: có một căn bậc n của b là 0.
 - $b > 0$: có hai căn bậc n của b đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{b}$ và giá trị âm là $-\sqrt[n]{b}$. - Nếu n là số lẻ thì có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu $\sqrt[n]{b}$.

Chú ý: a) Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.

b) Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Tính chất căn bậc n của một số:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

TH 2 (SGK – tr9)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{2}$

b) $(\sqrt[6]{8})^2 = (\sqrt[6]{2^3})^2 = \sqrt[6]{2^6} = 2$

c) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3 \cdot 27} = \sqrt[4]{3^1 \cdot 3^3} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

HOẠT ĐỘNG 2.3: 3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

a) Mục tiêu:

- HS nắm được công thức tính lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

b) Nội dung:

- HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm TH 3, TH 4 SGK trang 10.

c) Sản phẩm:

- HS hình thành được kiến thức bài học, nắm được kiến thức trong tâm và chú ý đồng thời thực hiện được TH 3, TH 4 SGK trang 10.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc HĐKP 3. Từ đó HS đưa ra công thức tính lũy thừa với số mũ hữu tỉ. - GV chuẩn hóa kiến thức. - GV hướng dẫn HS đọc ví dụ 4 và làm bài thực hành 3 và thực hành 4. - HS làm thực hành 3 và thực hành 4 theo nhóm đôi. GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

HĐKP 3:

a) Hai biểu thức $\sqrt[6]{a^4}$ và $\sqrt[3]{a^2}$ có giá trị bằng nhau, vì $\sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{2}{3}}$ và $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$

b) Biểu thức khác nhau có giá trị bằng $\sqrt[3]{a^2}$ là $\sqrt[6]{a^4}$; $\sqrt[9]{a^6}$; $\sqrt[12]{a^8}$

Công thức tính lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$.

Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu a^r , được xác định bởi

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

TH 3 (SGK – Tr10) Tính giá trị biểu thức sau:

a) $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

b) $\left(\frac{36}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{36}{49}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{36}{49}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{6^2}{7^2}}} = \frac{1}{\frac{6}{7}} = \frac{7}{6}$

c) $100^{1,5} = 100^{\frac{3}{2}} = \sqrt{100^3} = \sqrt{(10^2)^3} = 10^3 = 1000$

H4 (SGK-tr10) Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

a) $\sqrt{2^3} = 2^{\frac{3}{2}}$

b) $\sqrt[5]{\frac{1}{27}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}} = 3^{-\frac{3}{5}}$

c) $\left(\sqrt[5]{a}\right)^4 = a^{\frac{4}{5}} \quad (a > 0)$

HOẠT ĐỘNG 2.4: 4. Lũy thừa với số mũ thực.

a) Mục tiêu:

- HS nắm được khái niệm lũy thừa với số mũ thực, biết cách sử dụng máy tính cầm tay tính lũy thừa với số mũ thực.

b) Nội dung:

- HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, TH5 SGK trang 11.

c) Sản phẩm:

- HS hình thành được kiến thức bài học, nắm được kiến thức trong tâm và chú ý đồng thời thực hiện được TH5 SGK trang 11.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc HĐKP 4 . Từ đó HS đưa ra khái niệm lũy thừa với số mũ thực. - GV chuẩn hóa kiến thức. - GV hướng dẫn HS đọc ví dụ 5 và làm bài thực hành 5 - HS làm thực hành 5 theo nhóm đôi. GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

HĐKP 4:

a, Số hạng thứ 6 và thứ 7 của dãy số:

n	r_n	3^{r_n}
1	1,4	4,655536722
2	1,41	4,706965002
3	1,414	4,727695035
4	1,4142	4,728733930
5	1,41421	4,728785881
6	1,414213	4,728801466
7	1,4142135	4,728804064

b, Nhận xét về dãy số (3^{r_n}) .

Dãy số tăng dần, càng về cuối dãy độ sai số càng nhỏ.

Khái niệm lũy thừa với số mũ thực dương:

Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) được gọi là ***lũy thừa*** của số thực dương a với số mũ α , kí hiệu là a^α

$$a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n} \text{ với } \alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n.$$

Chú ý: $1^\alpha = 1$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$.

HĐTH 5:

Sử dụng máy tính cầm tay, tính các lũy thừa sau đây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ sáu):

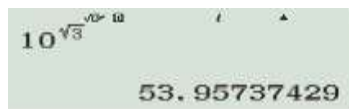
a) $1,2^{1,5}$

HD: $1.2^{1.5}= \quad$ KQ:



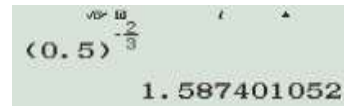
b) $10^{\sqrt{3}}$

HD: $10^{\sqrt{3}}= \quad$ KQ:



c) $(0,5)^{-\frac{2}{3}}$

HD: $(0.5)^{-\frac{2}{3}}= \quad$ KQ:



HOẠT ĐỘNG 2.5:

5. Tính chất của phép lũy thừa

a) Mục tiêu:

- HS nắm được các tính chất của phép lũy thừa.

b) Nội dung:

- HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, TH6, TH7 và VD 2 SGK trang 12.

c) Sản phẩm:

- HS hình thành được kiến thức bài học, nắm được kiến thức trong tâm và chú ý đồng thời thực hiện được TH6, TH7 và VD 2 SGK trang 12.

d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	GV chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc HĐKP 5 . Từ đó HS đưa ra các tính chất của phép lũy thừa. - GV chuẩn hóa kiến thức.

	- GV hướng dẫn HS đọc ví dụ 6, ví dụ 7 và làm bài thực hành 6, thức hành 7 và vận dụng 2. - HS làm bài thực hành 6, thức hành 7 và vận dụng 2. theo nhóm đôi. GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

HDKP 5:

a,

a	α	β	$a^\alpha . a^\beta$	$a^\alpha : a^\beta$	$a^{\alpha+\beta}$	$a^{\alpha-\beta}$
3	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	31,70656	0,70527	31,70656	0,70527

b, $a^\alpha . a^\beta = a^{\alpha+\beta}$

$$a^\alpha : a^\beta = a^{\alpha-\beta}$$

Tính chất của phép lũy thừa:

Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kỳ. Khi đó:

$$a^\alpha . a^\beta = a^{\alpha+\beta} \qquad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} \qquad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$$

$$(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

TH6 (SGK – Tr12)

- Viết các biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa ($a > 0$)

$$a) \quad a^{\frac{3}{5}} . a^{\frac{1}{2}} : a^{-\frac{2}{5}} = a^{\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - (-\frac{2}{5})} = a^{\frac{3}{2}}$$

$$b) \quad \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

Th7 (SGk – Tr12)

- Rút gọn biểu thức: $\left(x^{\sqrt{2}}y\right)^{\sqrt{2}}\left(9y^{-\sqrt{2}}\right)$ (Với $x; y > 0$).

$$\left(x^{\sqrt{2}}y\right)^{\sqrt{2}}\left(9y^{-\sqrt{2}}\right) = x^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} y^{\sqrt{2}} 9y^{-\sqrt{2}} = 9x^2 = (3x)^2$$

VD 2 (SGK – tr12)

- Tại một vùng biển , giả sử cường độ ánh sáng I thay đổi theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot 10^{-0,3d}$, trong đó d là độ sâu (tính bằng mét) so với mặt hồ, I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ.



- a) Tại độ sâu $1m$, cường độ ánh sáng gấp bao nhiêu lần I_0 ?

$$\text{Tại độ sâu } 1m \text{ ta có } I = I_0 \cdot 10^{-0,3 \cdot 1} \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{-0,3}$$

Vậy cường độ ánh sáng tại độ sâu $1m$ gấp $10^{-0,3}$

- b) Cường độ ánh sáng tại độ sâu $2m$ gấp bao nhiêu lần so với tại độ sâu $10m$?

$$\text{Cường độ ánh sáng ở độ sâu } 2m \text{ là: } I = I_0 \cdot 10^{-0,3 \cdot 2} \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{-0,6}$$

$$\text{Cường độ ánh sáng ở độ sâu } 10m \text{ là: } I = I_0 \cdot 10^{-0,3 \cdot 10} \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Cường độ ánh sáng ở độ sâu } 2m \text{ gấp } \frac{10^{-0,6}}{10^{-3}} = 251.19 \text{ lần ở độ sâu } 10m$$

D. HOẠT ĐỘNG Luyện tập

a) Mục tiêu:

- HS biết cách giải các bài tập từ bài 1 đến bài 7 SGK – tr13.

b) Nội dung:

- HS vận dụng kiến thức đã được học ở bài “Phép tính lũy thừa” để vận dụng vào làm các bài tập trong SGK – trang 13.

c) Sản phẩm:

- HS lời giải bài tập của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV tổ chức cho HS làm bài tập Bài 1 đến 7 (SGK – tr13).

	GV chia HS làm 4 tổ, các HS làm việc cá nhân. + Tổ 1: làm Bài 1, 2 + Tổ 2: làm Bài 3, 4 + Tổ 3: làm Bài 5, 6 + Tổ 4: làm Bài 7
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức

Sản phẩm dự kiến:

BÀI TẬP

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 3^2 \cdot 12^0 = \frac{4^2}{3^2} \cdot 3^2 \cdot 1 = 4^2 = 16;$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{12}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 12 \cdot \frac{3^2}{2^2} = 4 \cdot 3 \cdot \frac{9}{4} = 27;$$

$$\text{c) } (2^{-2} \cdot 5^2)^{-2} : (5 \cdot 5^{-5}) = \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{-2} : (5^{-4}) = \frac{2^4}{5^4} : \frac{1}{5^4} = \frac{2^4}{5^4} \cdot 5^4 = 2^4 = 16.$$

2. Viết các biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa ($a > 0$):

$$\text{a) } 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}} = 3^{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 3^{\frac{8}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}} = 3^{\frac{15}{8}};$$

$$\text{b) } \sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{a} = \sqrt{a \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{a \sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{7}{4}}} = a^{\frac{7}{8}};$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{(\sqrt[5]{a})^3 \cdot a^{\frac{2}{5}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{2}{5}}} = \frac{a^{\frac{13}{12}}}{a} = a^{\frac{1}{12}}.$$

3. Rút gọn các biểu thức sau ($a > 0, b > 0$):

$$\text{a) } a^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}} a^{\frac{7}{6}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{7}{6}} = a^{\frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{7}{6}} = a^{\frac{12}{6}} = a^2;$$

$$\text{b)} \quad a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{4}} : a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}} = a^{\frac{3}{4}};$$

$$\text{c)} \quad \left(\frac{3}{2} a^{-\frac{3}{2}} b^{-\frac{1}{2}} \right) \left(-\frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \left(a^{-\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(b^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} \right) = -\frac{1}{2} a^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} b^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} a^{-1} b = -\frac{b}{2a}.$$

4. Với một chỉ vàng, giả sử người thợ lành nghề có thể dát mỏng thành lá vàng rộng 1m^2 và dày khoảng $1,94 \cdot 10^{-7}\text{m}$. Đồng xu 5000 đồng dày $2,2 \cdot 10^{-3}\text{m}$. Cần chong bao nhiêu lá vàng như trên để có độ dày bằng đồng xu loại 5000 đồng? Làm tròn kết quả đến chữ số hàng trăm.

Bài giải:

Cần chong số lá vàng để có độ dày bằng đồng xu 5000 đồng là:

$$\frac{2,2 \cdot 10^{-3}}{1,94 \cdot 10^{-7}} = 11340,2019 \approx 11300$$

5. Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo

triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

a) Tính giá trị còn lại của máy sau 2 năm; sau 2 năm 3 tháng.

b) Sau 1 năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng bao nhiêu phần trăm so với ban đầu ?

Bài giải:

a) Giá trị còn lại của máy sau 2 năm là:

$$P(2) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{3}} = 314,9802625$$

Giá trị còn lại của máy sau 2 năm 3 tháng là:

$$\text{Đổi } 2 \text{ năm } 3 \text{ tháng sang năm bằng } 2 + \frac{3}{12} = \frac{27}{12}$$

$$P\left(\frac{27}{12}\right) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\frac{27}{12}}{3}} = 297,3017788$$

b) Một năm đưa vào sử dụng thì giá trị máy còn so với ban đầu là:

$$P(1) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{3}} = 396,850263$$

Phần trăm giá trị còn lại của máy so với ban đầu là:

$$\frac{500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 100\%}{500} \approx 79,37\%$$

6. Biết rằng $10^\alpha = 2; 10^\beta = 5$. Tính $10^{\alpha+\beta}; 10^{\alpha-\beta}; 10^{2\alpha}; 10^{-2\alpha}; 1000^\beta; 0,01^{2\alpha}$

Bài giải:

$$10^{\alpha+\beta} = 10^\alpha \cdot 10^\beta = 2 \cdot 5 = 10$$

$$10^{\alpha-\beta} = \frac{10^\alpha}{10^\beta} = \frac{2}{5}$$

$$10^{2\alpha} = (10^\alpha)^2 = 2^2 = 4$$

$$10^{-2\alpha} = (10^\alpha)^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$1000^\beta = (10^3)^\beta = (10^\beta)^3 = 5^3 = 125$$

$$0,01^{2\alpha} = (10^{-2})^{2\alpha} = (10^\alpha)^{-4} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

7. Biết rằng $4^\alpha = \frac{1}{5}$. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } 16^\alpha + 16^{-\alpha} = (4^\alpha)^2 + (4^\alpha)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{25} + 25 = \frac{626}{25};$$

$$\text{b) } (2^\alpha + 2^{-\alpha})^2 = \left((4^\alpha)^{\frac{1}{2}} + (4^\alpha)^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}\right)^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{36}{5}.$$

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

Bài 2: PHÉP TÍNH LÔGARIT (2 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Khái niệm lôgarit.
- Tính lôgarit bằng MTCT.
- Tính chất của phép tính lôgarit.
- Công thức đổi cơ số.

2. Về năng lực:

- Năng lực giao tiếp: Học sinh chủ động tham gia và trao đổi thông qua hoạt động nhóm.
- Năng lực hợp tác: Học sinh biết phối hợp, chia sẻ trong các hoạt động tập thể.
- Năng lực giải quyết vấn đề: Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit đơn giản. Biết vận dụng tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit.
- Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện toán học: HS biết Sử dụng máy tính cầm tay tính lôgarit.

3. Về phẩm chất:

- Nghiêm túc, tích cực, chủ động, độc lập và hợp tác trong hoạt động nhóm.
- Say sưa, hứng thú trong học tập và tìm tòi nghiên cứu liên hệ thực tiễn.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu ...

III. Tiến trình dạy học

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

GV: Cho HS chuẩn bị trước tìm hiểu về các trận động đất

Nghiên cứu nội dung HĐKD SGK- T14 và trả lời câu hỏi:

Câu 1: Thế nào là độ Richter?

Câu 2: Đo độ lớn của động đất theo thang Richter có ý nghĩa thế nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên cho HS xem nhanh video trận động đất, kích thích sự tò mò của HS về cụm từ biên độ lớn nhất, độ Richter. HS cần tìm hiểu thông tin đó qua HĐKD SGK-T14
Thực hiện	- HS xem video. - HS đọc SGK HĐKD-T14. - HS trả lời câu hỏi - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + HS biết được độ richter, biết được mức độ ảnh hưởng của các trận động đất dựa theo thang richter.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 1.2: HS làm phiếu học tập

a. Mục tiêu: Thay đổi không khí và tạo hứng thú khi HS thấy được kiến thức logarit rất gần gũi.

b. Nội dung: HS trả lời câu hỏi trong phiếu học tập sau:

Độ lớn M (theo độ Richter) của một trận động đất được xác định như HĐ1.1.

1) Tìm độ lớn theo thang Richter của các trận động đất có biên độ lớn nhất lần lượt là

$$A = 10^{3,5} \mu\text{m}$$

$$A = 100\,000 \mu\text{m} .$$

$$A = 100.10^{4,3} \mu\text{m}$$

2) Một trận động đất có biên độ lớn nhất $A = 65000\mu\text{m}$ thì độ lớn M của nó phải thỏa mãn hệ thức nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên trình chiếu và phát phiếu học tập cho HS
Thực hiện	- HS làm việc cặp đôi theo bàn.

	- Tìm câu trả lời
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Thuyết trình các bước thực hiện. - Câu hỏi số 2 HS sẽ không đưa ra được câu trả lời - GV trả lời CH2: Độ lớn M có tìm được và M được kí hiệu là $\log_{10} 65000$, đọc là logarit cơ số 10 của 65000.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Dẫn dắt vào bài mới.

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

I. Khái niệm lôgarit

a) Mục tiêu: Hình thành định nghĩa lôgarit và tính lôgarit bằng định nghĩa.

b) Nội dung:

GV yêu cầu HS đọc SGK và trả lời câu hỏi

H1: Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α được gọi là lôgarit cơ số a của b khi nào?

H2: Ví dụ 1: Viết các đẳng thức lũy thừa sau thành đẳng thức lôgarit:

$$\text{a) } 3^5 = 243; \quad \text{b) } 10^{-2} = \frac{1}{100}; \quad \text{c) } (\sqrt{3})^0 = 1.$$

H3: Có tồn tại lôgarit của số âm và số 0 không? Vì sao?

H4: Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, dựa vào định nghĩa hãy tính $\log_a 1; \log_a a; a^{\log_a b}; \log_a a^\alpha$.

H5: Ví dụ 2. Tính

$$\text{a) } \log_2 \frac{1}{4}; \quad \text{b) } 9^{\log_3 5}$$

H6: TH1. Tính

$$\text{a) } \log_3 \sqrt[3]{3} \quad \text{b) } \log_{\frac{1}{2}} 8 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{25} \right)^{\log_5 \frac{1}{3}}$$

c) Sản phẩm:

1. Khái niệm lôgarit

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

$$\text{Suy ra: } \alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$$

Ví dụ 1:

$$\text{a) } 3^5 = 243 \Rightarrow \log_3 243 = 5;$$

$$\text{b) } 10^{-2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \log_{10} \frac{1}{100} = -2;$$

$$\text{c) } (\sqrt{3})^0 = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} 1 = 0.$$

Chú ý:

a) Biểu thức $\log_a b$ chỉ có nghĩa khi $a > 0, a \neq 1$ và $b > 0$.

b) Từ định nghĩa lôgarit, ta có:

- $\log_a 1 = 0;$ (1)
- $\log_a a = 1;$ (2)
- $\log_a a^b = b;$ (3)
- $a^{\log_a b} = b;$ (4)

Ví dụ 2:

$$\text{a) } \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$$

$$\text{b) } 9^{\log_3 5} = (3^2)^{\log_3 5} = 3^{2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25.$$

TH1:

$$\text{a) } \log_3 \sqrt[3]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 \frac{1}{3}} = \left(5^{\log_5 \frac{1}{3}}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- Gv đặt vấn đề: hai số dương a, b với $a \neq 1$ luôn tồn tại duy nhất một số thực α sao cho $a^\alpha = b$. Số thực α đó được gọi là lôgarit cơ số a của b. Từ đó yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H1. - GV: Dựa vào định nghĩa lôgarit yêu cầu học sinh thực hiện câu hỏi H2, H3, H4

	- Từ câu trả lời của HS, GV đưa ra chú ý - Gv ghi Ví dụ 2, TH1 lên bảng để cả lớp theo dõi và thực hiện.
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện các nhiệm vụ. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Các cặp thảo luận đưa ra định nghĩa lôgarit. - Thực hiện được VD1,2 , TH1 và viết câu trả lời vào bảng phụ. - Thuyết trình các bước thực hiện. - Các nhóm khác nhận xét hoàn thành sản phẩm. Chú ý: Học sinh phải nêu bật được: $a = \log_a b \Leftrightarrow a^a = b$ Không có lôgarit của số âm và số 0 - Các nhóm khác nhận xét hoàn thành sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

II. Tính lôgarit bằng máy tính cầm tay

a) Mục tiêu: Học sinh sử dụng MTCT tính lôgarit, biết khái niệm lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên.

b) Nội dung:

GV cho học sinh đọc sách giáo khoa và trả lời câu hỏi:

H1: Em hiểu thế nào là lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên?

H2: Ví dụ 3: Nêu quy trình ấn MTCT tính:

a) $\log_3 5$

b) $\log 0,2$

c) $\ln 10$.

H3: TH2: Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị các biểu thức sau (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ sáu):

a) $\log_5 0,5$;

b) $\log 25$;

c) $\ln \frac{3}{2}$.

c) Sản phẩm:

a) Lôgarit cơ số 10 được gọi là **lôgarit thập phân**. Ta viết $\log N$ hoặc $\lg N$ thay cho $\log_{10} N$.

b) Lôgarit cơ số e còn được gọi là **lôgarit tự nhiên**. Ta viết $\ln N$ thay cho $\log_e N$.

Ví dụ 3:

a) Ấn lần lượt các phím



ta được kết quả $\log_3 5 \approx 1,464974$.

b) Ấn lần lượt các phím



ta được kết quả $\log 0,2 \approx -0,698970$.

c) Ấn lần lượt các phím



ta được kết quả $\ln 10 \approx 2,302585$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV : Yêu cầu HS đọc, nghiên cứu SGK - GV nêu câu hỏi H1 - GV nêu vấn đề: Ta có thể sử dụng MTCT để tính lôgarit, vậy cách tính như thế nào? - GV: trình chiếu các bước tính loogarit bằng MTCT để cả lớp theo dõi. Sau đó yêu cầu các em thực hành làm câu hỏi H2 và TH2.
Thực hiện	- HS làm việc cá nhân để thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi. Giải thích câu hỏi nếu các em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.
Báo cáo thảo luận	- HS suy nghĩ và trả lời câu hỏi H1 - HS : Quan sát và nắm được các bước tính loogarit bằng MTCT - Thực hiện được VD3 và TH2 . Lưu ý: Lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên có đầy đủ các tính chất như $\log_a b (a, b > 0, a \neq 1)$. - Các HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV chốt kiến thức về khái niệm lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên, cách tính logarit bằng MTCT.

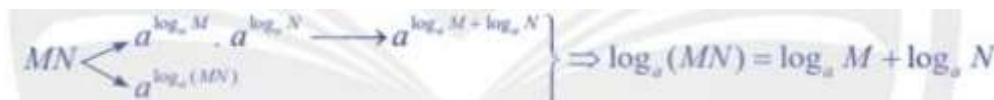
III. Tính chất của phép tính lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được các tính chất của lôgarit và vận dụng để thực hiện một số phép tính đơn giản về lôgarit.

b) Nội dung:

H1: HĐ khám phá

Cho các số thực dương a, M, N với $a \neq 1$. Bạn Quân đã vẽ sơ đồ và tìm ra công thức biến đổi biểu thức $\log_a(MN)$ như sau:



a) Giải thích cách làm của bạn Quân.

b) Vẽ sơ đồ tương tự để tìm công thức biến đổi cho $\log_a \frac{M}{N}$ và $\log_a M^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$).

H2. Hãy phát biểu tính chất của phép tính lôgarit

H3. Ví dụ 4. Tính giá trị biểu thức sau:

a) $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12$; b) $\log_3(9^2 \cdot 3^2)$; c) $\log_5 \sqrt[3]{25}$

H4. Ví dụ 5. Trong hóa học, nồng độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $\text{pH} = -$

$\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ (ion hydro) tính bằng mol/L. Các dung dịch có độ pH bé hơn 7 thì gọi là acid, có pH lớn hơn 7 thì có tính kiềm, có pH bằng 7 thì trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ H^+ là 0,0001 mol/L. Dung dịch này có tính acid, kiềm hay trung tính?

b) Dung dịch A có nồng độ H^+ gấp đôi nồng độ H^+ của dung dịch B. Độ pH của dung dịch nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng nghìn.

H5. TH3: Tính

a) $\log_5 4 + \log_5 \frac{1}{4}$; b) $\log_2 28 - \log_2 7$; c) $\log \sqrt{100}$

H6. Vận dụng: SGK- T17

c) Sản phẩm:

Tính chất:

Cho các số thực dương a, M, N với $a \neq 1$, ta có:

• $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

$$\bullet \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\bullet \log_a M^\alpha = \alpha \log_a M \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

Chú ý: Đặc biệt, a, M, N với dương, $a \neq 1$, ta có:

$$\bullet \log_a \frac{1}{N} = -\log_a N ; \quad \bullet \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M \text{ với } n \in \mathbb{N}^*.$$

Ví dụ 4:

$$\text{a) } \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12 = \log_2 \left(\frac{2}{3} \cdot 12 \right) = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3 \cdot 1 = 3.$$

$$\text{b) } \log_3 (9^2 \cdot 3^2) = \log_3 9^2 + \log_3 3^2 = 2 \log_3 3^2 + 2 \log_3 3 = 2 \cdot 2 \cdot \log_3 3 + 2 = 4 + 2 = 6.$$

$$\text{c) } \log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 25^{\frac{1}{3}} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_5 5 = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}.$$

Ví dụ 5:

$$\text{a) } \text{pH} = -\log 0,0001 = -\log 10^{-4} = 4 \log 10 = 4. \text{ Do } 4 < 7 \text{ nên dung dịch có tính acid.}$$

b) Kí hiệu pH_A , pH_B lần lượt là độ pH của hai dung dịch A và B ; $[\text{H}^+]_A$, $[\text{H}^+]_B$ lần lượt là nồng độ của hai dung dịch A và B. Ta có

$$\text{pH}_A = -\log[\text{H}^+]_A = -\log(2[\text{H}^+]_B) = -\log 2 - \log[\text{H}^+]_B = -\log 2 + \text{pH}_B.$$

$$\text{Suy ra } \text{pH}_A - \text{pH}_B = \log 2 \approx 0,301.$$

Vậy dung dịch B có độ pH lớn hơn và lớn hơn khoảng 0,301.

TH3:

$$\text{a) } \log_5 4 + \log_5 \frac{1}{4} = \log_5 \left(4 \cdot \frac{1}{4} \right) = \log_5 1 = 0;$$

$$\text{b) } \log_2 28 - \log_2 7 = \log_2 \frac{28}{7} = \log_2 4 = 2;$$

$$\text{c) } \log \sqrt{100} = \log (10^2)^{\frac{1}{2}} = \log 10 = 1$$

Vận dụng:

a)

$$\text{a) } A = 10^{5,1} A_0 \Rightarrow M = \log \frac{10^{5,1} A_0}{A_0} = \log 10^{5,1} = 5,1$$

$$\text{b) } A = 65000 \Rightarrow M = \log \frac{65000 A_0}{A_0} = \log 65000 = \log 65 + 3 \approx 4,813$$

b) Kí hiệu M_N , M_P lần lượt là độ lớn của hai trận động đất tại N và P; A_N ; A_P lần lượt biên độ lớn nhất tại N và P. Ta có

$$M_N = \log \frac{A_N}{A_0} = \log \frac{3A_P}{A_0} = \log 3 + \log \frac{A_P}{A_0} = \log 3 + M_P$$

$$\Rightarrow M_N - M_P = \log 3 \approx 0,477$$

Độ lớn trận động đất tại N lớn hơn độ lớn trận động đất tại P khoảng 0,477

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV nêu bài toán khám phá H1 $\rightarrow$ yêu cầu học sinh làm và phát biểu các tính chất phép tính lôgarit. - GV nêu chú ý. - Áp dụng tính chất thực hiện được Ví dụ 4, Ví dụ 5, TH3 và phần vận dụng.
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ(riêng phần vận dụng HĐ nhóm 6 HS). - GV quan sát, theo dõi các nhóm. Giải thích câu hỏi nếu các nhóm chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.
Báo cáo thảo luận	- Các cặp thảo luận làm bài toán mở đầu, tổng kết đưa ra tính chất. - Thực hiện được VD4, VD5, TH3, phần vận dụng và lên bảng trình bày lời giải chi tiết. - Thuyết trình các bước thực hiện. - Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức - Hướng dẫn HS về nhà ôn lại kiến thức đã học. Chuẩn bị nội dung 4: Công thức đổi cơ số. Yêu cầu HS làm bài tập 1,2,3,4,5,7: SGK- T19.

TIẾT 2

IV. Công thức đổi cơ số

a) Mục tiêu: Hình thành công thức đổi cơ số và áp dụng làm ví dụ liên quan.

b) Nội dung:

H1: HĐ khám phá.

Khi chưa có máy tính, người ta thường tính các logarit dựa trên bảng giá trị logarit thập phân đã được xây dựng sẵn. Chẳng hạn, để tính $x = \log_2 15$, người ta viết $2^x = 15$, rồi lấy logarit thập phân hai vế, nhận được $x \log 2 = \log 15$ hay $x = \frac{\log 15}{\log 2}$.

Sử dụng cách làm này, tính $\log_a N$ theo $\log a$ và $\log N$ với $a, N > 0, a \neq 1$.

H2. Hãy phát biểu công thức đổi cơ số?

H3. Ví dụ 6. Tính các giá trị của biểu thức:

$$\text{a) } \log_9 27; \quad \text{b) } \log_2 3 \cdot \log_3 \frac{1}{4}.$$

H4. Ví dụ 7. Đặt $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Biểu thị $\log_9 10$ theo a và b .

H5. TH4.. Tính các giá trị của biểu thức:

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{4}} 8; \quad \text{b) } \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 8.$$

H6. TH5.. Đặt $\log_3 2 = a, \log_3 7 = b$. Biểu thị $\log_{12} 21$ theo a và b .

c) Sản phẩm:

Công thức đổi cơ số.

Cho các số dương $a, b, N (a \neq 1, b \neq 1)$, ta có $\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$.

Đặc biệt, ta có:

$$\bullet \log_a N = \frac{1}{\log_N a} (N \neq 1); \quad \bullet \log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N (\alpha \neq 0).$$

Ví dụ 6:

$$\text{a) } \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2};$$

$$\text{b) } \log_2 3 \cdot \log_3 \frac{1}{4} = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 \frac{1}{4}}{\log_2 3} = \log_2 2^{-2} = -2 \log_2 2 = -2 \cdot 1 = -2.$$

Ví dụ 7:

$$\log_9 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 9} = \frac{\log_2 (2 \cdot 5)}{\log_2 3^2} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{2 \log_2 3} = \frac{1 + b}{2a}.$$

TH4:

$$a) \log_{\frac{1}{4}} 8 = \log_{2^{-2}} 2^3 = -\frac{3}{2} \log_2 2 = -\frac{3}{2}$$

$$b) \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 8 = \log_4 5 \cdot \log_5 8 = \log_4 8 = \frac{3}{2}$$

TH5:

$$\log_{12} 21 = \frac{\log_3 21}{\log_3 12} = \frac{\log_3 (3 \cdot 7)}{\log_3 (3 \cdot 4)} = \frac{\log_3 3 + \log_3 7}{\log_3 3 + \log_3 4} = \frac{1+b}{1+2a}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV nêu bài toán H1, từ kết quả của bài toán yêu cầu học sinh phát biểu công thức đổi cơ số. - GV nêu các trường hợp đặc biệt. - Áp dụng công thức và các trường hợp đặc biệt để thực hiện Ví dụ 6, Ví dụ 7, TH4, TH5. + Nhóm 1,3,6 làm VD6, TH5 + Nhóm 2,4,6 làm VD7, TH4
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ(nhóm từ 5-6HS) - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- HS thảo luận đưa ra công thức đổi cơ số và các trường hợp đặc biệt. - Thực hiện được VD6, VD7, TH4, TH5 và lên bảng trình bày lời giải chi tiết. - Thuyết trình các bước thực hiện. - Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào các dạng bài tập cụ thể

b) Nội dung:

- H1: Hệ thống lại các khái niệm, công thức của bài học

- H2: Bài tập 1,2,3,4,5 :SGk- T19

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

Bài 1.

$$\text{a) } \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

$$\text{b) } \log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3$$

$$\text{c) } \log 1000 = \log 10^3 = 3$$

$$\text{d) } 9^{\log_3 12} = \left(3^{\log_3 12}\right)^2 = 12^2 = 144$$

Bài 2.

$$\text{a) ĐK } 1 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$$

$$\text{b) ĐK } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Bài 3.Ấn MTCT

$$\text{a) } \log_3 15 \approx 2,464974$$

$$\text{b) } \log 8 - \log 3 \approx 0,425969$$

$$\text{c) } 3 \ln 2 \approx 2,079442$$

Bài 4.

$$\text{a) } \log_6 9 + \log_6 4 = \log_6 36 = 2$$

$$\text{b) } \log_5 2 - \log_5 50 = \log_5 \frac{1}{25} = -2$$

$$\text{c) } \log_3 \sqrt{5} - \frac{1}{2} \log_3 15 = \frac{1}{2} (\log_3 5 - \log_3 15) = \frac{1}{2} \log_3 \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$$

Bài 5.

$$\text{a) } \log_2 9 \cdot \log_3 4 = 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 4 = 2 \cdot \log_2 4 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{b) } \log_{25} \frac{1}{\sqrt{5}} = \log_{5^2} 5^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{c) } \log_2 3 \cdot \log_9 \sqrt{5} \cdot \log_5 4 = \frac{1}{4} \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 4 = \frac{1}{4} \log_2 3 \cdot \log_3 4 = \frac{1}{2}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: Yêu cầu HS làm việc cá nhân ghi lại các khái niệm, các công thức đã học trong bài. Gọi 2 HS lên bảng ghi GV: Chia lớp thành 6 nhóm để hoàn thiện các bài tập 1,2,3,4,5 HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	HS làm việc cá nhân ghi lại các khái niệm, các công thức đã học trong bài vào vở. GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ

	HS: 6 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi lời giải chi tiết vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo Chốt kiến thức

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán vận dụng- vận dụng cao.

b) Nội dung: **Bài tập 6,7: SGK-T19**

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

Bài 6.

$$a) \log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{b}{a}$$

$$b) \log_6 12 = \frac{\log 12}{\log 6} = \frac{\log 3 + 2 \log 2}{\log 2 + \log 3} = \frac{2a + b}{a + b}$$

$$c) \log_5 6 = \frac{\log 6}{\log 5} = \frac{\log 6}{\log 10 - \log 2} = \frac{a + b}{1 - a}$$

Bài 7.

$$a) pH = -\log 10^{-7} = 7.$$

b) Kí hiệu pH_A , pH_B lần lượt là độ pH của dung dịch và của nước cất ; $[H^+]_A$, $[H^+]_B$ lần lượt là nồng độ của dung dịch và của nước cất . Ta có

$$pH_A = -\log[H^+]_A = -\log(20[H^+]_B) = -\log 20 - \log[H^+]_B = -\log 20 - 7 = -\log 2 - 8.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. HS: Nhận nhiệm vụ
Thực hiện	Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài.
Báo cáo thảo luận	HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm

	Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy. Chuẩn bị bài: Hàm số mũ, hàm số lôgarit.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT (2 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

- Nắm được định nghĩa hàm số mũ – hàm số logarit.
- Ghi nhớ được các tính chất về hàm số mũ, hàm số logarit.
- Ghi nhớ dạng đồ thị của hàm số mũ, hàm số logarit.
- Giải quyết được một số bài toán thực tế liên quan đến hàm số mũ và hàm số logarit.

2. Về năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực mô hình hóa Toán học*: Trong các bài toán thực tế.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, máy chiếu, bảng phụ, phiếu học tập.

III. Tiến trình dạy học :

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: GV đưa ra tình huống thực tế, tình huống toán học và hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học .



Chuyện kể rằng, ngày xưa ở xứ Ấn Độ, người phát minh ra bàn cờ vua được nhà vua cho phép từ chọn phần thưởng là những hạt thóc đặt vào 64 ô của bàn cờ theo quy tắc như sau: 1 hạt thóc ở ô thứ nhất, 2 hạt thóc ở ô thứ hai, 4 hạt thóc ở ô thứ ba,... Cứ như thế số hạt thóc ở ô sau gấp đôi số hạt thóc ở ô trước. Nhà vua nhanh chóng chấp nhận lời đề nghị, vì cho rằng phần thưởng như vậy thì quá dễ dàng.

Tuy nhiên, theo phần thưởng này, tổng số hạt thóc có trong 64 ô là $2^{64} - 1$, tính ra được hơn 18.10^{18} hạt thóc, hay hơn 450 tỉ tấn thóc (mỗi hạt thóc nặng khoảng 25 mg). Nhà vua không thể đủ thóc thưởng cho nhà phát minh.

Câu hỏi: Từ tình huống trên, có nhận xét gì về giá trị của biểu thức 2^x khi x trở nên lớn?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên trình chiếu bài toán mở đầu và nêu câu hỏi
Thực hiện	HS: Thực hiện theo cá nhân. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định một học sinh trả lời Gọi HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào bài mới. Từ bài toán mở đầu ta phải xét hàm số có dạng $y = a^x$

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Hoạt động 1: Hàm số mũ

Hoạt động 1.1: Định nghĩa hàm số mũ

a) **Mục tiêu:** Học sinh biết, nhớ được định nghĩa hàm số mũ.

b) **Nội dung:** HS tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số mũ, GV yêu cầu học sinh làm ví dụ nhận biết hàm số mũ cụ thể.

HĐKP1:

a.

Số lần nguyên phân	0	1	2	3	4	5	6	7
Số tế bào	1	2	4	8	16	32	64	128

b. $y = 2^x$

***Định nghĩa:**

Cho số thực dương a khác 1.

Hàm số cho tương ứng mỗi số thực x với số thực a^x được gọi là *hàm số mũ* cơ số a , kí hiệu $y = a^x$.

Nhận xét: Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

**VD1: (SGK -Tr 20)*

c) **Sản phẩm:**

Định nghĩa hàm số mũ

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	GV: Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện HĐKP1, giáo viên yêu cầu học sinh tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số mũ. GV: Yêu cầu học sinh thực hiện VD1 HS: Thực hiện nhiệm vụ.
Thực hiện	HS: Học sinh chia thành 4 nhóm thực hiện GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức cho học sinh ghi vào vở.

Hoạt động 1.2: Đồ thị của hàm số mũ

a) Mục tiêu: Học sinh nhận dạng được đồ thị hàm số $y = a^x$ và một số tính chất đặc trưng

b) Nội dung:

* HĐKP2:

a) Xét hàm số mũ $y = 2^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

i) Hoàn thành bảng giá trị sau:

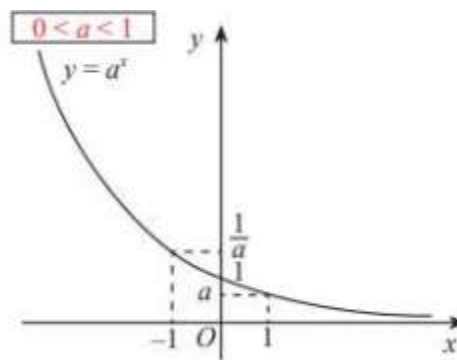
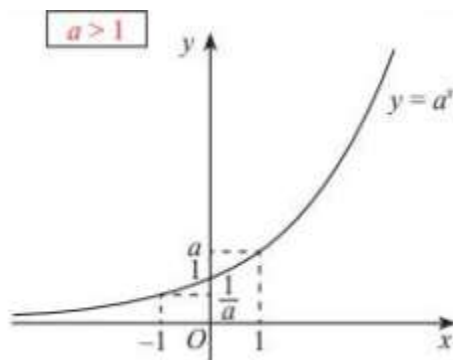
x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

ii) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$

* Đồ thị của hàm số mũ:



Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) có:

(1) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tập giá trị: $T = (0; +\infty)$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

(2) Sự biến thiên:

Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0.$$

Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty.$$

(3) Đồ thị:

Cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$; đi qua điểm $(1; a)$.

Nằm phía trên trục hoành.

c) Sản phẩm:

Dạng đồ thị và tính chất của hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện HĐKP2 - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó đưa ra dạng của đồ thị hàm số $y = a^x$
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức.

Hoạt động 1.3: Luyện tập

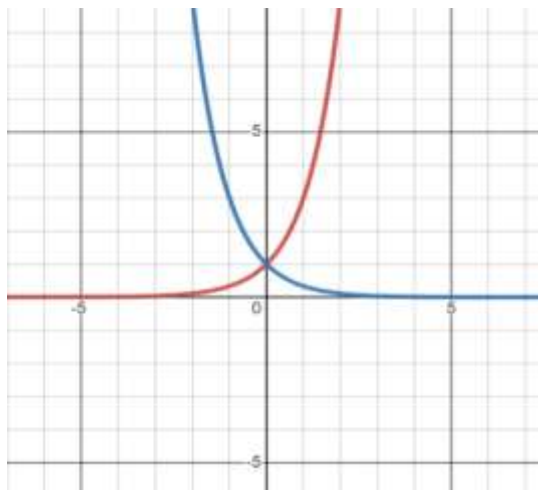
a. Mục tiêu: Học sinh vận dụng kiến thức hàm số mũ để làm bài tập

b. Nội dung:

*VD2: SGK-Tr 22

*VD3: SGK- Tr 22

* Thực hành 1:



**Thực hành 2:*

a) Do $0.85 < 1$ nên hàm $y = 0.85^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Mà $0.1 > -0.1$

Suy ra $0.85^{0.1} < 0.85^{-0.1}$

b) Vì $\pi > 1$ nên hàm số $y = \pi^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà $-1.4 < -0.5$

Suy ra $\pi^{-1.4} < \pi^{-0.5}$

c) Ta có $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$; $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = 3^{-\frac{1}{3}}$

Vì $3 > 1$ nên hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà $\frac{1}{4} > -\frac{1}{3}$

Suy ra $\sqrt[4]{3} > \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

c) Sản phẩm:

Lời giải của học sinh TH1, TH2

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện VD2, VD3, TH1, TH2
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

	- Chốt kiến thức .

Hoạt động 1.4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng được kiến thức bài học vào bài tập thực tiễn.

b) Nội dung:

**Vận dụng 1*

a) Khối lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu nuôi cấy là: $M(0) = 50.1,06^0 = 50$

b) Khối lượng vi khuẩn sau 2 giờ là: $M(2)=50.1,062=56,18$ $M(2) = 50.1,06^2 = 56.18$

Khối lượng vi khuẩn sau 10 giờ là: $M(10) = 50.1,06^{10} = 89.54$

c) Do $1,06 > 1$ nên hàm số $M(t)$ đồng biến

Do đó, khối lượng vi khuẩn tăng dần theo thời gian

c) Sản phẩm:

Vận dụng 1

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện vận dụng 1
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức .

Hoạt động 2. Hàm số logarit

Hoạt động 2.1: Định nghĩa hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh nhớ được định nghĩa hàm số logarit, biết tìm tập xác định hàm số logarit.

b) Nội dung: HS tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số logarit, GV yêu cầu học sinh làm ví dụ tìm tập xác định của hàm số logarit cụ thể.

HĐKP3:

a. Với mỗi giá trị t thuộc R ta xác định duy nhất 1 giá trị s

b. Với mỗi s thuộc vào khoảng $(0; +\infty)$ ta xác định duy nhất 1 giá trị t

c.

s	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
t	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

***Định nghĩa:**

Cho số thực dương a khác 1.

Hàm số cho tương ứng với mỗi số thực dương x với số thực $\log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a , kí hiệu là $y = \log_a x$.

Nhận xét: Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

VD4: (SGK -Tr 22)

c) Sản phẩm:

Định nghĩa hàm số lôgarit

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV:Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện HĐKP3, giáo viên yêu cầu học sinh tổng hợp đưa ra định nghĩa hàm số mũ. GV: Yêu cầu học sinh thực hiện VD4 HS: Thực hiện nhiệm vụ.
Thực hiện	HS: Học sinh chia thành 4 nhóm thực hiện GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức cho học sinh ghi vào vở.

Hoạt động 2.2 Đồ thị hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh nhận dạng được đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và một số tính chất đặc trưng

b) Nội dung:

* HĐKP4:

a) Xét hàm số mũ $y = \log_2 x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

i) Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-1	0	1	2

ii) Hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

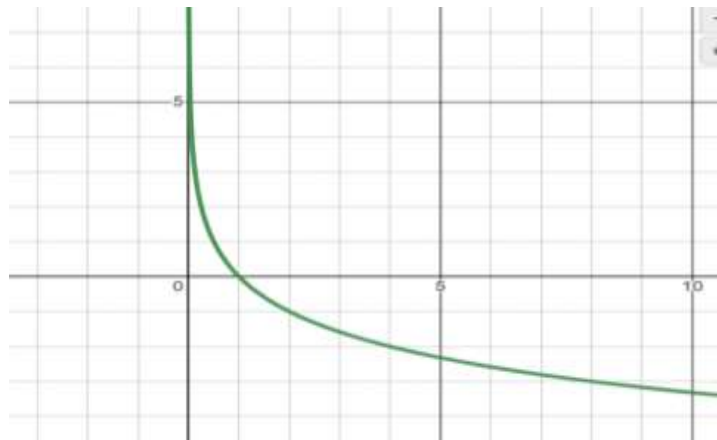
Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$

Khi $x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty$; Khi $x \rightarrow 0+, y \rightarrow -\infty$

b) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

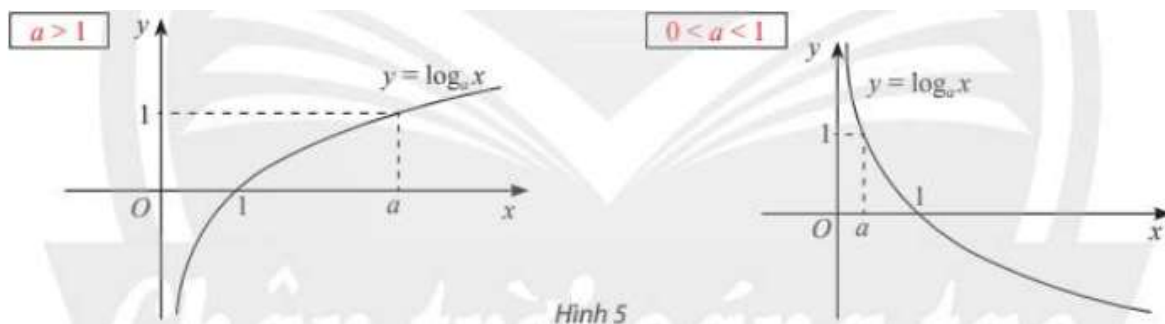
x	12	1	2	4
y	1	0	-1	-2

Đồ thị hàm số:



- Hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$
- Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$
- Khi $x \rightarrow +\infty, y \rightarrow -\infty$
- Khi $x \rightarrow 0+, y \rightarrow +\infty$

* Đồ thị của hàm số lôgarit:



Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ và $0 < a < 1$ như sau:

((1) Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Tập giá trị: $T = \mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$.

(2) Sự biến thiên:

- Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty.$$

- Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty.$$

(3) Đồ thị

- Cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$, đi qua điểm $(a; 1)$.

Nằm bên phải trục tung.

c) Sản phẩm:

Dạng đồ thị và tính chất của hàm số lôgarit $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện HĐKP4 - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó đưa ra dạng của đồ thị hàm số $y = \log_a x$
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

Hoạt động 2.3: Luyện tập

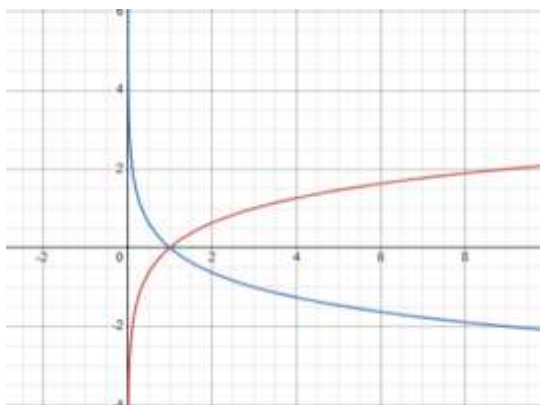
a. Mục tiêu: Học sinh vận dụng được kiến thức hàm số logarit để làm một số ví dụ

b. Nội dung:

*VD5: SGK-Tr 24

*VD6: SGK- Tr 24

* Thực hành 3:



*Thực hành 4:

a) Vì $\frac{1}{2} < 0$ nên hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Mà $4.8 < 5.2$ nên $\log_{\frac{1}{2}} 4.8 > \log_{\frac{1}{2}} 5.2$

b) Ta có: $\log_{\sqrt{5}} 2 = 2 \frac{\log 2}{\log 5}$;

$$\log_5 2\sqrt{2} = \frac{3 \log 2}{2 \log 5}$$

Vậy $\log_{\sqrt{5}} 2 > \log_5 2\sqrt{2}$

c) Ta có: $-\log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{-1}{2}}$

Vì $\frac{1}{2} < 0$ nên hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Mà $2^{\frac{-1}{2}} > 0.4$ nên $\log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{-1}{2}} < \log_{\frac{1}{2}} 0.4$. Hay $-\log_{\frac{1}{4}} 2 < \log_{\frac{1}{2}} 0.4$

c) Sản phẩm:

Lời giải của học sinh TH3, TH4

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện VD5,VD6, TH3,TH4
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức .

Hoạt động 2.4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng được kiến thức bài học vào bài tập thực tiễn.

b) Nội dung:

**Vận dụng 2*

a) Mức cường độ âm của tiếng thì thầm là $L = 10 \log\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 20(dB)$

b) Để âm thanh không gây hại cho tai khi nghe thời gian dài thì cường độ âm là:

$$I = 100000.10^{-10} = 10^{-5} (W / m^2)$$

Mức cường độ âm giới hạn đó là: $L = 10 \log\left(\frac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 70(dB)$

c) Sản phẩm:

Vận dụng 2

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm thực hiện vận dụng 2
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức .

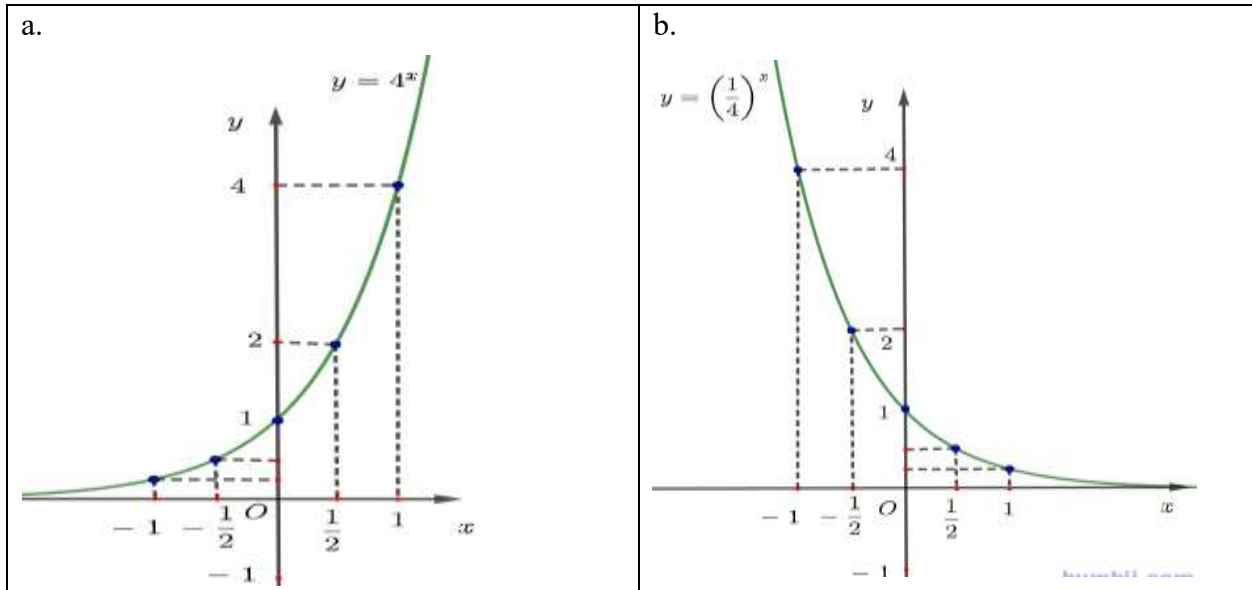
Tiết 2

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Giúp cho học sinh củng cố, hoàn thiện kiến thức, kĩ năng tính đạo hàm, tìm TXĐ, kĩ năng vẽ đồ thị hàm mũ, hàm lôgarit.

b) Nội dung: Bài tập 1,2,3,4,5 (SGK- Tr 25)

** Bài 1:*



** Bài 2:*

a) Do $1.3 > 1$ nên hàm số $y = 1.3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $0.7 > 0.6$ nên $1.3^{0.7} > 1.3^{0.6}$

b) Do $0.75 < 1$ nên hàm số $y = 0.75^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

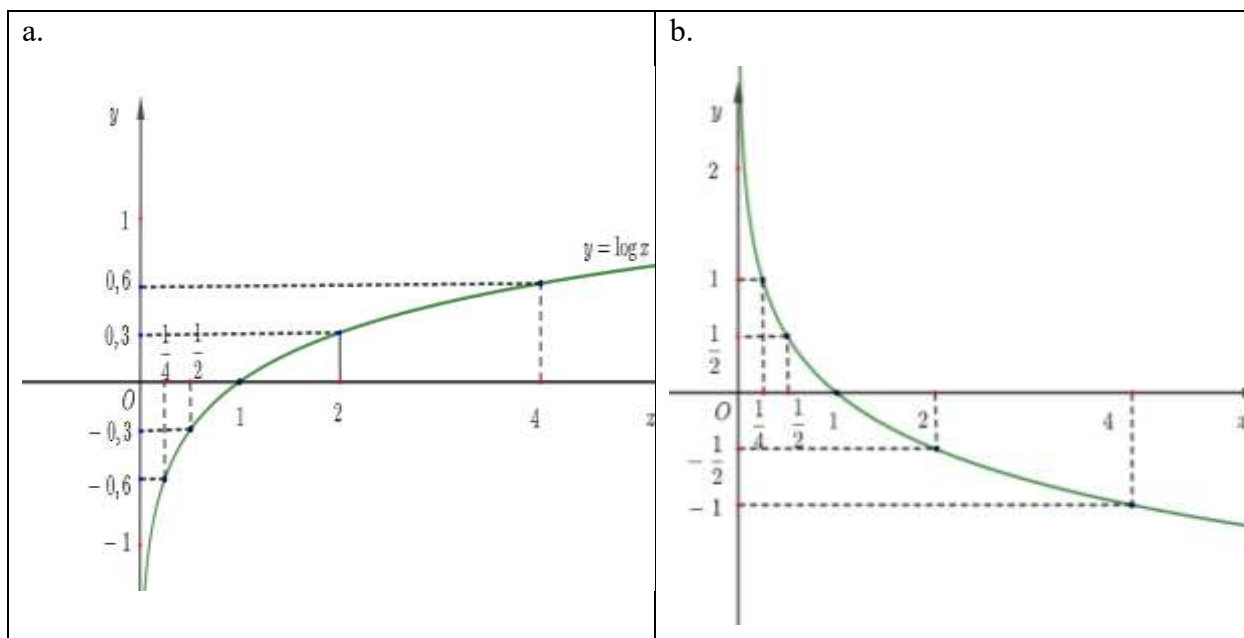
Mà $-2.3 > -2.4$ nên $0.75^{-2.3} < 0.75^{-2.4}$

** Bài 3:*

a) $y = \log_2(3-2x)$ xác định khi $3-2x > 0$. Hay $x < \frac{3}{2}$

b) $y = \log_3(x^2 + 4x)$ xác định khi $x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \end{cases}$

** Bài 4:*



**Bài 5:*

a) Vì $\pi > 1$ nên hàm số $y = \log_{\pi} x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

Mà $0.8 < 1.2$ nên $\log_{\pi} 0.8 < \log_{\pi} 1.2$

b) Vì $0.3 > 1$ nên hàm số $y = \log_{0.3} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Mà $2 < 2.1$ nên $\log_{0.3} 2 > \log_{0.3} 2.1$

c) Sản phẩm:

Bài làm của học sinh .

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 5 nhóm mỗi nhóm 1 bài ứng với 5 bài tập
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS: Trao đổi thảo luận để tìm đáp án trong phiếu học tập
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. Hoạt động vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế .

b) Nội dung: Bài tập 6,7 (SGK- Tr 25)

**Bài 6:*

a) Vì cường độ ánh sáng giảm dần theo độ sâu, tức là hàm số $I = I_0 \cdot a^d$ nghịch biến

Do đó, $0 < a < 1$

b) Khi $d=1$ thì $0.95I_0 = I_0 \cdot a^1$

Suy ra $a = 0.95$

c) Khi $d = 20$ ta có: $I = I_0 \cdot 0.95^d$ $I = I_0 \cdot 0.95^{20} = 0.36I_0$

Vậy tại độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng bằng 36% I_0 .

** Bài 7:*

a) Khi $P = \frac{1}{2}P_0$ thì $h = -19.4 \log \frac{\frac{1}{2}P_0}{P_0} = 5.84(km)$

b) Ta có $P_A = \frac{4}{5}P_B$

Ta có:

$$\begin{aligned}h_A - h_B &= -19.4 \log \frac{P_A}{P_0} + 19.4 \log \frac{P_B}{P_0} \\&= -19.4 \left(\log \frac{P_A}{P_0} - \log \frac{P_B}{P_0} \right) = -19.4 \log \frac{\frac{P_A}{P_0}}{\frac{P_B}{P_0}} \\&= -19.4 \log \frac{P_A}{P_B} = -19.4 \log \frac{4}{5} \approx 1.9(km)\end{aligned}$$

Vậy ngọn núi A cao hơn ngọn núi B là 1,9 km

c) Sản phẩm:

Bài làm của học sinh .

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 2 nhóm một nhóm làm bài 6, một nhóm làm bài 7 HS:Nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS : thảo luận tìm lời giải
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả

	Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT

(2 TIẾT)

I. MỤC TIÊU:

1. Về kiến thức

- *Nắm được dạng của phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit cơ bản.*
- *Ghi nhớ được cách giải các phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit cơ bản.*
- *Giải quyết được một số bài toán thực tế liên quan đến phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit.*

2. Về năng lực

- *Năng lực tự học:* Học sinh xác định đúng đắn động cơ, thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực mô hình hóa Toán học:* Trong các bài toán thực tế.
- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực giao tiếp:* Tiếp thu kiến thức, trao đổi, học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác:* Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân, đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ:* Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- *Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.*
- *Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.*
- *Năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.*
- *Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.*

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU:

Kế hoạch bài dạy, SGK, máy chiếu, bảng phụ, phiếu học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG:

a. Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b. Nội dung: GV đưa ra tình huống thực tế, tình huống toán học và hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.

Một học sinh dùng 5 triệu đồng tiền Lì xì Tết để gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn (lãi kép).

H1. Sau 2 năm thì bạn ấy nhận được bao nhiêu tiền? Sau n năm bạn ấy nhận được bao nhiêu tiền?

H2. Sau bao nhiêu năm thì bạn ấy nhận được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

c. Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

Một học sinh dùng 5 triệu đồng tiền Lì xì Tết để gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn (lãi kép).

HỎI	TRẢ LỜI
H1. Sau 2 năm thì bạn ấy nhận được bao nhiêu tiền? Sau n năm bạn ấy nhận được bao nhiêu tiền?	TL1. $P_2 = 5 \cdot (1,084)^2 = 5,875280$ (triệu đồng) $P_n = 5 \cdot (1,084)^n$ (triệu đồng)
H2. Sau bao nhiêu năm thì bạn ấy nhận được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?	TL2. Để nhận được số tiền gấp đôi ban đầu thì $(1,084)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59366$. Vậy sau 9 năm bạn ấy sẽ nhận được số tiền gấp đôi.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên nêu bài toán mở đầu và câu hỏi
Thực hiện	HS: Thực hiện theo cá nhân. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định một học sinh trả lời Gọi HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả. Dẫn dắt vào bài mới: Để giải quyết bài toán trên đòi hỏi chúng ta phải tìm n từ đẳng thức $(1,084)^n = 2$, đây chính là giải một phương trình mũ cơ bản

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI:

1. Phương trình mũ:

a. **Mục tiêu:** Học sinh giải được các dạng phương trình mũ cơ bản, biết biến đổi phương trình mũ đưa về dạng cơ bản.

b. Nội dung:

- Hoạt động theo nhóm 2 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1**.

Đọc SGK trang 26, 27 và trả lời các câu hỏi sau:

H1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình mũ cơ bản:

(1): $x^5 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$. (2): $3^x = 12$. (3): $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^x = -2$.

H2. Từ đó, hãy nêu dạng tổng quát của một phương trình mũ cơ bản? Dựa vào định nghĩa logarit để nêu cách giải.

H3. Áp dụng cách giải phương trình mũ cơ bản để giải phương trình $3^{2x} = 9$.

- Hoạt động theo nhóm 4 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2** (Sau khi hoàn thành xong Phiếu học tập số 1 và giáo viên đã chốt lại kiến thức).

H1. Đưa phương trình mũ sau về cơ bản và giải: $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 5$.

H2. Sử dụng tính chất của hàm số mũ và nêu cách giải phương trình mũ dạng $a^{u(x)} = a^{v(x)}$ với $0 < a \neq 1$, $u(x)$ và $v(x)$ là các biểu thức theo biến x . Áp dụng giải phương trình $(1,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$.

H3. Nếu khối lượng carbon – 14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0 (g) thì khối lượng carbon – 14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T = 5730$ (năm) là chu kỳ bán rã của carbon – 14. Nghiên cứu hóa thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon – 14 hiện có trong hóa thạch là $5 \cdot 10^{-13}$ g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon – 14 so với carbon – 12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon – 14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-12}$ (g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn đến kết quả hàng trăm)

- c. **Sản phẩm:** Đáp án Phiếu học tập số 1 và Phiếu học tập số 2.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Đọc SGK trang 26, 27 và trả lời các câu hỏi sau:

HỎI	TRẢ LỜI

H1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình mũ cơ bản: (1): $x^5 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$. (2): $3^x = 12$. (3): $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^x = -2$.	TL1. (2), (3) là phương trình mũ cơ bản.
H2. Từ đó, hãy nêu dạng tổng quát của một phương trình mũ cơ bản? Dựa vào định nghĩa logarit để nêu cách giải	TL2. Phương trình dạng $a^x = b$, trong đó a và b là những số cho trước, $a > 0, a \neq 1$, được gọi là phương trình mũ cơ bản. Cho phương trình: $a^x = b, 0 < a \neq 1$ Nếu $b > 0$ thì phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$. Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.
H3. Áp dụng cách giải phương trình mũ cơ bản để giải phương trình $3^{2x} = 9$.	TL3. $3^{2x} = 9 \Leftrightarrow 9^x = 9 \Leftrightarrow x = \log_9 9 \Leftrightarrow x = 1$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

H1. Đưa phương trình mũ sau về cơ bản và giải: $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 5$.	TL1. $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 4^x + 4 \cdot 4^x = 5$ $\Leftrightarrow 4^x = \frac{10}{9} \Leftrightarrow x = \log_4 \frac{10}{9}$
H2. Sử dụng tính chất của hàm số mũ và nêu cách giải phương trình mũ dạng $a^{u(x)} = a^{v(x)}$ với $0 < a \neq 1$, $u(x)$ và $v(x)$ là các biểu thức theo biến x. Áp dụng giải phương trình $(1,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$.	TL2. $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$ $(1,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{5x-7} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1}$ $\Leftrightarrow 5x - 7 = -x - 1 \Leftrightarrow x = 1$
H3. Nếu khối lượng carbon – 14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0 (g) thì khối lượng carbon – 14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T = 5730$ (năm) là chu kỳ bán rã của carbon – 14.	TL3. Gọi t là thời gian từ lúc sinh vật chết đến nay. Ta có $5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \frac{5}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12}$

Nghiên cứu hóa thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon – 14 hiện có trong hóa thạch là 5.10^{-13} g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon – 14 so với carbon – 12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon – 14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0 = 1,2.10^{-12}$ (g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn đến kết quả hàng trăm)	$\Leftrightarrow t = T \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} = -5730. \log_2 \frac{5}{12} \approx 7237 \approx 7200$ Vậy sinh vật này sống cách đây khoảng 7200 năm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên phát phiếu học tập số 1 và phiếu học tập số 2
Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định hai nhóm học sinh trả lời Gọi các nhóm HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả. Chốt lại kiến thức: Dạng của phương trình mũ cơ bản, cách giải phương trình mũ cơ bản.

2. Phương trình lôgarit:

a. Mục tiêu: Học sinh giải được các dạng phương trình lôgarit cơ bản, biết biến đổi phương trình lôgarit đưa về dạng cơ bản.

b. Nội dung:

- Hoạt động theo nhóm 2 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3**.

Đọc SGK trang 28, 29 và trả lời các câu hỏi sau: H1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình lôgarit cơ bản: (1): $a^x + 2 = 0$. (2): $\log_{\sqrt{2}} x = 12$. (3): $\log_5 x = -2$. H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một phương trình logarit cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải phương trình dạng $\log_a u(x) = \log_a v(x)$. H3. Áp dụng cách giải phương trình lôgarit cơ bản để giải phương trình $\log_3 x = -3$.

- Hoạt động theo nhóm 4 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4** (Sau khi hoàn thành xong Phiếu học tập số 3 và giáo viên đã chốt lại kiến thức).

H1. Đưa phương trình lôgarit sau về cơ bản và giải: $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$.

H2. Nước chanh có độ pH là 2,4; giấm có độ pH bằng 3. Nước chanh có độ acid gấp bao nhiêu lần giấm (nghĩa là có nồng độ H^+ gấp bao nhiêu lần)? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

c. Sản phẩm: Đáp án Phiếu học tập số 3 và Phiếu học tập số 4.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Đọc SGK trang 28, 29 và trả lời các câu hỏi sau:	
HỎI	TRẢ LỜI
H1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình lôgarit cơ bản: (1): $a^x + 2 = 0$. (2): $\log_{\sqrt{2}} x = 12$. (3): $\log_5 x = -2$.	TL1. (2), (3) là phương trình lôgarit cơ bản.
H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một phương trình lôgarit cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải phương trình dạng $\log_a u(x) = \log_a v(x)$.	TL2. Phương trình dạng $\log_a x = b$, trong đó a, b là những số cho trước, $a > 0, a \neq 1$, được gọi là phương trình lôgarit cơ bản . Phương trình $\log_a x = b, a > 0, a \neq 1$ luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$. $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$
H3. Áp dụng cách giải phương trình lôgarit cơ bản để giải phương trình $\log_3 x = -3$.	TL3. $\log_3 x = -3 \Leftrightarrow x = 3^{-3} = \frac{1}{27}$.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4

H1. Đưa phương trình lôgarit sau về cơ bản và giải: $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$.	TL1. ĐK: $x > 0$ PT $\Leftrightarrow \log_3 x + \log_{3^2} x + \log_{3^3} x = 11$ $\Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = 11$ $\Leftrightarrow \log_3 x = 6 \Leftrightarrow x = 3^6 \Leftrightarrow x = 729$
H2. Nước chanh có độ pH là 2,4; giấm có độ pH bằng 3. Nước chanh có độ acid gấp bao nhiêu lần giấm (nghĩa là có nồng độ H^+ gấp bao nhiêu lần)?	TL2. Kí hiệu x, y lần lượt là nồng độ H^+ trong nước chanh và giấm. Theo giả thiết, ta có $2,4 = -\log x$ và $3 = -\log y$.

(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)	Suy ra $x = 10^{-2,4}$ và $y = 10^{-3}$. $\frac{x}{y} = \frac{10^{-2,4}}{10^{-3}} = 10^{0,6} \approx 3,98.$ Vậy nồng độ H^+ của nước chanh gấp 3,98 lần nồng độ H^+ của giấm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên phát phiếu học tập số 3 và phiếu học tập số 4
Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định hai nhóm học sinh trả lời Gọi nhóm HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả. Chốt lại kiến thức: Dạng của phương trình lôgarit cơ bản, cách giải phương trình lôgarit cơ bản.

3. Bất phương trình mũ:

a. Mục tiêu: Học sinh giải được các dạng bất phương trình mũ cơ bản, biết biến đổi bất phương trình mũ đưa về dạng cơ bản.

b. Nội dung:

- Hoạt động theo nhóm 2 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 5**.

Đọc SGK trang 30, 31 và trả lời các câu hỏi sau: H1. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào không là bất phương trình mũ: (1): $2^x \geq 3$. (2): $3^x \leq 2$. (3): $x^3 \geq 2$. H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một bất phương trình mũ cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải bất phương trình dạng $a^{u(x)} > a^{v(x)}$. H3. Áp dụng cách giải bất phương trình mũ cơ bản để giải các bất phương trình sau: $10^x < 0,001$, $0,3^x > 2$.

c. Sản phẩm: Đáp án Phiếu học tập số 5.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 5

Đọc SGK trang 30, 31 và trả lời các câu hỏi sau:	
HỎI	TRẢ LỜI

H1. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào không là bất phương trình mũ: (1): $2^x \geq 3$. (2): $3^x \leq 2$. (3): $x^3 \geq 2$.	TL1. (3) là không là bất phương trình mũ.
H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một bất phương trình mũ cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải bất phương trình dạng $a^{u(x)} > a^{v(x)}$.	TL2. $a^x > b$ hoặc $a^x \geq b$ hoặc $a^x < b$ hoặc $a^x \leq b$ ($a > 0, a \neq 1$) Cách giải: Bảng đính kèm Cách giải BPT dạng $a^{u(x)} > a^{v(x)}$ - Nếu $a > 1$ thì $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) > v(x)$ - Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) < v(x)$
H3. Áp dụng cách giải bất phương trình mũ cơ bản để giải các bất phương trình sau: $10^x < 0,001$, $0,3^x > 2$.	TL3. $10^x < 0,001 \Leftrightarrow 10^x < 10^{-3} \Leftrightarrow x < -3$ (do $10 > 1$) $0,3^x > 2 \Leftrightarrow x < \log_{0,3} 2$ (do $0 < 0,3 < 1$)

Bảng tổng kết về nghiệm của các bất phương trình mũ:

Phương trình	$b \leq 0$	$b > 0$	
		$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^x > b$	$\forall x \in \mathbb{R}$	$x > \log_a b$	$x < \log_a b$
$a^x \geq b$		$x \geq \log_a b$	$x \leq \log_a b$
$a^x < b$	Vô nghiệm	$x < \log_a b$	$x > \log_a b$
$a^x \leq b$		$x \leq \log_a b$	$x \geq \log_a b$

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên phát phiếu học tập số 5
Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định một nhóm học sinh trả lời Gọi nhóm HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

	Chốt lại kiến thức: Dạng của bất phương trình mũ cơ bản, cách giải bất phương trình mũ cơ bản.

4. Bất phương trình lôgarit:

a. Mục tiêu: Học sinh giải được các dạng bất phương trình lôgarit cơ bản, biết biến đổi bất phương trình lôgarit đưa về dạng cơ bản.

b. Nội dung:

- Hoạt động theo nhóm 2 học sinh để hoàn thành **PHIẾU HỌC TẬP SỐ 6**.

Đọc SGK trang 31, 32 và trả lời các câu hỏi sau: H1. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình lôgarit: (1): $2^x \geq 3$. (2): $\log_2 x \leq 3$. (3): $x^3 \geq 4$. H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một bất phương trình lôgarit cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải bất phương trình dạng $\log_a u(x) > \log_a v(x)$. H3. Áp dụng cách giải bất phương trình lôgarit cơ bản để giải các bất phương trình sau: $\log_2 (2x-1) \leq 1$, $\log_{\frac{1}{3}} (1+2x) > \log_{\frac{1}{3}} (x-2)$.

c. Sản phẩm: Đáp án Phiếu học tập số 6.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 6

Đọc SGK trang 31, 32 và trả lời các câu hỏi sau:	
HỎI	TRẢ LỜI
H1. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình lôgarit: (1): $2^x \geq 3$. (2): $\log_2 x \leq 3$. (3): $x^3 \geq 4$.	TL1. (2) là là bất phương trình lôgarit.
H2. Hãy nêu dạng tổng quát của một bất phương trình lôgarit cơ bản và cách giải. Đồng thời nêu cách giải bất phương trình dạng $\log_a u(x) > \log_a v(x)$.	TL2. $\log_a x > b$ hoặc $\log_a x \geq b$ hoặc $\log_a x < b$ hoặc $\log_a x \leq b$ ($a > 0, a \neq 1$) Cách giải: Bảng đính kèm Cách giải BPT dạng $\log_a u(x) > \log_a v(x)$ - Nếu $a > 1$ thì BPT $\Leftrightarrow u(x) > v(x) > 0$ - Nếu $0 < a < 1$ thì BPT $\Leftrightarrow 0 < u(x) < v(x)$

H3. Áp dụng cách giải bất phương trình lôgarit cơ bản để giải các bất phương trình sau: $\log_2(2x-1) \leq 1$, $\log_{\frac{1}{3}}(1+2x) > \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$.	TL3. $\log_2(2x-1) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq 2^1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq \frac{3}{2}$ $\log_{\frac{1}{3}}(1+2x) > \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ 1+2x > x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$

Bảng tổng kết về nghiệm của các bất phương trình lôgarit:

Bất phương trình	$a > 1$	$0 < a < 1$
$\log_a x > b$	$x > a^b$	$0 < x < a^b$
$\log_a x \geq b$	$x \geq a^b$	$0 < x \leq a^b$
$\log_a x < b$	$0 < x < a^b$	$x > a^b$
$\log_a x \leq b$	$0 < x \leq a^b$	$x \geq a^b$

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên phát phiếu học tập số 6
Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên chỉ định một nhóm học sinh trả lời Gọi nhóm HS khác nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tổng hợp kết quả. Chốt lại kiến thức: Dạng của bất phương trình lôgarit cơ bản, cách giải bất phương trình lôgarit cơ bản.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP:

a. Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về giải phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit vào các bài tập cụ thể.

b. Nội dung:

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Phương trình $3^{x-1} = 27$ có nghiệm là

A. $x = 9$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = 10$.

Câu 2: Phương trình $2^{2x^2-6x+1} = 8^{x-3}$

A. vô nghiệm.

B. có nghiệm $x = \frac{5}{2}$ hay $x = 2$.

C. có nghiệm $x = -\frac{5}{2}$ hay $x = 2$.

D. có nghiệm $x = \frac{7+\sqrt{17}}{4}$ hay

$$x = \frac{7-\sqrt{17}}{4}.$$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-5} < 9$ là

A. $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right).$

B. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right).$

C. $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right).$

D. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right).$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,2)^{x^2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{5x-6}$ là

A. $(2;9).$

B. $(2;3).$

C. $\left(\frac{6}{5}; 3\right).$

D. $[2;3].$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \leq 2^x + 2$ là

A. $(-\infty; -1].$

B. $[1; +\infty).$

C. $[-1; +\infty).$

D. $(-\infty; 1].$

Câu 6: Phương trình $\log_4(x-1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 63.$

B. $x = 65.$

C. $x = 80.$

D. $x = 82.$

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $\log_6[x(5-x)] = 1$ là

A. $\{2;3\}.$

B. $\{4;6\}.$

C. $\{1;-6\}.$

D. $\{-1;6\}.$

Câu 8: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 30.

C. 1.

D. 3.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$ là

A. $(-\infty; 11).$

B. $(2; +\infty).$

C. $[11; +\infty).$

D. $(-\infty; 11].$

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$ là

A. $\left(1; \frac{5}{4}\right).$

B. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right).$

C. $(1; +\infty).$

D. $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right).$

c. **Sản phẩm:** Học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

d. **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát câu hỏi trắc nghiệm HS: Nhận nhiệm vụ

Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

E.HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG:

a. Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán trong thực tế

b. Nội dung:

Vận dụng 1: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{r.t}$ với A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 250 con và sau 12 giờ là 1500 con. Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 66 (giờ). **B. 36 (giờ).** C. 24 (giờ). D. 48 (giờ).

Vận dụng 2: Một trường đại học có 5000 sinh viên, trong đó có một sinh viên vừa trở về sau kỳ nghỉ Tết và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Tổng số sinh viên bị nhiễm sau t ngày được xác định bởi công thức $y = \frac{5000}{1 + 4999.e^{-0,8t}}$ ($t \geq 0$). Trường đại học sẽ cho các sinh viên nghỉ học khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên toàn trường bị lây nhiễm. Sau bao nhiêu ngày thì trường cho các sinh viên nghỉ học?

A. 11 ngày. B. 10 ngày. C. 8 ngày. D. 9 ngày.

c. Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của các nhóm học sinh

Vận dụng 1: Từ giả thiết $1500 = 250.e^{12r} \Leftrightarrow 12r = \ln 6 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 6}{12}$

Suy ra $216 = e^{\frac{\ln 6}{12}t} \Leftrightarrow \frac{\ln 6}{12}t = \ln 216 \Leftrightarrow t = \frac{12 \ln 216}{\ln 6} = 36$ giờ

Vận dụng 2:

Theo yêu cầu đề bài ta có $\frac{5000}{1 + 4999.e^{-0,8t}} \geq 0,4.5000 \Leftrightarrow t \geq \frac{5}{4} \ln \frac{9998}{3} \approx 10,14$ ngày

Vậy sau 11 ngày thì trường cho sinh viên nghỉ học.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát đề bài vận dụng 1, 2 HS: Nhận nhiệm vụ
Thực hiện	HS: Thực hiện theo nhóm. GV: Điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết cuối của bài Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 10 tháng 08 năm 2023

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU:

- 1. Kiến thức :**
- Học sinh nắm vững các kiến thức về : Lũy thừa với số mũ thực (đn, t/c). Hsố lũy thừa: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, đồ thị; Lôgarit và các quy tắc tính lôgarit; Hàm số mũ & hàm số lôgarit: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị; Pt mũ, pt lôgarit, bất pt mũ & bất pt lôgarit.
 - Sử dụng thành thạo các quy tắc tính lũy thừa và lôgarit để tính các biểu thức từ mức độ nhận biết đến thông hiểu. Giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit từ mức độ nhận biết đến thông hiểu .
 - Vận dụng giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .
- 2. Năng lực :**
- Năng lực tính toán.
 - Năng lực tìm hiểu các kiến thức liên quan.
 - Năng lực tự học, giải quyết vấn đề.
 - Năng lực hợp tác
 - Năng lực tự học, tự giải quyết vấn đề, sáng tạo, tự quản lí, giao tiếp, hợp tác, sử dụng MTCT, sử dụng ngôn ngữ.
 - Năng lực thực hiện phép toán biến đổi về lũy thừa, năng lực tích hợp sử dụng MTCT hình thành năng lực tính toán.
- 3. Phẩm chất:**
- Trách nhiệm: cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
 - Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
 - Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới , có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

Giáo viên: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

Học sinh: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC VÀ CÁC HOẠT ĐỘNG

1. Hoạt động khởi động :

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: H: Ôn lại các kiến thức cơ bản của chương

1. Lũy thừa với số mũ thực
2. Hàm số lũy thừa: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị
3. Lôgarit và các quy tắc tính lôgarit
4. Hàm số mũ & hàm số lôgarit: tập xđ, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị
5. Pt mũ, pt lôgarit cơ bản và các pt có thể đưa về pt cơ bản
6. Bất pt mũ & bất pt lôgarit đơn giản

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên yêu cầu HS trả lời các câu hỏi - Nêu các t/c của lũy thừa với số mũ thực ? - Nêu các t/c & quy tắc tính lôgarit ? - Nêu các t/c của hs lũy thừa, hs mũ, hs lôgarit ? - Nêu các pt mũ, lôgarit cơ bản ? Cg ?
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động luyện tập :

a) Mục tiêu: HS ôn tập các quy tắc tính lũy thừa và lôgarit để tính các biểu thức từ mức độ nhận biết đến thông hiểu. Giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit từ mức độ nhận biết đến thông hiểu .

b) Nội dung:

A. TRẮC NGHIỆM

6.27. Cho hai số thực dương x, y và hai số thực α, β tùy ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$. **B.** $x^\alpha \cdot y^\beta = (xy)^{\alpha+\beta}$. **C.** $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha \cdot \beta}$. **D.**
 $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$.

6.28. Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} : x^{\frac{5}{8}}$ ($x > 0$) ta được

- A. $\sqrt[4]{x}$. B. $\sqrt{x}$. C. $\sqrt[3]{x}$. D. $\sqrt[5]{x}$.

6.29. Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a(a^3b^2) = 3 + \log_a b$. B. $\log_a(a^3b^2) = 3 + 2\log_a b$.
C. $\log_a(a^3b^2) = \frac{3}{2} + \log_a b$. D. $\log_a(a^3b^2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\log_a b$.

6.30. Cho bốn số thực dương a, b, x, y với $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
C. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$. D. $\log_a b \cdot \log_b x = \log_a x$.

6.31. Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b bằng

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a^2 + b^2$. D. $a + b$.

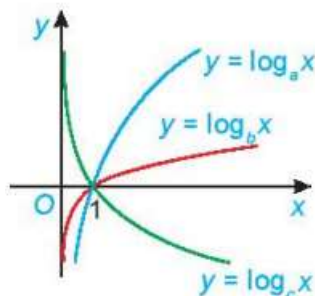
6.32. Cho hàm số $y = 2^x$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
B. Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$.
C. Đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại đúng một điểm.
D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

6.33. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{0,5} x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \ln x$.

6.34. Cho đồ thị ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > b > c$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$.

D. $b > c > a$.

B. TỰ LUẬN

6.35. Cho $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $B = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a}} \right) + a^{2\log_a \frac{\sqrt{105}}{30}}$.

Lời giải chi tiết

$$\begin{aligned} B &= \log_a \left(\frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{2\log_a \frac{\sqrt{105}}{30}} = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{(\log_a \frac{\sqrt{105}}{30})^2} = \log_a \left(\frac{a^{\frac{47}{15}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right) + a^{\log_a \frac{7}{60}} \\ &= \log_a a^{\frac{173}{60}} + \frac{7}{60} = \frac{81}{20} \end{aligned}$$

6.36. Giải các phương trình sau

a) $3^{1-2x} = 4^x$.

b) $\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$.

a. $3^{1-2x} = 4^x$

$\Leftrightarrow \log_3 3^{1-2x} = \log_3 4^x$

LG: $\Leftrightarrow 1-2x = x \log_3 4$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{\log_3 4 + 2} = \frac{1}{\log_3 4 + \log_3 9} = \frac{1}{\log_3 36} = \log_{36} 3$

b) $\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$.

ĐK: $x > -4$

$\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = 2$

$\Leftrightarrow \log_3(x+1)(x+4) = 2$

b) $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 9$.

$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+3\sqrt{5}}{2} (TM) \\ x = \frac{-5-3\sqrt{5}}{2} (KTM) \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-5+3\sqrt{5}}{2}$

6.37. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}}$.

b) $y = \ln(1 - \ln x)$.

LG:

a. $DK : 4^x - 2^{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow 2^x(2^x - 2) \geq 0$
 $\Leftrightarrow 2^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy TXĐ của HS $[1; +\infty)$

b. $DK : \begin{cases} x > 0 \\ 1 - \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < e \end{cases}$

Vậy TXĐ của HS $(0; e)$

c) **Sản phẩm:** HS hoàn thành các bài tập được giao.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* Giáo viên giao BTTN, BTTL
Thực hiện	GV chia lớp học làm 4 nhóm nhỏ (mỗi nhóm từ 8- 10 học sinh, gồm cả HS khá, giỏi và hs yếu). GV tổ chức cho học sinh chọn tên nhóm, phân công nhóm trưởng, thư kí .Gv giao nhiệm vụ cho các nhóm (Các nhóm làm việc độc lập và cùng thực hiện một nhiệm vụ để so sánh, đối chứng và bổ sung sản phẩm) Các nhóm trao đổi, làm việc. GV quan sát về ý thức, thái độ, tinh thần hợp tác và hỗ trợ các t viên trong nhóm.
Báo cáo thảo luận	Hết thời gian dự kiến cho các cặp đôi trình bày. Đại diện các nhóm báo cáo kết quả, trao đổi, đối chứng và bổ sung cho nhau
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV chỉnh sửa, hoàn thiện bài; Gv nhận xét về kết quả của các nhóm , đồng thời chỉnh sửa những nội dung chưa đạt yêu cầu, động viên khuyến khích những cá nhân , nhóm có thành tích tốt.(GV đưa ra thông tin phản hồi để cả lớp cùng đối chứng và hoàn thiện nội dung) - Chốt kiến thức Nhắm vững các dạng toán cơ bản và cách giải từng loại toán trong chương + Chú ý các lỗi thường gặp của học sinh là bỏ qua điều kiện xác định của pt, bpt mũ, log.

2. Hoạt động vận dụng :

a) **Mục tiêu:** Vận dụng giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .

b) **Nội dung:**

6.38. *Lạm phát* là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của một

triệu đồng, tức là 50 000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n$.

- a)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
- b)** Nếu sức mua của 100 triệu đồng thì sau hai năm chỉ còn lại 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?
- c)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Sử dụng công thức $A = P \cdot (1 - r/100)^n$

Lời giải chi tiết

a) Nếu tỉ lệ lạm phát 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại

$$A = 100 \cdot (1 - 8/100)^2 = 84,64 \text{ (triệu đồng)}$$

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì

$$90 = 100 \cdot (1 - r/100)^2 \Leftrightarrow (1 - r/100)^2 = 0,9 \Leftrightarrow 1 - r/100 = \sqrt{0,9} \Leftrightarrow r \approx 5,1390$$

Vậy nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là khoảng 5,13%.

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm và sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa ta có

$$P/2 = P \cdot (1 - 5/100)^n \Leftrightarrow (19/20)^n = 1/2 \Leftrightarrow n = \log_{19/20} 1/2 \approx 13,51$$

Vậy nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

6.39. Giả sử quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có $N(t) = N_0 e^{rt}$, trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi

- a)** Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là khoảng bao nhiêu con?
- b)** Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn sẽ ban đầu sẽ tăng gấp đôi?

Sử dụng công thức $N(t) = N_0 e^{rt}$

Lời giải chi tiết

Ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con ta có

$$800 = 500 e^r \Leftrightarrow e^r = 1,6 \Leftrightarrow r = \ln 1,6 \quad 800 = 500$$

a) Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là; $N(5) = 500 \cdot e^{\ln 1,6 \cdot 5} = 5242,88$ (con)

b) Số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi nên ta có

$$2N_0 = N_0 e^{\ln 1,6 \cdot t} \Leftrightarrow e^{\ln 1,6 \cdot t} = 2 \Leftrightarrow \ln 1,6 \cdot t = \ln 2 \Leftrightarrow t \approx 1,472$$

Vậy sau khoảng 1,47 giờ thì số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi.

6.40. Vào năm 1938, nhà vật lý Frank Benford đã đưa ra một phương pháp để xác định xem một bộ số đã được chọn ngẫu nhiên hay đã được chọn theo cách thủ công. Nếu bộ số này không được chọn ngẫu nhiên thì công thức Benford sau sẽ được dùng ước tính xác suất P để chữ số d là

chữ số đầu tiên của bộ số đó: $P = \log \frac{d+1}{d}$ (theo F.Benford, The Law of Anomalous Numbers, Proc. Am. Philos. Soc. 78 (1938), (551-572).

Chẳng hạn, xác suất để chữ số đầu tiên là 9 bằng khoảng 4,6% (thay $d = 9$ trong công thức Benford để tính P).

a) Viết công thức tìm chữ số d nếu cho trước xác suất P .

b) Tìm chữ số có xác suất bằng 9,7% được chọn.

c) Tính xác suất để chữ số đầu tiên là 1.

Sử dụng công thức $P = \log(d+1)/d$

Lời giải chi tiết

$$P = \log \frac{d+1}{d} \Leftrightarrow \frac{d+1}{d} = 10^P \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{d} = 10^P$$

a)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} = 10^P - 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{10^P - 1}$$

b) Chữ số có xác suất bằng 9,7% nên ta có $P = 9,7\%$. Từ ý a suy ra

$$d = \frac{1}{10^P - 1} \approx 4$$

Vậy chữ số 4 có xác suất bằng 9,7% được chọn

c) Xác suất để chữ số đầu tiên là 1

$$P = \log 2 \approx 0,3$$

c) Sản phẩm: HS vận dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán trong thực tế.

d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	* Giáo viên giao
<i>Thực hiện</i>	GV chia lớp học làm 4 nhóm nhỏ (mỗi nhóm từ 8- 10 học sinh, gồm cả HS khá, giỏi và hs yếu). GV tổ chức cho học sinh chọn tên nhóm, phân công nhóm trưởng, thư kí .Gv giao nhiệm vụ cho các nhóm (Các nhóm làm việc độc lập và cùng thực hiện một nhiệm vụ để so sánh, đối chứng và bổ sung sản phẩm)

	Các nhóm trao đổi, làm việc. GV quan sát về ý thức, thái độ, tinh thần hợp tác và hỗ trợ các t viên trong nhóm.
<i>Báo cáo thảo luận</i>	Hết thời gian dự kiến cho các cặp đôi trình bày. Đại diện các nhóm báo cáo kết quả, trao đổi, đối chứng và bổ sung cho nhau
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV chỉnh sửa, hoàn thiện bài; Gv nhận xét về kết quả của các nhóm , đồng thời chỉnh sửa những nội dung chưa đạt yêu cầu, động viên khuyến khích những cá nhân , nhóm có thành tích tốt.(GV đưa ra thông tin phản hồi để cả lớp cùng đối chứng và hoàn thiện nội dung) Chốt kiến thức

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 10 tháng 08 năm

2023

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1. ĐẠO HÀM (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được một số bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm như: xác định vận tốc tức thời của một vật chuyển động không đều; xác định tốc độ thay đổi của nhiệt độ.
- Nhận biết được định nghĩa đạo hàm. Tính được đạo hàm của một số hàm đơn giản bằng định nghĩa.
- Nhận biết được ý nghĩa hình học của đạo hàm.
- Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị.
- Nhận biết được số e thông qua bài toán mô hình hóa lãi suất ngân hàng.

2. Về năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót; HS biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề, phân tích tìm hiểu nội dung chính của câu hỏi và biết tìm câu trả lời trong bài học đó. Biết tự đặt ra câu hỏi tương tự hoặc phủ định câu hỏi vừa nghiên cứu. Phân tích được các tình huống trong học tập;

- Năng lực giao tiếp toán học: HS tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp. Thông qua quá trình nghiên cứu, HS được trình bày kết quả. Từ đó nâng cao năng lực thuyết trình, đối đáp.

3. Về phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Năng động, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về giới hạn hàm số;
- Máy chiếu, bảng phụ;
- Phiếu học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

1.1. Hoạt động khám phá 1

a) Mục tiêu

- Tạo tình huống để học sinh tiếp cận với khái niệm “đạo hàm”.

b) Nội dung

Quãng đường rơi tự do của một vật được biểu diễn bởi công thức $s(t) = 4,9t^2$ với t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét.

Vận tốc trung bình của chuyển động này trên khoảng thời gian $[5; t]$ hoặc $[t; 5]$ được tính bằng

công thức $\frac{s(t) - s(5)}{t - 5}$

CH 1. Hoàn thiện bảng sau về vận tốc trung bình trong những khoảng thời gian khác nhau. Nêu nhận xét về $\frac{s(t) - s(5)}{t - 5}$ khi t càng gần 5.

Khoảng thời gian	$[5; 6]$	$[5; 5,1]$	$[5; 5,05]$	$[5; 5,01]$	$[5; 5,001]$	$[4,999; 5]$	$[4,99; 5]$
$\frac{s(t) - s(5)}{t - 5}$	53,9						

CH2. Giới hạn $\lim_{t \rightarrow 5} \frac{s(t) - s(5)}{t - 5}$ được gọi là vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t_0 = 5$.

Tính giá trị này.

CH3. Tính giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ để xác định vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0

nào đó trong quá trình rơi của vật.

c) Sản phẩm

Các phương án giải quyết ba câu hỏi ban đầu.

Dự kiến câu trả lời của HS.

TL1.

1. Khoảng	2. $[5; 6]$	3. $[5; 5,1]$	4. $[5; 5,05]$	5. $[5; 5,01]$	6. $[5; 5,001]$	7. $[4,999; 5]$	8. $[4,99; 5]$

thời gia n							
	10. 5	11. 4	12. 4	13. 4	14. 49	15. 48,	16. 4
9. $\frac{s(t)}{t}$	9 3 , 9	9 , 4 9	9, 2 4 5	9, 0 4 9	,0 04 9	99 51	8, 9 5 1

Khi t càng gần 5 thì giá trị của $\frac{s(t)-s(5)}{t-5}$ càng gần về 49.

TL2. Tại $t_0 = 5$, $\lim_{t \rightarrow 5} \frac{s(t)-s(5)}{t-5} = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{4,9t^2 - 4,9.5^2}{t-5} = 49$.

TL3. $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0} = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{4,9t^2 - 4,9.t_0^2}{t-t_0} = 9,8t_0$.

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **CH1**, **CH2**, **CH3**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi.
- HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn.
- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.
- Dẫn dắt vào bài mới

Tổng quát, ta có định nghĩa đạo hàm của hàm số bất kì như sau:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$.

Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn này được gọi là đạo hàm của hàm số

$f(x)$ tại x_0 , kí hiệu là $f'(x_0)$ hoặc $y'(x_0)$. Vậy: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

1.2. Hoạt động thực hành 1.

a) Mục tiêu

- HS thực hành khái niệm đạo hàm

b) Nội dung

CH4. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Tính $f'(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$.

CH5. Tính đạo hàm của hàm số sau: $f(x) = C$ (C là hằng số)

CH6. Tính đạo hàm của hàm số sau: $f(x) = \frac{1}{x}$ với $x \neq 0$.

CH7. Tính đạo hàm của hàm số sau: $f(x) = x^3$

c) Sản phẩm

$$\text{TL4. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x_0^2}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} (x + x_0) = 2x_0.$$

$$\text{TL5. } f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{C - C}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} 0 = 0.$$

$$\text{TL6. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_1} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{x_0 - x}{xx_0}}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-1}{xx_0} = -\frac{1}{x_0^2}.$$

$$\text{TL7. } f'(x) = 3x^2.$$

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao nhiệm vụ :** GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **CH4**, **CH5**, **CH6**, **CH7**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

*) **Báo cáo, thảo luận:**

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi.

- HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn.

- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.
- GV dẫn dắt:

CH8. Hãy tính vận tốc tức thời của chuyển động ở **CHI** lúc $t = 2$

1.3. Hoạt động vận dụng 1

a) Mục tiêu

- Giúp HS giải bài toán thực tế trong đó sử dụng cách tính đạo hàm bằng định nghĩa để tính vận tốc tức thời của chuyển động tại một thời điểm xác định.

b) Nội dung

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$, có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$.

* Đại lượng $\Delta x = x - x_0$ gọi là số gia của biến tại x_0 . Đại lượng $\Delta y = f(x) - f(x_0)$ gọi là số gia tương ứng của hàm số. Khi đó, $x = x_0 + \Delta x$ và $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

** Tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ biểu thị tốc độ thay đổi trung bình của đại lượng y theo đại lượng x trong khoảng từ x_0 đến $x_0 + \Delta x$; còn $f'(x_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi (tức thời) của đại lượng y theo đại lượng x tại điểm x_0 .

Ý nghĩa vật lý của đạo hàm

- Nếu hàm số $s = f(t)$ biểu thị quãng đường di chuyển của vật theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 .
- Nếu hàm số $T = f(t)$ biểu thị nhiệt độ T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại thời điểm t_0 .

c) Sản phẩm

$$TL8. v(2) = s'(2) = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{s(t) - s(2)}{t - 2} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{4,9t^2 - 4,9 \cdot 2^2}{t - 2} = \lim_{t \rightarrow 2} [4,9 \cdot (t + 2)] = 19,6.$$

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **CH8**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi.
- HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn
- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

2. Hoạt động 2. Ý nghĩa hình học của đạo hàm

2.1. Hoạt động khám phá 2

a) Mục tiêu

- Giúp HS nhận thấy hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ bằng $f'(x_0)$

b) Nội dung

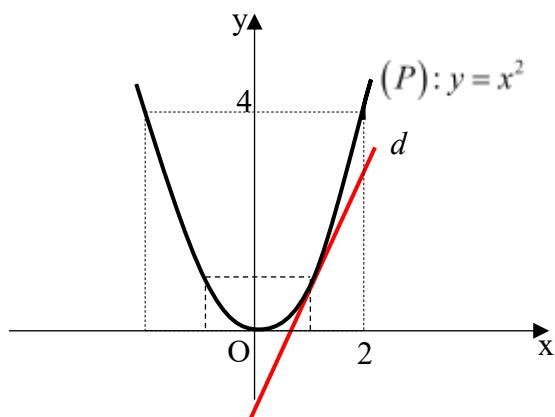
Cho hàm số $y = f(x) = x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(1;1)$ thuộc (C).

CH9. Vẽ (C) và tính $f'(1)$.

CH10. Vẽ đường thẳng d đi qua điểm M và có hệ số góc bằng $f'(1)$. Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa d và (C).

c) Sản phẩm

TL9. Đồ thị (C) được vẽ như hình bên dưới



Theo **CH4**, $f'(x_0) = 2x_0$ nên $f'(1) = 2.1 = 2$

TL10. Cách vẽ $d: y = ax + b$ với $a = f'(1) = 2$ và d đi qua điểm $M(1;1)$ nên $b = -1$. Vậy $d: y = 2x - 1$.

Nhận xét: d tiếp xúc với đồ thị (C) .

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho câu hỏi **CH10**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi.
- HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn
- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

2.2. Hoạt động thực hành 2

a) Mục tiêu

- Giúp HS thực hành viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại một điểm

b) Nội dung

Không xét trường hợp tiếp tuyến song song hoặc trùng với trục Oy .

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đó.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 \in (a; b)$ là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$.

Tiếp tuyến M_0T có phương trình là $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ hay $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

CH11. Cho (C) là đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và điểm $M(1; 1) \in (C)$. Tính hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M và viết phương trình tiếp tuyến đó.

c) Sản phẩm

TL11. Theo **TL6**, $f'(x_0) = -\frac{1}{x_0^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M là $f'(1) = -\frac{1}{1^2} = -1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y = -x + 2$.

d) Tổ chức thực hiện

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi. HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình và nhận xét lời giải của bạn.

***) Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho câu hỏi **CH11**.

***) Báo cáo, thảo luận:**

- HS quan sát các phương án trả lời của các bạn

- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ, lên bảng trình bày câu trả lời của mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),

- HS đặt câu hỏi cho các bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

3. Số e

3.1. Hoạt động khám phá 3

a) Mục tiêu

- Giúp HS nhận biết về cách tính tổng số tiền vốn và lãi gửi ngân hàng theo kì hạn khác nhau (biết lãi suất trên năm). Từ đó, HS được giới thiệu sự xuất hiện của số e qua việc xét kì hạn tiền gửi dần về 0.

b) Nội dung

Một người gửi tiết kiệm khoản tiền A triệu đồng (gọi là vốn) với lãi suất $r / \%$ năm theo thể thức lãi kép (tiền lãi sau mỗi kì hạn được cộng gộp vào vốn).

CH12. Tính tổng số tiền vốn và lãi sau một năm của người gửi nếu kì hạn là 5 năm;

c) Sản phẩm

TL12. $T = A(1+r)^5$

d) Tổ chức thực hiện

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

***) Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **CH12**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

***) Báo cáo, thảo luận:**

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi.

- HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn

- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (*nêu rõ công thức tính*),

- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

3.2. Hoạt động thực hành 3

a) Mục tiêu

- Giúp HS thực hành tính tổng số tiền vốn và lãi theo thể thức lãi kép liên tục.

b) Nội dung

Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 4% năm và theo thể thức lãi kép liên tục.

CH13. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau 1 ngày

CH14. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau 30 ngày;

(Luôn coi một năm có 365 ngày.)

c) Sản phẩm

TL13. $T = 5.10^6 \cdot e^{\frac{1}{365} \cdot 5\%} \approx 5000685$ đồng

TL14. $T = 5.10^6 \cdot e^{\frac{30}{365} \cdot 5\%} \approx 5020590$ đồng

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi. HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình và nhận xét lời giải của bạn.

*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **CH13, CH14.**

*) **Báo cáo, thảo luận:**

- HS quan sát các phương án trả lời của các bạn

- GV gọi lần lượt 3 HS bất kỳ, lên bảng trình bày câu trả lời của mình (*nêu rõ công thức tính trong từng trường hợp*),

- HS đặt câu hỏi cho các bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

BÀI 2: CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

3 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức:

- Nhớ các công thức đạo hàm của một số hàm số thường gặp.
- Nhớ các công thức đạo hàm của một số hàm số lượng giác, hàm số mũ và hàm số lôgarit.
- Nhớ các quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hàm số.
- Biết hàm số hợp và quy tắc tính đạo hàm hàm hợp.
- Biết quy tắc tính đạo hàm cấp hai của một vài hàm số đơn giản.
- Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế hoặc liên môn.
- Tính được đạo hàm của một số hàm số thường gặp.
- Dùng quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương để tính đạo hàm của hàm số.
- Dùng quy tắc tính đạo hàm hàm hợp để tính đạo hàm một số hàm hợp đơn giản.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học:* Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.

- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

- *Năng lực tự quản lý:* Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.

- *Năng lực giao tiếp:* Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

- *Năng lực hợp tác:* Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.

- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ:* Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.

- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.

- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về đạo hàm

- Máy chiếu

- Bảng phụ

- Phiếu học tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu: Liên hệ được mối quan hệ giữa bài cũ và bài mới, học sinh nhận dạng tính đạo hàm của hàm số bằng định nghĩa.

b) Nội dung: Giáo viên đưa ra tình huống có vấn đề: Giả sử hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ lần lượt có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$ và $g'(x_0)$. Làm thế nào để tính đạo hàm của các hàm số là tổng, hiệu, tích hoặc thương của $f(x)$ và $g(x)$ tại x_0 ?

c) Sản phẩm: Ta sử dụng định nghĩa đạo hàm để tính đạo hàm của các hàm số là tổng, hiệu, tích của thương $f(x)$ và $g(x)$ tại x_0 .

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

NỘI DUNG 1. Đạo hàm của hàm số $y = x^n, n \in \mathbb{N}^*$

a) Mục tiêu: Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của một số hàm số $y = x^n, n \in \mathbb{N}^*$ thường gặp.

b) Nội dung: Công thức tính đạo hàm của một số hàm số thường gặp.

c) Sản phẩm: Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi  a) Dùng định nghĩa tính đạo hàm của hàm số $y = x$ tại điểm $x = x_0$.

	b) Nhắc lại đạo hàm của các hàm số $y = x^2, y = x^3$ đã tìm được ở bài học trước. Từ đó, dự đoán đạo hàm của hàm số $y = x^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Học sinh báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau Câu trả lời của học sinh: a) $y'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} 1 = 1$ b) Đạo hàm của $y = x^2$ là $y' = 2x$ Đạo hàm của $y = x^3$ là $y' = 3x^2$ Dự đoán: Đạo hàm của $y = x^n$ là $y' = nx^{n-1}$.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Đưa ra nội dung định lý và nhận xét.

Định lý 1. Hàm số $y = x^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(x^n)' = nx^{n-1}$.

- Dẫn dắt HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo áp dụng làm bài tập

Hoạt động 2.1. Ví dụ 1.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi a) Tính đạo hàm của hàm số $y = x^5$ tại điểm $x = 2$ và $x = -\frac{1}{2}$. b) Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{10}$ tại $x = -1$ và $x = \sqrt[3]{2}$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Câu trả lời của học sinh: a) Ta có $(x^3)' = 5x^4$. Từ đó $y'(2) = 5 \cdot 2^4 = 80$ và $y'\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{16}$. b) Ta có $(x^{10})' = 10x^9$.

	Từ đó, $y'(-1) = 10 \cdot (-1)^9 = -10$ và $y'(\sqrt[3]{2}) = 10 \cdot (\sqrt[3]{2})^9 = 80$.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét, giải thích, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức.

NỘI DUNG 2. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$

- a) **Mục tiêu:** *Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$.*
- b) **Nội dung:** *Công thức tính đạo hàm của một số hàm số.*
- c) **Sản phẩm:** *Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu*
- d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi  Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $x = x_0$ với $x_0 > 0$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Học sinh báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau Câu trả lời của học sinh: $y'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ $= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{(\sqrt{x} - \sqrt{x_0}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{x_0})} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}.$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét, giải thích, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức. - Đưa ra nội dung định lý và nhận xét.

Định lí 2. Hàm số $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Nhận xét:

- a) Cho số thực α . Hàm số $y = x^\alpha$ được gọi là *hàm số lũy thừa* (với tập xác định $(0; +\infty)$).

Công thức $(x^n)' = nx^{n-1}$ còn đúng khi n là số thực, tức là với số thực α bất kì ta luôn có

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (x > 0).$$

Với $\alpha = \frac{1}{2}$, ta nhận được công thức đã biết:

$$(\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x > 0).$$

b) Ở bài học trước, dùng định nghĩa ta tìm được các công thức đạo hàm:

- $(C)' = 0$ (C là hằng số);

- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \quad (x \neq 0).$

- Dẫn dắt HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo áp dụng làm bài tập

Hoạt động 2.2. Ví dụ 2.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi a) Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $x = 1$ và $x = \frac{1}{4}$. b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm có hoành độ bằng 4.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Câu trả lời của học sinh: a) Ta có $y' = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$. Từ đó, $y'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$ và $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1.$ b) Ta có: $y' = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$. Khi $x = 4$ thì $y = \sqrt{4} = 2$ Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 4 là: $\frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm (4;2) là: $y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \quad \text{hay} \quad y = \frac{1}{4}x + 1.$

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét, giải thích, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức.

Hoạt động 2.3. Ví dụ 3.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi Tìm đạo hàm của các hàm số: a) $y = \sqrt[4]{x}$ tại $x = 1$; b) $y = \frac{1}{x}$ tại $x = -\frac{1}{4}$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn. HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Câu trả lời của học sinh: a) Ta có $y' = (\sqrt[4]{x})' = (x^{\frac{1}{4}})' = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$. Từ đó, $y'(1) = \frac{1}{4\sqrt[4]{1^3}} = \frac{1}{4}$. b) $y' = \left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -1.x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

LUYỆN TẬP THÔNG QUA HỆ THỐNG BÀI TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức giải bài tập TNKQ.

b) **Nội dung:** Phiếu trả lời trắc nghiệm

PHIẾU HỌC TẬP

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{x}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{x}}{2x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$.

Câu 2. Cho $f(x) = x^2$ và $x_0 \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f'(x_0) = x_0^2$.

B. $f'(x_0)$ không tồn tại.

C. $f'(x_0) = 2x_0$.

D. $f'(x_0) = x_0$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x = \sqrt{2}$ là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = 10$ là:

A. -10 .

B. 0 .

C. $10x$.

D. 10 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } y = 10 \Rightarrow y' = 0.$$

Tiết 2.

NỘI DUNG 3. Đạo hàm của hàm số lượng giác

a) Mục tiêu: *Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của các hàm số lượng giác.*

b) Nội dung: *Công thức tính đạo hàm của một số hàm số lượng giác.*

c) Sản phẩm: *Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu*

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi:



Cho biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Dùng định nghĩa tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$.

***) Thực hiện:**

Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- Gv yêu cầu các nhóm thảo luận thực hiện các hoạt động sau.

	H1. Nhắc lại các bước tìm đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ bằng định nghĩa? H2. Hãy áp dụng định nghĩa để tìm đạo hàm của hàm số $y = \sin x$.
Thực hiện	- Gv hướng dẫn hs thực hiện - Gọi hs thực hiện. - Gọi hs khác nhận xét. Sản phẩm của học sinh: $y'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x - \sin x_0}{x - x_0}$ Gọi $x = x_0 + \Delta x$ Suy ra: $y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(x_0 + \Delta x) - \sin x_0}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin x_0 \cos \Delta x + \cos x_0 \sin \Delta x - \sin x_0}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin x_0 \cos \Delta x - \sin x_0}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos x_0 \sin \Delta x}{\Delta x}$ $= \sin x_0 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos \Delta x - 1}{\Delta x} + \cos x_0 \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x}$ Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Suy ra: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} = 1$ Ta lại có: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos \Delta x - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\cos \Delta x - 1)(\cos \Delta x + 1)}{\Delta x (\cos \Delta x + 1)}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 \Delta x - 1}{\Delta x (\cos \Delta x + 1)} = - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \Delta x}{\Delta x (\cos \Delta x + 1)}$ $= - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\cos \Delta x + 1} = 1 \cdot \frac{0}{1+1} = 0$ Từ đó: $y'(x_0) = \cos x_0 \cdot 1 = \cos x_0$
Báo cáo thảo luận	- Thuyết trình các bước thực hiện. - Các nhóm khác nhận xét hoàn thành sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

	- Chốt kiến thức và nêu chú ý hs: <i>Đối với các hàm số lượng giác phức tạp ta nên biến đổi hoặc rút gọn trước khi đạo hàm.</i>

- Dẫn dắt vào bài mới.

Từ câu hỏi đề bài, bài toán này giáo viên đưa ra công thức đạo hàm của các hàm số lượng giác sau:

$$\begin{aligned}(\sin x)' &= \cos x; & (\cos x)' &= -\sin x; \\ (\tan x)' &= \frac{1}{\cos^2 x} \quad (x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}); & (\cot x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x} \quad (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

Hoạt động 2.4. Ví dụ 4.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi a) Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ tại $x = \frac{\pi}{6}$. b) Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ tại $x = \frac{3\pi}{4}$. Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ. Câu trả lời của học sinh: a) Ta có $y' = (\cos x)' = -\sin x$. Vậy $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$. b) Ta có $y' = (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. Vậy: $y'\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right)^2} = 2$.
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện các nhóm trình bày. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

NỘI DUNG 4. Đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: *Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit.*

b) Nội dung: Công thức tính đạo hàm của một số hàm số mũ và hàm số lôgarit.

c) Sản phẩm: Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi:  Cho biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$. Dùng định nghĩa tính đạo hàm của các hàm số: a) $y = e^x$; b) $y = \ln x$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn Học sinh trình bày ý tưởng câu trả lời.
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện trình bày - Các học sinh khác lắng nghe, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời. (Bài tập nâng cao về nhà).
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

Từ câu hỏi đề bài, bài toán này giáo viên đưa ra công thức đạo hàm các hàm số mũ và hàm số lôgarit sau:

$$\begin{aligned} (e^x)' &= e^x; & (\ln x)' &= \frac{1}{x} \quad (x > 0) \\ (a^x)' &= a^x \ln a \quad (a > 0, a \neq 1); & (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} \quad (x > 0, a > 0, a \neq 1) \end{aligned}$$

- Dẫn dắt HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo áp dụng làm bài tập.

Hoạt động 2.5. Ví dụ 5.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi: Tìm đạo hàm của các hàm số: a) $y = e^x$ tại $x = 2 \ln 3$; b) $y = \log_5 x$ tại $x = 2$.

	c) $y = 9^x$ tại $x = 1$; $x = \frac{1}{3}$. d) $y = \ln x$ tại Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ.
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện các nhóm trình bày - Các học sinh khác lắng nghe, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời. Câu trả lời của học sinh: a) Ta có $y' = (e^x)' = e^x$. Từ đó, $y'(2\ln 3) = e^{2\ln 3} = (e^{\ln 3})^2 = 3^2 = 9$. b) Ta có $y' = (\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5} (x > 0)$. Từ đó, $y'(2) = \frac{1}{2 \ln 5}$. c) Ta có $y' = (9^x)' = 9^x \ln 9$ suy ra $y'(1) = 9^1 \ln 9 = 9 \cdot \ln 9$ d) Ta có $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$ suy ra $y'\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$ - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức giải bài tập TNKQ.

b) **Nội dung:** Phiếu trả lời trắc nghiệm

Câu 1: Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$ **B.** $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ **C.** $y' = 1 + \cot^2 x$ **D.**

$y' = -\tan x$.

Câu 2: Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cot x$. **B.** $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y' = \frac{1}{\sin^2 x}$. **D.**

$y' = 1 - \tan^2 x$.

Câu 3: Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cos x$. **B.** $y' = -\cos x$. **C.** $y' = -\sin x$. **D.** $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 4: Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{1}{\sin x}$. **B.** $y' = \sin x$. **C.** $y' = -\sin x$. **D.**

$y' = -\cos x$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = x.3^{x-1}$ **B.** $y' = 3^x \cdot \ln 3$ **C.** $y' = 3^x$ **D.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ là.

A. $y' = 2^{-x} \ln 2$. **B.** $y' = -\frac{1}{2^x}$. **C.** $y' = -\frac{\ln 2}{2^x}$. **D.**

$y' = -\frac{1}{(2^x)^2}$.

Lời giải

$y = \frac{1}{2^x} = 2^{-x} \Rightarrow y' = -2^{-x} \cdot \ln 2 = -\frac{\ln 2}{2^x}$.

Câu 7: Tính đạo hàm của hàm số: $y = 3^{2023x}$.

A. $y' = 2023 \ln 3 \cdot 3^{2023x}$. **B.** $y' = 3^{2023}$.
C. $y' = \frac{3^{2023}}{\ln 3}$. **D.** $y' = \ln 3 \cdot 3^{2023x}$.

Lời giải

$y = 3^{2023x} = (3^{2023})^x \Rightarrow y' = (3^{2023})^x \ln(3^{2023}) = 2023 \cdot 3^{2023x} \cdot \ln 3$.

Câu 8: Tính đạo hàm hàm số $y = 2^x$.

A. $y' = x2^x$. **B.** $y' = 2^x$. **C.** $y' = x2^{x-1}$. **D.** $y' = 2^x \ln 2$

.

Lời giải

Ta có: $y' = 2^x \ln 2$.

Câu 9: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$.

A. $y' = \pi^x \ln \pi$.

B. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

C. $y' = x\pi^{x-1} \ln \pi$.

D. $y' = x\pi^{x-1}$.

Lời giải

$$(\pi^x)' = \pi^x \cdot \ln \pi. \text{ Dạng tổng quát } (a^x)' = a^x \cdot \ln a.$$

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: *Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.*

b) Nội dung: *Công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.*

c) Sản phẩm: *Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu.*

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi  Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số có đạo hàm tại x_0. Xét hàm số $h(x) = f(x) + g(x)$. Ta có $\frac{h(x) - h(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$. Nên $h'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{h(x) - h(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = \dots + \dots$ Chọn biểu thức thích hợp thay cho chỗ chấm để tìm $h'(x)$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn. HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	- Các học sinh khác lắng nghe, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời. Câu trả lời của học sinh: $h'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$ - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

xét, tổng hợp	

- Đưa ra nội dung định lý và chú ý

Cho hai hàm số $u(x)$, $v(x)$ có đạo hàm tại điểm x thuộc tập xác định. Ta có:

$$\begin{aligned} &\bullet (u+v)' = u' + v' \\ &\bullet (u-v)' = u' - v' \\ &\bullet (u.v)' = u'v + uv' \end{aligned} \quad (1)$$

$$\bullet \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (\text{với } v = v(x) \neq 0) \quad (2)$$

Chú ý:

- Với $u = C$ (C là hằng số), công thức (1) trở thành $(C.v)' = C.v'$.
- Với $u = 1$, công thức (2) trở thành $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ (với $v = v(x) \neq 0$)

- Dẫn dắt HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo áp dụng làm bài tập

Hoạt động 2.6. Ví dụ 6.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi: Tìm đạo hàm của các hàm số:		
	Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3
	1) $y = 3x^2 - 4x + 2$; 2) $y = \frac{\sqrt{x}}{\cos x}$.	3) $y = x^2 3^x$; 4) $y = x \sin x$;	5) $y = x \log_2 x$; 6) $y = \frac{3x+2}{2x-1}$.
	Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi.		
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn. Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ.		
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện các nhóm trình bày - Các học sinh khác lắng nghe, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời. Câu trả lời của học sinh:		

	1) $(3x^2 - 4x + 2)' = (3x^2)' - (4x)' + (2)' = 3(x^2)' - 4(x)' + 0 = 3.2x - 4.1 = 6x - 4$ 2) $\left(\frac{\sqrt{x}}{\cos x}\right)' = \frac{(\sqrt{x})' \cdot \cos x - \sqrt{x}(\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos x - \sqrt{x}(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos x + 2x \sin x}{2\sqrt{x} \cos^2 x}$ 3) $(x^2 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = 2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \ln 3 = x 3^x (2 + x \ln 3)$. 4) $(x \sin x)' = x' \cdot \sin x + x \cdot (\sin x)' = 1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x = \sin x + x \cos x$. 5) $y' = (x \log_2 x)' = x' \cdot \log_2 x + x \cdot (\log_2 x)' = \log_2 x + x \cdot \frac{1}{x \cdot \ln x} = \log_2 x + \frac{1}{\ln x}$. 6) $\left(\frac{3x+2}{2x-1}\right)' = \frac{(3x+2)' \cdot (2x-1) - (3x+2) \cdot (2x-1)'}{(2x-1)^2} = \frac{3(2x-1) - (3x+2) \cdot 2}{(2x-1)^2}$ $= \frac{6x-3-6x-4}{(2x-1)^2} = -\frac{7}{(2x-1)^2}$ - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

NỘI DUNG 6. Đạo hàm của hàm hợp

a) Mục tiêu: Nhận dạng được hàm hợp. Nắm được quy tắc tính đạo hàm hàm hợp.

b) Nội dung: Quy tắc tính đạo hàm của hàm hợp

c) Sản phẩm: Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao nhiệm vụ : GV nêu câu hỏi

- Đọc sgk cho biết thế nào là hàm hợp? Cách tính đạo hàm của hàm hợp?

- **Sản phẩm:** Cho $u = g(x)$ là hàm số của x xác định trên khoảng $(a; b)$ và lấy giá trị trên khoảng $(c; d)$; $y = f(u)$ là hàm số của u xác định trên khoảng $(c; d)$ và lấy giá trị trên $\mathbb{R}$. Ta lập hàm số xác định trên $(a; b)$ và lấy giá trị trên $\mathbb{R}$ theo quy tắc sau:

$$x \rightarrow f(g(x))$$

Hàm số $x \rightarrow f(g(x))$ được gọi là hàm hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$.

- Áp dụng làm:

Hoạt động 2.7. Ví dụ 7.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi: a) Hàm số $y = (2x + 1)^3$ là hàm hợp của các hàm số nào? b) Hàm số $y = \cos(x^2 + 1)$ là hàm hợp của các hàm số nào?
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu (cách thức thực hiện: Hoạt động cá nhân)
Báo cáo thảo luận	Học sinh báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau Câu trả lời của học sinh: a) Hàm số $y = (2x + 1)^3$ là hàm hợp của các hàm số $y = u^3$ với $u = 2x + 1$ b) Hàm số $y = \cos(x^2 + 1)$ là hàm hợp của các hàm số $y = \cos u$ với $u = x^2 + 1$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Ghi nhớ: Cho hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm tại x là u'_x , và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại u là y'_u thì hàm hợp $y = f(g(x))$ có đạo hàm tại x là $y'_x = y'_u u'_x$.

Hoạt động 2.8. Ví dụ 8.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi: Tính đạo hàm của các hàm số sau:		
	Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3
	1) $y = (3x^2 + x)^3$; 2) $y = \cos 3x$;	3) $y = \sin 2x$; 4) $y = (2x^3 + 3)^2$;	5) $y = e^{x^2+1}$. 6) $y = \log_2(x^2 + 2)$.
	- Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi		
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ.		
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện các nhóm trình bày Câu trả lời của học sinh:		

	1) Đặt $u = 3x^2 + x$ thì $y = u^3$. Ta có $u'_x = 6x + 1$ và $y'_u = 3u^2$. Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = 3u^2 \cdot (6x + 1) = 3(3x^2 + x)^2 \cdot (6x + 1)$. Vậy $y' = 3(3x^2 + x)^2 \cdot (6x + 1)$. 2) $y' = (3x)' \cdot (-\sin 3x) = -3 \sin 3x$ 3) Đặt $u = 2x$ thì $y = \sin u$. Ta có $u'_x = 2$ và $y'_u = (\sin u)' = \cos u$. Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = \cos u \cdot 2 = 2 \cos 2x$. Vậy $y' = 2 \cos 2x$. 4) $y' = 2 \cdot (2x^3 + 3) \cdot (2x^3 + 3)' = 2 \cdot (2x^3 + 3) \cdot 6x^2 = 12x^2 (2x^3 + 3)$ 5) Đặt $u = x^2 + 1$ thì $y = e^u$. Ta có $u'_x = 2x$ và $y'_u = (e^u)' = e^u$. Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = e^u \cdot 2x = 2xe^{x^2+1}$. Vậy $y' = 2xe^{x^2+1}$. 6) $y' = (x^2 + 2)' \cdot \frac{1}{(x^2 + 2) \cdot \ln 2} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \cdot \ln 2}$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào nội dung mới “BẢNG ĐẠO HÀM”

GV: Giao nhiệm vụ: Hoàn thành bảng công thức

- Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi.

***) Thực hiện:** Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ.

$(x^n)'$ = ?	$(u^n)'$ = ?
$\left(\frac{1}{x}\right)'$ = ?	$\left(\frac{1}{u}\right)'$ = ?
$(\sqrt{x})'$ = ?	$(\sqrt{u})'$ = ?
$(\sin x)'$ = ?	$(\sin u)'$ = ?
$(\cos x)'$ = ?	$(\cos u)'$ = ?

$(\tan x)' = ?$ $(\cot x)' = ?$	$(\tan u)' = ?$ $(\cot u)' = ?$
$(e^x)' = ?$ $(a^x)' = ? \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$	$(e^u)' = ?$ $(a^u)' = ? \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$
$(\ln x)' = ?$ $(\log_a x)' = ? \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$	$(\ln u)' = ?$ $(\log_a u)' = ? \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$

HS: Nhận nhiệm vụ

Thực hiện

GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn

HS làm bài tập theo yêu cầu

Báo cáo thảo luận

Học sinh báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau

$(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(u^n)' = nu^{n-1}.u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\sin u)' = u'.\cos u$ $(\cos u)' = -u'.\sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \ln a \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$	$(e^u)' = u'.e^u$ $(a^u)' = u'.a^u \ln a \ (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a > 0 \text{ và } a \neq 1)$

LUYỆN TẬP THÔNG QUA HỆ THỐNG BÀI TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức giải bài tập TNKQ.

b) Nội dung: Phiếu trả lời trắc nghiệm

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2 \sin \sqrt{x}$. Đạo hàm của hàm số y là:

A. $y' = 2 \cos \sqrt{x}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$.

C. $y' = 2\sqrt{x} \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{x}}$.

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 2 \cdot (\sqrt{x})' \cdot \cos \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x}.$$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$.

B. $-\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}$.

C. $\frac{1}{2\sqrt{x^2-5x}}$.

D. $\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x^2 - 5x)'}{2\sqrt{x^2 - 5x}} = \frac{2x - 5}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$$

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1 - 2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{2x}{\sqrt{1-2x^2}}$.

B. $\frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$.

C. $\frac{-4x}{2\sqrt{1-2x^2}}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{1-2x^2}}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \sqrt{1 - 2x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1 - 2x^2)'}{2\sqrt{1 - 2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}.$$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin^2 x - \cos 2x + x$ là

A. $y' = 4 \sin x - 2 \sin 2x + 1$.

B. $y' = 4 \sin x + \sin 2x + 1$.

C. $y' = 4\sin 2x + 1.$

D. $y' = 1.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 4\sin x \cos x + 2\sin 2x + 1 = 4\sin 2x + 1.$

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 5x - 1$ tại $x = 4$ là

A. -5

B. 2

C. 3

D. -1

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = x^2 - 5x - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x - 5 \Rightarrow f'(4) = 3.$$

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ là :

A. $\frac{x - 6x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$

B. $\frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$

D.

$$\frac{x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$$

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$$

Câu 7. Cho hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = 2x^3 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. $3.$

B. $6.$

C. $-6.$

D. $-2.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'(-1) = 6$$

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \sqrt{x} + 2$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{9}{4}.$

C. $\frac{3}{2}.$

D. $\frac{17}{2}.$

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Áp dụng công thức } (x^n)' = n.x^{n-1} \text{ và } (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Ta có: $f'(x) = 4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot f'(1) = 4.1^3 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{9}{2}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\frac{3}{(x+1)^2}$.

B. $\frac{1}{(x+1)^2}$.

C. $\frac{-1}{(x+1)^2}$.

D. $\frac{2}{(x+1)^2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $y' = \frac{(2x-1)'(x+1) - (2x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - (2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$

Cách 2: Ta có $y' = \frac{2.1-1.(-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{-4x-3}{x+5}$. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $\frac{17}{(x+5)^2}$.

B. $-\frac{19}{(x+5)^2}$.

C. $-\frac{23}{(x+5)^2}$.

D.

$-\frac{17}{(x+5)^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = \frac{-4.5-1.(-3)}{(x+5)^2} = \frac{-17}{(x+5)^2}$.

Câu 11. Hàm số $y = x^2 \cdot \cos x$ có đạo hàm là

A. $y' = 2x \sin x - x^2 \cos x$.

B. $y' = 2x \cos x - x^2 \sin x$.

C. $y' = 2x \cos x + x^2 \sin x$.

D. $y' = 2x \sin x + x^2 \cos x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 2x \cdot \cos x + x^2 \cdot (-\sin x) = 2x \cos x - x^2 \sin x$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + x + 1$ là

A. $y' = 4x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y' = 4x^3 - 6x^2 + 1$.

C. $y' = 4x^3 - 6x^2 + x$.

D. $y' = 4x^3 - 3x^2 + x$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5 \sin x - 3 \cos x$

A. $5 \cos x + 3 \sin x$.

B. $\cos x + 3 \sin x$.

C. $\cos x + \sin x$.

D. $5 \cos x - 3 \sin x$.

Lời Giải

Chọn A

$$y' = (5 \sin x)' - (3 \cos x)' = 5 \cos x + 3 \sin x.$$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

A. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

B. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$.

C. $6x^5 + 16x^3$.

D. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 2(x^3 - 2x^2) \cdot (x^3 - 2x^2)' = 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3.$$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5) \cdot \sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2} \sqrt[5]{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

B. $\frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

C. $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = (x^3 - 5)' \sqrt{x} + (x^3 - 5)(\sqrt{x})' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{7x^3 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 16. Cho $f(x) = (3x^2 - 4x + 1)^2$. Biểu thức $f'(2)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 10.

B. 90

C. 80.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1} u'$.

Ta có: $f'(x) = 2(3x^2 - 4x + 1) \cdot (3x^2 - 4x + 1)' = 2(3x^2 - 4x + 1) \cdot (6x - 4)$.

$\Rightarrow f'(2) = 80$.

NỘI DUNG 7. Đạo hàm cấp hai

a) **Mục tiêu:** *Nắm được quy tắc tính đạo hàm cấp hai.*

b) **Nội dung:** *Quy tắc tính đạo hàm cấp hai của một vài hàm đơn giản.*

c) **Sản phẩm:** *Đáp án, lời giải, câu trả lời của học sinh cho phần nội dung đã nêu.*

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi  Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. a) Tính vận tốc tức thời $v(t)$ tại thời điểm t . b) Đạo hàm $v'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi của vận tốc theo thời gian, còn gọi là gia tốc của chuyển động, kí hiệu $a(t)$. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS làm bài tập theo yêu cầu
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện trình bày Câu trả lời của học sinh: a) $v(t) = s'(t) = 6t^2 + 4$ b) $v'(t) = 12t + 4$ Ta có: $v'(2) = 12 \cdot 2 + 4 = 28$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào nội dung mới “ đạo hàm cấp hai ”

- Đọc sgk cho biết thế nào là đạo hàm cấp hai? Cách tính đạo hàm cấp hai?

Ghi nhớ:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$ tại mọi $x \in (a; b)$.

Nếu hàm số $y' = f'(x)$ lại có đạo hàm tại x thì ta gọi đạo hàm của y' là **đạo hàm cấp**

hai của hàm số $y = f(x)$ tại x , kí hiệu y'' hoặc $f''(x)$.

Từ ghi nhớ của bài, học sinh có thể áp dụng được đạo hàm cấp 2 vào bài tập.

Hoạt động 2.9. Ví dụ 9.

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi: Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số:	
	Nhóm 1	Nhóm 2
	1) $y = 3x^2 + 5x + 1$; 2) $y = \cos x$.	3) $y = \sin x$. 4) $y = x^2 - x$;
	- Chia thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng học sinh, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi	
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn Học sinh trình bày câu trả lời vào bảng phụ.	
Báo cáo thảo luận	- GV gọi đại diện các nhóm trình bày Câu trả lời của học sinh: 1) $y' = 3.2x + 5 + 0 = 6x + 5, y'' = 6.1 + 0 = 6$ 2) $y' = -\sin x; y'' = -\cos x$ 3) $y' = \cos x; y'' = -\sin x$ 4) $y' = 2x - 1; y'' = 2$	
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào nội dung mới “ Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai ”	

NỘI DUNG 8: Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai

a) **Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế hoặc liên môn.

b) **Nội dung:** Tìm đạo hàm cấp 2 của hàm số tại một điểm, vận dụng tìm gia tốc trong bài toán chuyển động.

c) **Sản phẩm:** Bài làm trong vở của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao nhiệm vụ:

- Đọc sgk cho biết ý nghĩa đạo hàm cấp hai?

GV: Giao nhiệm vụ: Hoàn thành các bài tập sau

Ví dụ 11. Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = t^2 - 4t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$.

Giải

Ta có $s'(t) = 2t - 4$; $s''(t) = 2$.

Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$ là $s''(4) = 2 \text{ m/s}^2$.

Bài tập:

Một hòn sỏi rơi tự do có quãng đường rơi tính theo thời gian t là $s(t) = 4,9t^2$, trong đó s tính bằng mét và t tính bằng giây. Tính gia tốc rơi của hòn sỏi lúc $t = 3$.

Giải:

$$v(t) = s'(t) = 9,8t$$

Gia tốc rơi của hòn sỏi là $v'(t) = 9,8$.

LUYỆN TẬP THÔNG QUA HỆ THỐNG BÀI TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức giải bài tập TNKQ.

b) Nội dung: Phiếu trả lời trắc nghiệm

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f'''(-1)$.

A. $-\frac{8}{27}$

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{8}{27}$

D. $-\frac{4}{27}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$$f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, \quad f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}.$$

$$\Rightarrow f'''(-1) = -\frac{8}{27}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 2: Bạn An tham gia một giải thi chạy, giả sử quãng đường mà bạn chạy được là một hàm số theo biến t và có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 11t$ (m) và thời gian t có đơn vị bằng giây. Hỏi trong quá trình chạy vận tốc tức thời nhỏ nhất là

A. $8(\text{m/s})$.

B. $1(\text{m/s})$.

C. $3(\text{m/s})$.

D. $4(\text{m/s})$.

Lời giải

Ta có vận tốc được tính theo công thức $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 11 = 3(t-1)^2 + 8 \geq 8$.

Vậy $v_{\min} = 8(\text{m/s})$ khi $t = 1(\text{s})$. Chọn A.

Câu 3: Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A. 12m/s^2 . B. -6m/s^2 . C. -12m/s^2 . D. 6m/s^2

Lời giải

Ta có

$$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9$$

$$a(t) = v'(t) = 6t - 6$$

Khi vận tốc triệt tiêu ta có $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Khi đó gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là $a(3) = 6.3 - 6 = 12\text{m/s}^2$. Chọn A

Câu 4: Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $89(\text{m/s})$. B. $109(\text{m/s})$. C. $71(\text{m/s})$. D. $\frac{25}{3}(\text{m/s})$.

Lời giải

Ta có $v(t) = s'(t) = t^2 - 2t + 9$.

Ta có: $v' = 2t - 2 \Rightarrow v' = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$$v(1) = 8; v(10) = 89, v(0) = 9.$$

Vậy vận tốc lớn nhất là $89(\text{m/s})$. Chọn A.

Câu 5: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 + \frac{9}{2}t^2 - 6t$, trong đó t được tính bằng giây, s được tính bằng mét. Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc bằng 24 (m/s) là

- A. $21(\text{m/s}^2)$. B. $12(\text{m/s}^2)$. C. $39(\text{m/s}^2)$. D. $20(\text{m/s}^2)$.

Lời giải

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 9t - 6 = 24 \Rightarrow t = 2 \text{ (s)}$.

Lại có $a(t) = s''(t) = 6t + 9 \Rightarrow a(2) = 21 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Chọn A.

1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 - \frac{x^2}{2} + 4x - \frac{1}{3}$; b) $y = \frac{-2x+3}{x-4}$; c) $y = \frac{x^2-2x+3}{x-1}$; d) $y = \sqrt{5x}$.

Giải:

a) $y' = 6x^2 - x + 4$

b) $y' = \left(\frac{-2x+3}{x-4} \right)' = \left(-2 - \frac{5}{x-4} \right)' = \frac{5}{(x-4)^2}$

c) $y = \frac{x^2-2x+3}{x-1} = \frac{x^2-x-x+1+2}{x-1} = x-1 + \frac{2}{x-1}$

$y' = 1 - \frac{2}{(x-1)^2}$

d) $y' = (5x)' \cdot \frac{1}{2\sqrt{5x}} = \frac{5}{2\sqrt{5x}}$

Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV viết đề và yêu cầu 4 học sinh lên bảng, mỗi học sinh làm 1 câu - HS nhớ lại kiến thức đã học và làm bài
Thực hiện	- HS được gọi lên bảng làm bài, học sinh dưới lớp suy nghĩ và làm bài độc lập. - GV theo dõi.
Báo cáo thảo luận	- Sau khi các học sinh làm xong bài GV gọi HS dưới lớp nhận xét và chữa bài trên bảng nếu cần
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \sin 3x$; b) $y = \cos^3 2x$; c) $y = \tan^2 x$; d) $y = \cot(4-x^2)$.

Giải:

$$a) y' = (3x)' \cdot \cos 3x = 3 \cos 3x$$

$$b) y' = (\cos 2x)' \cdot 3 \cdot \cos^2 2x = (2x)' \cdot (-\sin 2x) \cdot 3 \cdot \cos^2 2x = -6 \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$c) y' = (\tan x)' \cdot 2 \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot 2 \cdot \tan x = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x}$$

$$d) y' = (4 - x^2)' \cdot \frac{-1}{\sin^2 x} = -2x \cdot \frac{-1}{\sin^2 x} = \frac{2x}{\sin^2 x}$$

Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV viết đề và yêu cầu 2 học sinh lên bảng, mỗi học sinh làm 1 câu - HS nhớ lại kiến thức đã học và làm bài
Thực hiện	- HS được gọi lên bảng làm bài, học sinh dưới lớp suy nghĩ và làm bài độc lập. - GV theo dõi.
Báo cáo thảo luận	- Sau khi các học sinh làm xong bài GV gọi HS dưới lớp nhận xét và chữa bài trên bảng nếu cần
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

3. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$a) y = (x^2 - x) \cdot 2^x; \quad b) y = x^2 \log_3 x; \quad c) y = e^{3x+1}.$$

Giải:

$$a) y' = (x^2 - x)' \cdot 2^x + (x^2 - x) \cdot (2^x)' = (2x - 1) \cdot 2^x + (x^2 - x) \cdot 2^x \cdot \ln 2$$

$$b) y' = (x^2)' \cdot \log_3 x + x^2 \cdot (\log_3 x)' = 2x \cdot \log_3 x + x^2 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 3}$$

$$c) y' = (3x + 1)' \cdot e^{3x+1} = 3 \cdot e^{3x+1}$$

Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV viết đề và yêu cầu 3 học sinh lên bảng, mỗi học sinh làm 1 câu - HS nhớ lại kiến thức đã học và làm bài
Thực hiện	- HS được gọi lên bảng làm bài, học sinh dưới lớp suy nghĩ và làm bài độc lập. - GV theo dõi.
Báo cáo thảo luận	- Sau khi các học sinh làm xong bài GV gọi HS dưới lớp nhận xét và chữa bài trên bảng nếu cần

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

4. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = 2x^4 - 5x^2 + 3$; b) $y = xe^x$.

Giải:

a) $y' = 8x^3 - 10x$; $y'' = 24x^2 - 10$

b) $y' = e^x + x.e^x$; $y'' = e^x + e^x + x.e^x = 2e^x + x.e^x$

Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV viết đề và yêu cầu 2 học sinh lên bảng, mỗi học sinh làm 1 câu - HS nhớ lại kiến thức đã học và làm bài
Thực hiện	- HS được gọi lên bảng làm bài, học sinh dưới lớp suy nghĩ và làm bài độc lập. - GV theo dõi.
Báo cáo thảo luận	- Sau khi các học sinh làm xong bài GV gọi HS dưới lớp nhận xét và chữa bài trên bảng nếu cần
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

5. Cân nặng trung bình của một bé gái trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,000758t^3 - 0,0596t^2 + 1,82t + 8,15$, trong đó t được tính bằng tháng và w được tính bằng pound (nguồn: https://www.cdc.gov/growthcharts/data/who/GrChrt_Boys). Tính tốc độ thay đổi cân nặng của bé gái đó tại thời điểm 10 tháng tuổi.



Giải:

Tốc độ thay đổi cân nặng của bé gái là: $w'(t) = 0,002274t^2 - 0,1192t + 1,82$

Khi $t = 10$, ta có: $w'(10) = 0,002274.10^2 - 0,1192.10 + 1,82 = 0,8554$

6. Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô-la, để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{5x^2 + 60}$ và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm số $x(t) = 20t + 40$. Chi phí sẽ tăng nhanh thế nào sau 4 tháng kể từ khi công ty thực hiện kế hoạch đó?

Giải:

Tốc độ tăng của chi phí theo thời gian là

$$\begin{aligned} C'(t) &= C'(x) \cdot x'(t) = \left(\sqrt{5x^2 + 60} \right)' \cdot (20t + 40)' \\ &= (5x^2 + 60)' \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} \cdot 20 = 10x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} \cdot 20 \\ &= 100x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} = 100(20t + 40) \cdot \frac{1}{\sqrt{5(20t + 40)^2 + 60}} \end{aligned}$$

$$\text{Khi } t = 4 \text{ thì } C'(4) = 100(20.4 + 40) \cdot \frac{1}{\sqrt{5(20.4 + 40)^2 + 60}} = 44,7$$

7. Trên Mặt trăng, quãng đường rơi tự do của một vật được cho bởi công thức $s(t) = 0,81t^2$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây và s tính bằng mét. Một vật được thả rơi từ độ cao 200m phía trên Mặt Trăng. Tại thời điểm $t = 2$ sau khi thả vật đó, tính:

- a) Quãng đường vật đã rơi; b) Gia tốc của vật.

Giải:

a) Khi $t = 2$ thì $s(t) = 0,81.22 = 3,24(m)$

b) Ta có: $v(t) = s'(t) = 1,62t$

Gia tốc của vật là $v'(t) = 1,62$.

Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV viết đề và yêu cầu 2 học sinh lên bảng, mỗi học sinh làm 1 bài: Bài 6; Bài 7 - HS nhớ lại kiến thức đã học và làm bài
Thực hiện	- HS được gọi lên bảng làm bài, học sinh dưới lớp suy nghĩ và làm bài độc lập. - GV theo dõi.
Báo cáo thảo luận	- Sau khi các học sinh làm xong bài GV gọi HS dưới lớp nhận xét và chữa bài trên bảng nếu cần
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

LUYỆN TẬP THÔNG QUA HỆ THỐNG BÀI TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức giải bài tập TNKQ.

b) **Nội dung:** Phiếu trả lời trắc nghiệm

Câu 1: Hàm số $y = \frac{(x-2)^2}{1-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = -2(x-2)$. B. $y' = \frac{x^2 + 2x}{(1-x)^2}$. C. $y' = \frac{-x^2 + 2x}{(1-x)^2}$. D.

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(1-x)^2}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có : } y' = \frac{2(x-2)(1-x) - (x-2)^2(-1)}{(1-x)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{(1-x)^2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 2: Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm là

A. $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$. B. $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. C. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$. D. $y' = 2$.

Lời giải

Ta có : $y' = \frac{2(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$. **Chọn B.**

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - x^2 + x)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$. B. $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x^2 + x)$.
C. $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x)$. D. $2(x^3 - x^2 + x)^2(3x^2 - 2x + 1)$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1}u'$.

Ta có: $y' = 2(x^3 - x^2 + x)(x^3 - x^2 + x)' = 2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$. **Chọn A.**

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2x^5 - \frac{4}{x} + 5$ tại $x = -1$ bằng số nào sau đây?

- A. -6. B. 21. C. 14. D. 10.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \left(2x^5 - \frac{4}{x} + 5\right)' = 10x^4 + \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(-1) = 10(-1)^4 + \frac{4}{(-1)^2} = 10 + 4 = 14$.

Chọn C.

Câu 5: Đạo hàm của $y = \sqrt{\cos x}$ là

- A. $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. B. $\frac{-\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. C. $\frac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$. D. $\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. **Chọn D.**

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. B. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$. C. $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$.

Lời giải.

$f'(x) = \frac{(2-3x^2)'}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. **Chọn A.**

Câu 7: Cho $f(x) = (x^2 - 3x + 3)^2$. Biểu thức $f'(1)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -1.

B. -2.

C. -12.

D. 1

Lời giải

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$

Ta có: $f'(x) = 2(x^2 - 3x + 3).(x^2 - 3x + 3)' = 2(x^2 - 3x + 3).(2x - 3).$

$f'(1) = -2$. **Chọn B.**

Câu 8: Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$ có đạo hàm là

A. $-3\sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. B. $3\cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. C. $-3\cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. D.

$\cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

Lời giải

Áp dụng bảng công thức đạo hàm của hàm số hợp: $(\sin u)' = u'. \cos u$. **Chọn C.**

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^3 + \sqrt{x} - 5$ tại điểm $x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(x^n)' = n.x^{n-1}$ và $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. $f'(1) = 3.1^2 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{7}{2}$. **Chọn B.**

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 2x^5 - \frac{2}{x} + 3$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $10x^4 + \frac{2}{x^2} + 3$.

B. $10x + \frac{2}{x^2}$.

C. $10x^4 + \frac{2}{x^2}$.

D. $10x^4 - \frac{2}{x^2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \left(2x^5 - \frac{2}{x} + 3\right)' = 10x^4 + \frac{2}{x^2}$. **Chọn C.**

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - x + 1)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $(4x - 1)^2$.

B. $2(2x^2 - x + 1)(4x^2 - x)$.

C. $2(2x^2 - x + 1)^2(4x - 1)$.

D. $2(2x^2 - x + 1)(4x - 1)$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y' = 2(2x^2 - x + 1).(2x^2 - x + 1)' = 2(2x^2 - x + 1)(4x - 1)$. **Chọn D.**

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - x^2)^3$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3(x^3 - x^2)(3x^2 - 2x)$. B. $3(x^3 - x^2)^2$.

C. $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - 2x)$.

D. $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - x)$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$.

Ta có: $y = 3(x^3 - x^2)^2(x^3 - x^2)' = 3(x^3 - x^2)^2(3x - 2x)$. **Chọn C.**

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = (3x^2 - 1)^2$ là y' bằng.

A. $6x(3x^2 - 1)$.

B. $12x(3x^2 - 1)$.

C. $2(3x^2 - 1)$.

D. $6(3x^2 - 1)$.

Lời giải

Ta có: $y = (3x^2 - 1)^2 \Rightarrow y' = 2(3x^2 - 1)(3x^2 - 1)' = 12x(3x^2 - 1)$. **Chọn B.**

Câu 14: Cho hàm số $y = -3x^3 + 25$. Các nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $x = \pm \frac{5}{3}$.

B. $x = \pm \frac{3}{5}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \pm 5$.

Lời giải :

Ta có: $y' = -9x^2 + 25$

$y' = 0 \Leftrightarrow -9x^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{5}{3}$. **Chọn A.**

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x + \log x$.

A. $y' = 3^x \ln 3 + \frac{1}{x \ln 10}$.

B. $y' = \log_3 x + \frac{1}{x \ln 3}$.

C. $y' = \log_3 x + \ln 3$.

D. $y' = \frac{1 - \ln x}{\ln 3}$.

Lời giải

$y = 3^x + \log x$.

$$y' = 3^x \ln 3 + \frac{1}{x \ln 10} . \text{ Chọn A.}$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^4 + 1)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{\ln 2}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \Rightarrow f'(1) = 2 . \text{ Chọn A.}$$

Câu 17: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)3^x$.

- A. $y' = (2x - 2)3^x + (x^2 - 2x + 2)3^x \ln 3$. B. $y' = (2x - 2)3^x \ln 3$.
C. $y' = x^2 \cdot 3^x$. D. $y' = (2x - 2)3^x$.

Lời giải

$$y' = (2x - 2)3^x + (x^2 - 2x + 2)3^x \ln 3.$$

Chọn A.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 5}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$. C. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. D.
 $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức } (\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \text{ ta được: } y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5} . \text{ Chọn B.}$$

Câu 19: Tính đạo hàm của hàm số $y = 10^x$.

- A. 10^x . B. $\frac{10^x}{\ln 10}$. C. $x \cdot 10^{x-1}$. D. $10^x \cdot \ln 10$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (10^x)' = \ln 10 \cdot 10^x . \text{ Chọn D.}$$

Câu 20: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ C. $y' = \frac{2}{2x+1}$ D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Chọn B.

Câu 21: Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = 2e^{1-2x}$. B. $y' = -2e^{1-2x}$. C. $y' = e^x$. D. $y' = e^{1-2x}$.

Lời giải

$y' = e^{1-2x} (1-2x)' = -2e^{1-2x}$. **Chọn B.**

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \ln 2$. B. $f'(x) = 2^{3x-1} \ln 2$.
C. $f'(x) = 2^{3x-1} \log 2$. D. $f'(x) = (3x-1) 2^{3x-2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(a^{mx+n})' = m \cdot \ln a \cdot a^{mx+n}$ ta được $f'(x) = (2^{3x-1})' = 3 \cdot \ln 2 \cdot 2^{3x-1}$.

Chọn A.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

2 tiết

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng: Học sinh ôn tập và củng cố về

- Định nghĩa và ý nghĩa hình học của đạo hàm.
- Số e thông qua mô hình hóa lãi suất ngân hàng.
- Các quy tắc đạo hàm.
- Đạo hàm cấp hai.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học.
- Mô hình hóa toán học: vận dụng các kiến thức vào bài toán thực tế.
- Giao tiếp toán học.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo tâm thế cho HS vào bài học. Ôn lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS trả lời và giải thích các câu hỏi TN 1 đến 5 (SGK -tr.51).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, trả lời câu hỏi và giải thích đáp án.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học: Bài tập cuối chương VII.

Đáp án

1. B

2.A

3.D

4.C

5.D

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Ôn tập các kiến thức đã học ở chương VII

a) Mục tiêu:

- HS nhắc lại và tổng hợp được các kiến thức đã học theo một sơ đồ nhất định.

b) Nội dung

HS tổng hợp lại kiến thức dựa theo SGK và ghi chép trên lớp theo nhóm đã được phân công của buổi trước.

c) Sản phẩm: Sơ đồ mà HS đã vẽ.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV mời đại diện từng nhóm lên trình bày về sơ đồ tư duy của nhóm. - GV đặt câu hỏi + Trình bày định nghĩa của đạo hàm; + Trình bày ý nghĩa vật lý của đạo hàm. + Trình bày công thức viết phương trình tiếp tuyến. + Trình bày về số e . + Trình bày bảng đạo hàm của hàm số sơ cấp và hàm hợp.	Ôn tập kiến thức trọng tâm có trong chương VII Định nghĩa đạo hàm: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ Thì giới hạn này được gọi là đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại x_0 , kí hiệu là $f'(x_0)$ hoặc $y'(x_0)$. Vậy: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ Ý nghĩa vật lý của đạo hàm

+ Trình bày quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương. + Trình bày định nghĩa đạo hàm cấp hai; + Trình bày ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS tự phân công nhóm trưởng và nhiệm vụ phải làm để hoàn thành sơ đồ. - GV hỗ trợ, hướng dẫn thêm. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - Đại diện nhóm trình bày, các HS chú ý lắng nghe và cho ý kiến. - HS trả lời câu hỏi của GV. Bước 4: Kết luận, nhận định: - GV nhận xét các sơ đồ, nêu ra điểm tốt và chưa tốt, cần cải thiện. - GV chốt lại kiến thức của chương.+ Cách tính đạo hàm cấp hai của hàm số.	- Nếu hàm số $s = f(t)$ biểu thị quãng đường di chuyển của vật theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0. - Nếu hàm số $T = f(t)$ biểu thị nhiệt độ T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại thời điểm t_0. Phương trình tiếp tuyến Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đó. Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$. Tiếp tuyến M_0T có phương trình là $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$ Số e Tổng quát, nếu một năm được chia thành n kì hạn thì $T = A \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^m = A \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{mr} \text{ (với } m = \frac{n}{r}, r > 0).$ Khi kì hạn càng ngắn thì n càng lớn, do đó m càng lớn. Người ta chứng minh được rằng có giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ (với e là số vô tỉ và $e = 2,718281828 \dots$) Khi kì hạn trở nên rất ngắn (m dần đến $+\infty$) thì $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{mr}$ dần đến e, và do đó $T = A \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{mr}$ dần đến $A \cdot e^r$.

Bảng đạo hàm của một số hàm sơ cấp và hàm hợp:

Đạo hàm của hàm số sơ cấp cơ bản thường gặp	Đạo hàm của hàm hợp (ở đây $u = u(x)$)
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u' \cdot e^u$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

Đạo hàm của

tổng, hiệu, tích thương

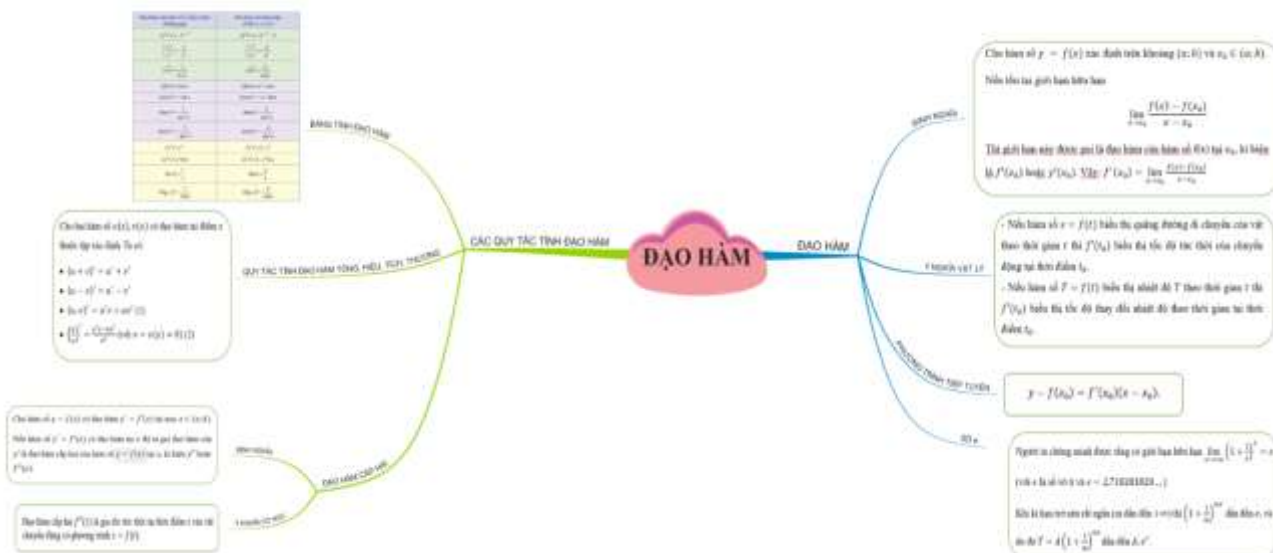
Cho hai hàm số $u(x), v(x)$ có đạo hàm tại điểm x thuộc tập xác định. Ta có:

- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u - v)' = u' - v'$
- $(u \cdot v)' = u'v + uv' \quad (1)$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ (với $v = v(x) \neq 0$) (2)

Đạo hàm cấp hai: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$ tại mọi $x \in (a; b)$.

Nếu hàm số $y' = f'(x)$ có đạo hàm tại x thì ta gọi đạo hàm của y' là đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ tại x , kí hiệu y'' hoặc $f''(x)$.

Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai: Đạo hàm cấp hai $f''(t)$ là gia tốc tức thời tại thời điểm t của vật chuyển động có phương trình $s = f(t)$.



C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP, VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập.

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện làm Bài 6 đến 16 (SGK -tr.51-52)

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

Đáp án

Bài 6.

Ta có: $f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là: $k = f'(-1) = 2 \cdot (-1) - 2 = -4$.

Phương trình tiếp với (C) tại điểm M là: $y = -4(x + 1) + 6 = -4x + 2$.

Vậy $y = -4x + 2$ là tiếp tuyến cần tìm.

Bài 7.

a) Ta có : $y' = (3x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 1)' = 12x^3 - 21x^2 + 6x$.

b) Ta có : $y' = [(x^2 - x)^3]' = 3(x^2 - x)'(x^2 - x)^2 = 3 \cdot (2x - 1)(x^2 - x)^2$.

c) Ta có :

$$y' = \left(\frac{4x-1}{2x+1} \right)' = \frac{(4x-1)'(2x+1) - (4x-1)(2x+1)'}{(2x+1)^2} = \frac{4(2x+1) - 2(4x-1)}{(2x+1)^2} \\ = \frac{8x+4-8x+2}{(2x+1)^2} = \frac{6}{(2x+1)^2}.$$

Bài 8.

a) Ta có: $y' = [(x^2 + 3x - 1)e^x]' = (x^2 + 3x - 1)'e^x + (x^2 + 3x - 1)e^x \\ = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 1)e^x = (x^2 + 5x + 2)e^x$.

b) Ta có: $y' = (x^3 \log_2 x)' = (x^3)' \log_2 x + x^3 (\log_2 x)' = 3x^2 \log_2 x + \frac{x^2}{\ln 2}$.

Bài 9.

a) Ta có: $y' = [\tan(e^x + 1)]' = \frac{(e^x+1)'}{\cos^2(e^x+1)} = \frac{e^x}{\cos^2(e^x+1)}$.

b) Ta có: $y' = (\sqrt{\sin 3x})' = \frac{(\sin 3x)'}{2\sqrt{\sin 3x}} = \frac{3 \cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

c) Ta có: $y' = [\cot(1 - 2^x)]' = -\frac{(1-2^x)'}{\sin^2(1-2^x)} = \frac{2^x \ln 2}{\sin^2(1-2^x)}$.

Bài 10.

a) Ta có : $y' = (x^3 - 4x^2 + 2x - 3)' = 3x^2 - 8x + 2$.

$$y'' = (3x^2 - 8x + 2)' = 6x - 8.$$

Vậy $y'' = 6x - 8$.

b) Ta có: $y' = (x^2 e^x)' = (x^2)'e^x + x^2(e^x)' = 2xe^x + x^2 e^x = (2x + x^2)e^x$.

$$y'' = [(2x + x^2)e^x]' = (2x + x^2)e^x + (2x + x^2)(e^x)' \\ = (2x + 2)e^x + (2x + x^2)e^x = (x^2 + 4x + 2)e^x.$$

Vậy $y'' = (x^2 + 4x + 2)e^x$.

Bài 11.

a) Vận tốc rơi của viên sỏi tại thời điểm t là: $v(t) = s'(t) = (4,9t^2)' = 9,8t$.

Vận tốc rơi của viên sỏi lúc $t = 2$ là: $v(2) = 9,8 \cdot 2 = 19,6 \text{ (m/s)}$.

b) Viên sỏi chạm đất khi: $4,9t^2 = 44,1 \Leftrightarrow t^2 = 9 \Leftrightarrow t = 3 \text{ (Vì } t > 0 \text{)}$.

Vậy vận tốc của viên sỏi khi chạm đất là: $v(3) = 9,8 \cdot 3 = 29,4 \text{ (m/s)}$.

Bài 12.

Ta có : $v(t) = s'(t) = (2t^3 + 4t + 1)' = 6t^2 + 4$.

$$a(t) = v'(t) = (6t^2 + 4)' = 12t.$$

Vận tốc của vật khi $t = 1$ là: $v(1) = 6.1^2 + 4 = 10 \text{ (m/s)}$.

Gia tốc của vật khi $t = 1$ là: $a(1) = 12.1 = 12 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Bài 13.

Tốc độ tăng dân số tại thời điểm t là:

$$\begin{aligned} P'(t) &= \left(\frac{500t}{t^2 + 9} \right)' = \frac{(500t)'(t^2 + 9) - (500t)(t^2 + 9)'}{(t^2 + 9)^2} = \frac{500(t^2 + 9) - 2t \cdot 500t}{(t^2 + 9)^2} \\ &= \frac{500t^2 + 4500 - 1000t^2}{(t^2 + 9)^2} = \frac{4500 - 500t^2}{(t^2 + 9)^2}. \end{aligned}$$

Tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$ là:

$$P'(12) = \frac{4500 - 500 \cdot 12^2}{(12^2 + 9)^2} \approx -2,884 \text{ (nghìn người/năm)}.$$

Vậy tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 2$ khoảng $-2,884$ nghìn người/năm.

Bài 14.

Ta có : $S'(r) = \left(\frac{1}{r^4} \right)' = -\frac{4}{r^5}$.

Tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$ là :

$$S'(0,8) = -\frac{4}{(0,8)^5} \approx -12,207.$$

Bài 15.

Có $T'(t) = (-0,1t^2 + 1,2t + 98,6)' = -0,2t + 1,2$.

Tốc độ thay đổi của nhiệt độ ở thời điểm $t = 1,5$ là:

$$T'(1,5) = -0,2 \cdot 1,5 + 1,2 = 0,9^\circ\text{F/ngày}.$$

Vậy tốc độ thay đổi của nhiệt độ ở thời điểm $t = 1,5$ là $0,9^\circ\text{F/ngày}$.

Bài 16.

Ta có : $R'(v) = \left(\frac{6000}{v} \right)' = -\frac{6000}{v^2}$.

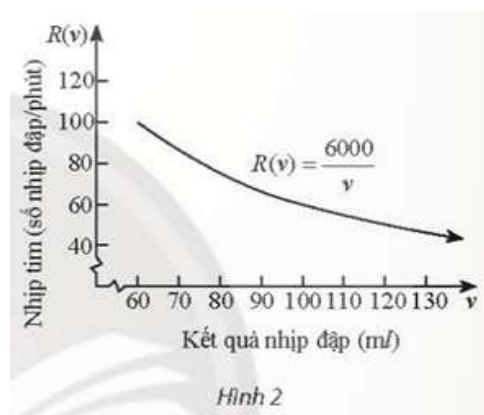
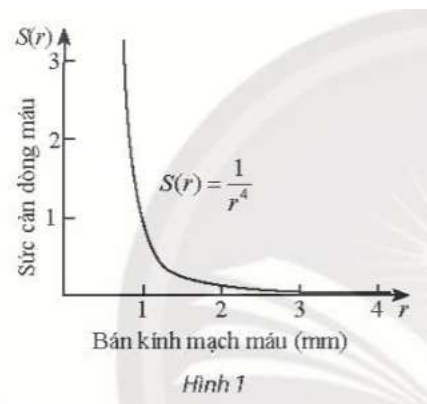
Tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp $v = 80$ là:

$$R'(80) = -\frac{6000}{80^2} = -0,9375 \text{ (ml/nhịp)}.$$

Vậy tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp $v = 80$ là $-0,9375 \text{ (ml/nhịp)}$.

* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT.
- Chuẩn bị bài mới: “Chương VIII. Bài 1. Hai đường thẳng vuông góc”



*Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm
2026*

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Biết được các khái niệm về đạo hàm cấp hai, tính đơn điệu của hàm số, cực trị của hàm số.
- Giải được các bài tập về đạo hàm cấp hai, tính đơn điệu, cực trị.
- Xác định được đạo hàm cấp hai, các khoảng đơn điệu, tìm các điểm cực trị.
- Say mê và yêu thích tìm hiểu các bài toán về hàm số, ứng dụng đạo hàm.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá.
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học.
- Mô hình hóa toán học.
- Giải quyết vấn đề toán học.
- Giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP: Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Tổ chức thực hiện:

☞ **Nhắc lại:** Các công thức đạo hàm cơ bản:

$$\begin{array}{ll} 1. (u \pm v)' = u' \pm v'; & 4. \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}; \\ 2. (ku)' = k.u'; & 5. \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \text{ (với } v = v(x) \neq 0) \\ 3. (u.v)' = u'v + v'u; & 6. y'_x = y'_u \cdot u'_x \end{array}$$

Bảng đạo hàm

Đạo hàm của các hàm sơ cấp cơ bản	Đạo hàm của các hàm số hợp
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$u = u(x)$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\sin u)' = u' \cos u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cos u)' = -u' \sin u$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

☞ **Nhắc lại định nghĩa tính đơn điệu của hàm số**

Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn (nửa khoảng). Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Ta nói:

❖ Hàm số $y = f(x)$ **đồng biến** (tăng) trên K nếu với mọi cặp x_1, x_2 thuộc K mà

$x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$, tức là

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2);$$

❖ Hàm số $y = f(x)$ **ng nghịch biến** (giảm) trên K nếu với mọi cặp x_1, x_2 thuộc K mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$, tức là

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2);$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là hàm số **đơn điệu** trên K .

C. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Tính đơn điệu của hàm số

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết và thể hiện được khái niệm tính đơn điệu của hàm số.

b) **Nội dung:** HS đọc giáo trình, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các hoạt động khám phá, thực hành, vận dụng, đọc hiểu ví dụ.

c) **Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS xác định được tính đơn điệu của hàm số

d) **Tổ chức thực hiện:**

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
HS chép lý thuyết vào vở, ghi nhớ các công thức. GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập.	1.2. Tính đơn điệu và dấu của đạo hàm Ta thừa nhận định lí sau đây Định lí: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K . a) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K . b) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K . 2. Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số 2.1. Quy tắc 1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$; 2. Tìm các điểm tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định;

	3. Sắp xếp các điểm đó theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên; 4. Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số. 2.2. Áp dụng Ví dụ 1: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ Giải • TXĐ: $D = \mathbb{R}$. • $y' = 3x^2 - 3$. • $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$. • Bảng biến thiên Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Hoạt động 2: Cực trị của hàm số

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết cực trị của hàm số.

b) **Nội dung:** HS đọc giáo trình để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các hoạt động.

c) **Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi.

d) **Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
HS chép lý thuyết vào vở, ghi nhớ các công thức. GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập.	3.1. <u>Khái niệm cực đại, cực tiểu</u> 3.1.1. Định nghĩa

Cho hàm số xác định $y = f(x)$ và liên tục trên khoảng $(a; b)$ (có thể a là $-\infty$; b là $+\infty$ và điểm $x_0 \in (a; b)$).

a) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 .

b) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 .

☞ **Chú ý:** - Điểm cực đại và cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**;

- Giá trị cực đại và cực tiểu được gọi chung là **cực trị**.

3.1.2. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị

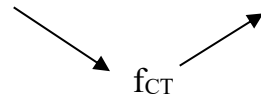
Ta thừa nhận định lý sau đây

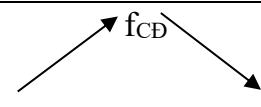
Định lý 1. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc $K \setminus \{x_0\}$ với $h > 0$.

a) Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

b) Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

$(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

x	x_0-h	x_0	x_0+h
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

X	x_0-h	x_0	x_0+h
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

3.2 Quy tắc tìm cực trị

Quy tắc 1

1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$;
2. Tìm các điểm tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định;
3. Lập bảng biến thiên;
4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

Ví dụ 1: Tìm các điểm cực trị của các hàm số
 $y = x^3 - 3x + 1$

Giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

$-\infty \nearrow 3 \searrow -1 \nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $x = -1$ là điểm cực đại, $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Định lí 2: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

a) Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu;

b) Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

Áp dụng định lí 2, ta có quy tắc sau đây để tìm các điểm cực trị của một hàm số.

✍ Quy tắc 2

1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$;
2. Giải phương trình $f'(x) = 0$ và kí hiệu x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) là các nghiệm của nó;
3. Tính $f'(x)$ và $f''(x_i)$;
4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i .

Ví dụ 2: Tìm cực trị của hàm số

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$$

Giải

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$

	$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1; x = 0$ $f''(x) = 12x^2 - 4; f''(\pm 1) = 8 > 0 \Rightarrow x = -1 \text{ và } x = 1 \text{ là hai điểm cực tiểu}$ $f''(0) = -4 < 0 \Rightarrow x = 0 \text{ là điểm cực đại.}$

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bài 1. Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

b) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

c) $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x - 2$

Bài 2. Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số:

a) $y = \frac{3x+1}{1-x};$

b) $y = \sqrt{x^2 - x - 20};$

c) $y = \frac{x+1}{2x-5};$

d) $y = \frac{x^2 - 2x}{1-x};$

e) $y = \frac{2x}{x^2 - 9}.$

Bài 3. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Bài 4. Chứng minh rằng hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

☞ **Gợi ý:** Sử dụng định lý sau:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

+) Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$;

+) Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a, b)$ thì $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$;

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) **Mục tiêu:** Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập.

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bài 5. Áp dụng quy tắc 1, tìm các điểm cực trị của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$;

b) $y = x^4 + 2x^2 - 3$;

c) $y = x + \frac{1}{x}$;

d) $y = x^3(1-x)^2$;

e) $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$;

Bài 6. Áp dụng quy tắc 2, tìm điểm cực trị của các hàm số sau:

a) $y = x^4 - 2x^2 + 1$;

b) $y = \sin 2x - x$;

c) $y = x^5 - x^3 - 2x + 1$;

d) $y = \sin x + \cos x$

Bài 7. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m, hàm số

$$y = x^3 - mx^2 - 2x + 1$$

luôn luôn có một điểm cực đại và điểm cực tiểu.

Bài 8. Tìm a và b để các cực trị của hàm số

$$y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$$

đều là những số dương và $x_0 = -\frac{5}{9}$ là điểm cực đại.

Bài 9. Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong giáo trình.
- Chuẩn bị bài mới: “Bài 2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số”.

V. RÚT KINH NGHIỆM

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 2: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Biết được các khái niệm về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
- Giải được các bài tập về giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.
- Xác định được giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn xác định.
- Say mê và yêu thích tìm hiểu các bài toán về hàm số, ứng dụng đạo hàm.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá.
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học.
- Mô hình hóa toán học.
- Giải quyết vấn đề toán học.
- Giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP: Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Tổ chức thực hiện:

☞ **Nhắc lại:** Các công thức đạo hàm cơ bản:

$$\begin{array}{ll} 1. (u \pm v)' = u' \pm v'; & 4. \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}; \\ 2. (ku)' = k.u'; & 5. \left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{v'}{v^2} \text{ (với } v = v(x) \neq 0) \\ 3. (u.v)' = u'v + v'u; & 6. y'_x = y'_u \cdot u'_x \end{array}$$

Bảng đạo hàm

Đạo hàm của các hàm sơ cấp cơ bản	Đạo hàm của các hàm số hợp
$(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$u = u(x)$ $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $(\sin u)' = u' \cos u$ $(\cos u)' = -u' \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

C.

HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Định nghĩa

a) Mục tiêu: HS nhận biết và thể hiện được khái niệm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

b) Nội dung: HS đọc giáo trình, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các hoạt động khám phá, thực hành, vận dụng, đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS xác định được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN								
HS chép lý thuyết vào vở, ghi nhớ các công thức. GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập.	1. <u>Định nghĩa</u> Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. a) Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi x thuộc D và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$. Kí hiệu $M = \max_D f(x)$; b) Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi x thuộc D và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$. Kí hiệu: $m = \min_D f(x)$. Ví dụ 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ Giải Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ $y' = 2x - 4$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> y -1 Vậy $\min_{\mathbb{R}} f(x) = -1$.	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$
x	$-\infty$	2	$+\infty$						
y'	$-$	0	$+$						

Hoạt động 2: Cách tính giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn

a) Mục tiêu: HS biết cách tính GTLN, GTNN của hàm số.

b) Nội dung: HS đọc giáo trình để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các hoạt động.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
HS chép lý thuyết vào vở, ghi nhớ các công thức. GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập.	2. <u>Cách tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn</u> 2.1. Định lý Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó 2.2. Quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số liên tục trên một đoạn ✍ Quy tắc a) Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ trên khoảng $(a; b)$, tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định; b) Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$; c) Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có $M = \min_{[a;b]} f(x) ; \quad m = \min_{[a;b]} f(x).$ Ví dụ 2: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$ trên đoạn $[-1;1]$ Giải Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{-8x}{(1+x^2)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $f(0) = 4$

	$f(1) = 2$ $f(-1) = 2$ $\max f(x) = 4$ trên đoạn $[-1;1]$; $\min f(x) = 2$ trên đoạn $[-1;1]$.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bài 1. Lập bảng biến thiên và tìm GTLN, GTNN của các hàm số sau:

a) $y = x^2$ trên $[-3;0]$

b) $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên $[3;5]$

c) $f(x) = -x^3 + 3x^2$ trên $[-1;1]$

d) $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ trên $[1;3]$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên $[-4;4]$

b) $f(x) = \sqrt{5-4x}$ trên $[-1;1]$

c) $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$ trên $[-1;3]$.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) **Mục tiêu:** Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) **Nội dung:** HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập.

c) **Sản phẩm:** Kết quả thực hiện các bài tập.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bài 3. Tính giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

a) $y = \frac{4}{1+x^2}$

b) $y = 4x^3 - 3x^4$

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong giáo trình.
- Chuẩn bị bài mới: “Bài 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số”.

V. RÚT KINH NGHIỆM

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Nhận biết được đường tiệm cận đứng (TCD), đường tiệm cận ngang (TCN), đường tiệm cận xiên (TCX) của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm TCD, TCX, TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định của hàm số.

2.2. Năng lực Toán học

- Giải quyết vấn đề toán học: Nhận xét được khối lượng của hạt thay đổi như thế nào khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng trong thuyết tương đối hẹp. Nhận xét được nồng độ oxygen trong hồ nước khi thời gian t trở nên rất lớn.
- Tư duy và lập luận toán học: Sử dụng giới hạn ở vô cùng, giới hạn một phía và đồ thị để tìm TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số trên tập xác định.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở kết nối HS vào bài TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số thông qua bài toán thực tế về sự thay đổi khối lượng của hạt khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng theo thuyết tương đối hẹp.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) Sản phẩm: Hạt di chuyển với tốc độ v càng gần tốc độ ánh sáng c thì khối lượng m của hạt tiến đến vô cực. Điều này thể hiện ở việc khi v tiến gần về c thì đồ thị hàm số càng gần như thẳng đứng và tiến sát đến đường thẳng $v = c$. Dựa vào hàm số $m(v)$ ta cũng thấy $\lim_{v \rightarrow c} m(v) = +\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Đường tiệm cận đứng

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCD.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS nhắc lại quy tắc tính giới hạn vô cực, quan sát *Hình 1 trong SGK* và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: HS áp dụng được quy tắc tính giới hạn vô cực, giới hạn một phía, nhận xét được độ dài MN càng nhỏ dần về 0 khi x tiến đến 1 từ hai phía và trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 1.

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$.

b) $MN = |x-1|$ và $MN \rightarrow 0$ khi $x \rightarrow 1^+$; $x \rightarrow 1^-$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS nhắc lại các quy tắc giới hạn vô cực và cách tính giới hạn một phía và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “ít nhất” trong định nghĩa và giải thích *Hình 2 trong SGK* để nhận dạng hình ảnh TCD của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCD của hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị. GV chỉ ra phần Chú ý hai đồ thị ở *Hình 3 trong SGK*.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 1. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP và hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCD của đồ thị hàm số.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hình thành phương pháp tìm TCD của đồ thị hàm số trên tập xác định của hàm số bằng cách tính giới hạn một phía, quy tắc giới hạn vô cực.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS chỉ ra tập xác định của hàm số ở câu a, b. Dựa vào Ví dụ 1, HS hoạt động cá nhân thực hiện HĐTH 1.

c) **Sản phẩm:**

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty$. Suy ra $x = 5$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$. Suy ra $x = 1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm câu a. Nhóm 3, nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hỏi thêm để làm sáng tỏ ý “ít nhất” trong nội dung KTTT.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCD của đồ thị hàm số.

2. Đường tiệm cận ngang

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCN.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 4 trong SGK và trả lời câu hỏi trong HĐKP 2.

c) **Sản phẩm:** HS tính được giới hạn ở vô cực, nhận xét được độ dài MN càng nhỏ dần về 0 khi x tiến đến $+\infty; -\infty$ và trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 2.

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1.$$

$$b) MN = \left| \frac{1}{x} \right| \text{ và } MN \rightarrow 0 \text{ khi } x \rightarrow +\infty; x \rightarrow -\infty.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS nhắc lại cách khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$. Đoạn thẳng MN sẽ có độ dài thay đổi như thế nào khi

$$x \rightarrow +\infty; x \rightarrow -\infty.$$

– GV yêu cầu HS hãy quan sát *Hình 4 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “hoặc” trong định nghĩa và giải thích *Hình 5 trong SGK* để nhận dạng hình ảnh TCN của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCN của hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị. GV chỉ ra phần Chú ý *Hình 6 trong SGK* TCN lúc này có thể cắt đồ thị hàm số.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCN.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 2. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCN của đồ thị hàm số.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Hình thành phương pháp tìm TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}.$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{4}; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{4}.$$

Suy ra $y = \frac{1}{4}$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định $D = [0; +\infty).$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{2}{\sqrt{x}}} = 1. \text{ Suy ra } y = 1 \text{ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm câu a. Nhóm 3, nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hỏi thêm để làm sáng tỏ ý “hoặc” trong nội dung KTTT.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCN của đồ thị hàm số.

3. Đường tiệm cận xiên

Hoạt động 3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCX.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 7 trong SGK* và trả lời câu hỏi ở HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0.$$

$$b) MN = \left| \frac{1}{x} \right| \text{ và } MN \rightarrow 0 \text{ khi } x \rightarrow +\infty; x \rightarrow -\infty.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 7 trong SGK* và thực hiện HĐKP 3.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “hoặc” trong định nghĩa và giải thích *Hình 8 trong SGK* để nhận dạng hình ảnh TCX của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng định nghĩa và chú ý cho HS đồ thị của hàm số ở Ví dụ 3 như *Hình 9 trong SGK*.

– GV nhận xét cách tìm các hệ số a, b trong phương trình của đường tiệm cận xiên theo công thức

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] \text{ hoặc } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax].$$

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng cách tìm hệ số a, b và chú ý cho HS đồ thị của hàm số ở Ví dụ 4 như *Hình 10 trong SGK*.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCX.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 3. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCX của đồ thị hàm số.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hình thành phương pháp tìm TCX của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thảo luận nhóm để thực hiện HĐTH 3, HĐTH 4.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 3

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 5x} = 2.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 3x}{x + 5} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-13x}{x + 5} \right) = -13.$$

$$\text{Ta cũng có } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2; b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = -13.$$

Suy ra đường thẳng $y = 2x - 13$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hoạt động Thực hành 4

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{C(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50x + 2000}{x^2} = 0.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [C(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50x + 2000}{x} \right) = 50. \text{ Và } \lim_{x \rightarrow 0^+} C(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} C(x) = -\infty.$$

Vì $a = 0$ nên đồ thị hàm số có một TĐĐ là $x = 0$ và một TCN là $y = 50$, không có TCX.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm HĐTH 3.

Nhóm 3, nhóm 4 làm HĐTH 4. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hướng dẫn thêm một cách tìm TCX bằng cách chia đa thức.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCX của đồ thị hàm số.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại cách tìm TĐĐ, TCX, TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5.
- Chuẩn bị bài mới “**Khảo sát và vẽ đồ thị một số hàm số cơ bản**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 4: KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN*(3 tiết)***I. MỤC TIÊU****1. Về kiến thức**

- Nhận biết được hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).
- Khảo sát được tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$); $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 1$ đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).
- Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung:**

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở các HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số cơ bản.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Giải bài toán thực tế về việc đọc đồ thị xác định vận tốc trung bình để lái xe tiết kiệm xăng nhất. Khảo sát vẽ đồ thị hàm số cơ bản tìm ra số mét vải cần sản xuất và bán ra để tối ưu lợi nhuận của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng thành thạo các bước khảo sát, vẽ đồ thị các hàm số cơ bản, đọc được thông tin từ đồ thị để giải các HĐTH.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức, quy tắc tính đạo hàm, các bước tìm TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số, các bước tìm cực trị, GTLN, GTNN của hàm số; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**1. Đối với giáo viên:** kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.**2. Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động 1: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở cho HS về khảo sát và vẽ đồ thị một số hàm số cơ bản thông qua bài toán thực tế về chi phí tiền xăng phụ thuộc vào tốc độ trung bình.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Nối các điểm $(20; 850); (40; 500); \left(60; \frac{1250}{3}\right); (80; 400); (100; 410); \left(120; \frac{1300}{3}\right)$ tạo

thành các đường gấp khúc. Nhưng lúc này đồ thị hàm số là một đường cong trơn do đó để vẽ được chúng ta cần khảo sát và vẽ đồ thị của nó.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát đồ thị và trả lời được câu hỏi ở HĐKD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Sơ đồ khảo sát hàm số

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được các bước khảo sát hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP.

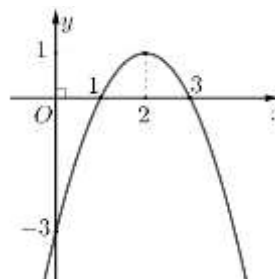
c) **Sản phẩm:**

a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = -2x + 4; y' = 0$ khi $x = 2$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		0	
y		1	
	$-\infty$		$-\infty$

b) Đồ thị có đỉnh (2; 1) và cắt trục Ox tại hai điểm (1; 0) (3; 0), cắt Oy tại (0; -3). Đồ thị có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS tìm tập xác định, tính đạo hàm, tính các giới hạn ở vô cực của hàm số, tìm điểm cực trị của hàm số, tìm giao điểm với các trục toạ độ, lập bảng biến thiên, trục đối xứng và vẽ đồ thị. Từ đó nêu các bước khảo sát vẽ đồ thị hàm số.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một hoặc hai HS lên bảng trình bày HĐKP. Các HS còn lại quan sát và nhận xét kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số cơ bản.

2. Khảo sát hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Hoạt động 2.1: Thực hành

a) Mục tiêu: HS nắm được cách khảo sát hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

b) Nội dung: GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2. Sau đó, GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -6x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $y_{CT} = 0$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CT} = 1$.

Các giới hạn tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		4		2		
			0		0		$-\infty$

Đồ thị:

Khi $x = 0$ thì $y = 1$ nên $(0; 1)$ là giao điểm của đồ thị với trục Oy .

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = \frac{1}{2}$.

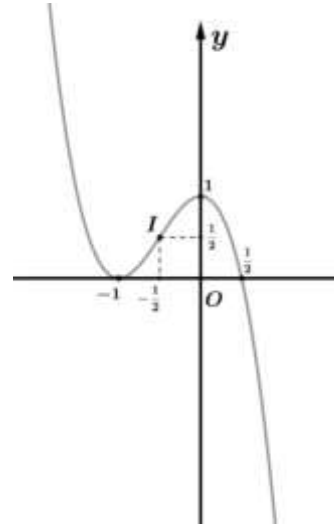
Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai điểm

$$(-1; 0), \left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Điểm $(-1; 0)$ là điểm cực tiểu và điểm $(0; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình vẽ. Đồ

thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.



b) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 + 6x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Do $y' \geq 0$ trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng

$(-\infty; +\infty)$. Hàm số đã cho không có cực trị.

Các giới hạn tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) = -\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-$	$+\infty$
y'		$+$	0	$+$
y	$-\infty$		1	$+\infty$

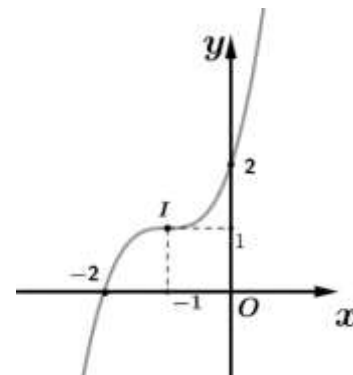
Đồ thị:

Khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên $(0; 2)$ là giao điểm của đồ thị với trục Oy .

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại một điểm $(-2; 0)$.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình vẽ. Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 1)$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ. Nhóm 1, nhóm 2 thực hiện câu a. Nhóm 3, nhóm 4 hoàn thành câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

3. Khảo sát hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

Hoạt động 3.1: Thực hành

a) Mục tiêu: HS biết các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

b) Nội dung: GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4. Sau đó, GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số như trong hai ví dụ trên.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

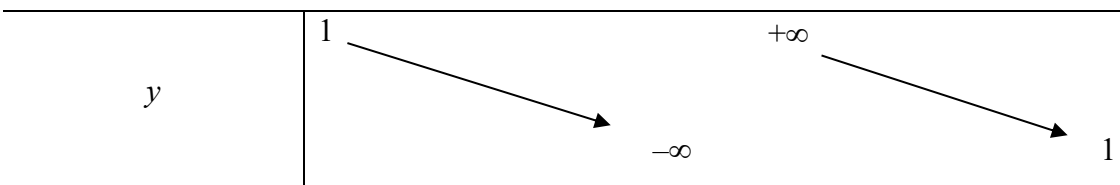
– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 1$, suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

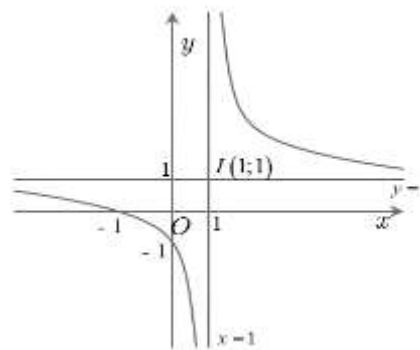
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'			



Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $(-1; 0)$, giao với trục Oy tại điểm $(0; -1)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(1; 1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 1$ và $y = 1$.



b) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên:

Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(3x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq \frac{1}{3}$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3} \right)$ và $\left(\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = \frac{2}{3}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = \frac{2}{3}$, suy ra đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^-} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ là

tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	$\frac{2}{3}$	$-\infty$	$+\infty$

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ $(0;0)$ và điểm $(1;1)$.

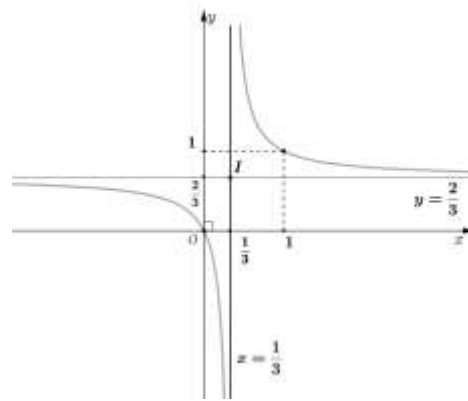
Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ.

Tâm đối xứng của đồ thị là $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Các trục

đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của

các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = \frac{1}{3}$ và

$$y = \frac{2}{3}.$$



c) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{7}{(2-x)^2}$. Vì $y' > 0$ với mọi $x \neq 2$ nên hàm số đồng biến trên mỗi

khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -1$, suy ra đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

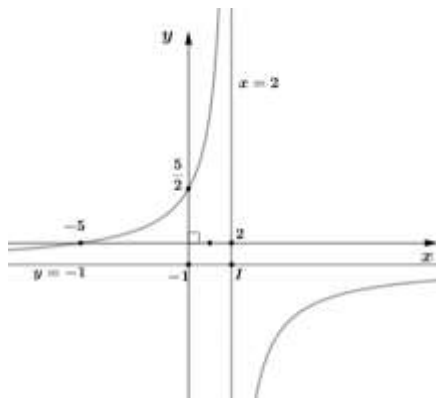
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	–		–
y	-1	$+\infty$	-1

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $(0; -5)$,

giao với trục Oy tại điểm $\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(2; -1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 2$ và $y = -1$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành ba nhóm, mỗi nhóm hoàn thành 1 câu của HĐTH 2. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

4. Khảo sát hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức

mẫu)

Hoạt động 4.1: Thực hành

a) Mục tiêu: HS biết các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).

b) Nội dung: GV trình bày Ví dụ 5, Ví dụ 6 và chú ý đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$. ($a \neq 0, m \neq 0$, đa

thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng; Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng. GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3 theo các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số như trong hai ví dụ trên.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = 1 + \frac{1}{x^2}$. Vì $y' > 0$ với mọi $x \neq 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi

khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{1}{x}\right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \frac{1}{x}\right) = -\infty$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x - \frac{1}{x}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x - \frac{1}{x}\right) = +\infty$, suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$, suy ra $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

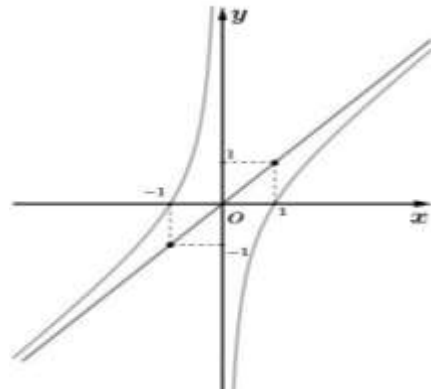
– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'	$+$				$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai điểm $(-1; 0)$, $(1; 0)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là gốc tọa độ O . Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 0$ và $y = x$.



b) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$.

Trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

– Cực trị: hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ và $y_{CT} = 5$; hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CT} = 1$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1} \right) = +\infty$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1} \right) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x+1} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x+1} \right) = 0$, suy ra đường thẳng $y = -x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

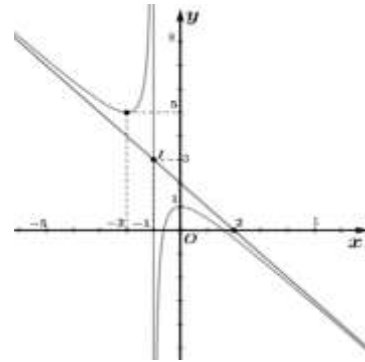
x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		5		$+\infty$		1		$-\infty$

Đồ thị:

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc

$x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai

điểm $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 0 \right), \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0 \right)$.



Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 3)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = -x + 2$.

c) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-x^2 - 2x - 4}{(x+1)^2} = -1 - \frac{2}{(x+1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq -1$ nên hàm số

nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + \frac{2}{x+1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + \frac{2}{x+1} \right) = +\infty$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(-x + \frac{2}{x+1} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-x + \frac{2}{x+1} \right) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$

là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x+1} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (-x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x+1} \right) = 0$, suy ra đường thẳng

$y = -x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

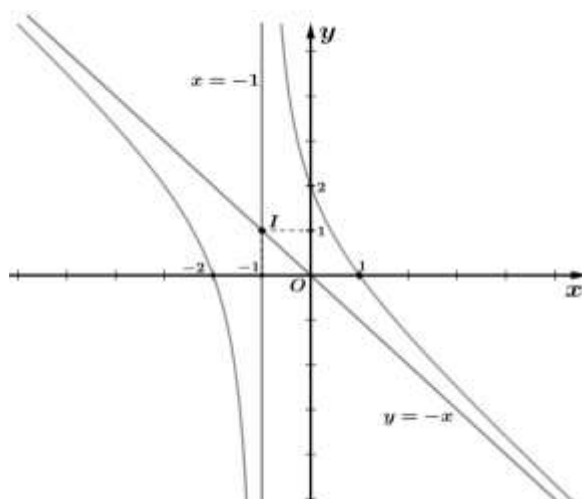
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	–		–
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Đồ thị:

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -2$. Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai điểm $(1; 0)$, $(-2; 0)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ.

Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = -x$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành ba nhóm, mỗi nhóm thực hiện một câu trong HĐTH 3. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

5. Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

Hoạt động 5.1: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS hiểu rõ hơn các vận dụng của đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết bài toán liên quan đến thực tiễn trong những lĩnh vực khác nhau như kinh tế, khoa học, kĩ thuật, ...

b) Nội dung: GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7, Ví dụ 8, qua đó HS hiểu rõ hơn các vận dụng của đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết nhiều bài toán liên quan đến thực tiễn trong những lĩnh vực khác nhau như kinh tế, khoa học, kỹ thuật, ... GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4, HĐTH 5.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 4

a) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-9}{(x-3)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 3$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi

khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = 3$, suy ra đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

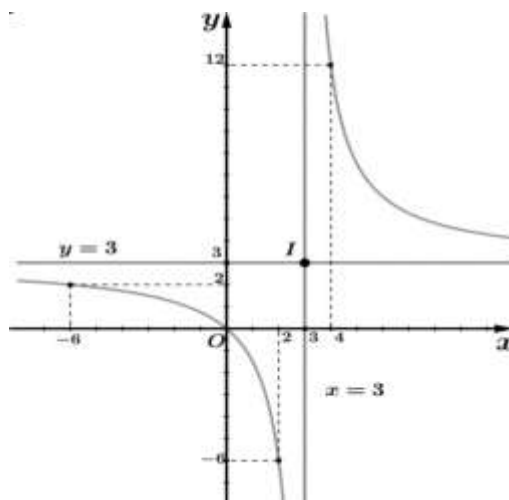
– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		–		–	
y	3	↘		↘	
			$-\infty$	$+\infty$	3

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ $(0; 0)$, $(-6; 2)$, $(2; -6)$ và điểm $(4; 12)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(3; 3)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 3$ và $y = 3$.



b) Khi $x > 3$ đồ thị hàm số phía trên trục Ox tương ứng với $d = OA > 3$ và $d' > 0$, lúc này ta được ảnh thật. Do đó cần đặt vật AB bên trái điểm F (theo hình vẽ) để được ảnh thật. Khi $3 > x > 0$ đồ thị hàm số phía dưới trục Ox tương ứng với $d = OA < 3$ và $d' < 0$, lúc này ta được ảnh ảo. Do đó cần đặt vật AB ở giữa đoạn OF để được ảnh ảo.

c) Khi $x \rightarrow 3^+$ dựa vào đồ thị ta thấy $y \rightarrow +\infty$ tương ứng với $d = OA \rightarrow 3$ và $OA > 3$, lúc này ảnh là ảnh thật và lớn vô cùng. Do đó khi vật tiến đến gần bên trái điểm F (theo hình vẽ) ta được ảnh thật ở vô cùng. Khi $x \rightarrow 3^-$ dựa vào đồ thị ta thấy $y \rightarrow -\infty$ tương ứng với $d = OA \rightarrow 3$ và $OA < 3$, lúc này ảnh là ảnh ảo và lớn vô cùng. Do đó khi vật tiến đến gần bên phải điểm F (theo hình vẽ) ta được ảnh ảo ở vô cùng.

Chú ý: Đồ thị được khảo sát trong câu a ở trên ta chỉ xét $x > 0$ do tính thực tế.

Hoạt động Thực hành 5

a) Ta có $V = 2xy \Rightarrow xy = 250 \Rightarrow y = \frac{250}{x}$.

b) Gọi h , S_{xq} , S lần lượt là chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình hộp. Ta suy ra diện tích toàn phần:

$$S(x) = S_{xq} + 2S = 2(x + y)h + 2xy = 4x + 4y + 500 = 500 + 4x + \frac{1000}{x}.$$

c) Bảng biến thiên $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

x	0	$5\sqrt{10}$	$+\infty$
$S'(x)$		–	+
$S(x)$	$+\infty$	$S(5\sqrt{10})$	$+\infty$

d) Vậy kích thước hộp $x = 5\sqrt{10} \approx 15,8$ thì dùng ít vật liệu nhất.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số cơ bản.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6 SGK trang 36.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương I**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 5: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I*(1 tiết)***I. MỤC TIÊU****1. Về kiến thức**

Ôn tập và củng cố về:

- Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của nó. Thể hiện được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên.
- Nhận biết được tính đơn điệu, điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.
- Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập xác định cho trước. Xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.
- Nhận biết được hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Khảo sát được các hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

($c \neq 0, ad - bc \neq 0$); $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$ và đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).

Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của các hàm số trên.

- Vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung:**

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương I ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).
- Mô hình hoá toán học: Sử dụng các tính chất của hàm số đã học để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Sinh học, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
 - Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, phiếu học tập, bảng nhóm.

2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương I và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

c) **Sản phẩm:**

1. A; 2. B; 3. B; 4. C; 5. C; 6. A; 7. B; 8. C.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm dựa trên các kiến thức về: quan sát hình ảnh hình học của đồ thị hàm số để giải câu 1, câu 2; phương pháp tìm cực trị của hàm số để giải câu 3; dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của hàm số để giải câu 4; xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm để giải câu 5; phương pháp tìm tiệm cận để giải câu 6, câu 7 và cách tính đạo hàm nhanh của hàm nhất biến trong việc xét tính đơn điệu để giải câu 8.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án câu 1, 2, 4, 7 và lên bảng trình bày câu 3, 5, 6, 8. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lí thuyết về tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một để có thể làm nhanh các câu hỏi như dạng câu 1, 4, 8; nhận biết được điểm cực trị, giá trị cực trị, giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) trên một tập xác định cho trước của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số để giải câu 2, 3, 5; và phương pháp tìm đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số để giải câu 6, 7.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về tính đơn điệu của hàm số; tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số; khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số thường gặp; ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận.

c) **Sản phẩm:**

9. Ta có $a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - a$, trong đó $a \geq 0; b \geq 0$.

a) Xét biểu thức $P = ab$, ta có $P(a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a$.

$$P'(a) = -2a + 10; P'(a) = 0 \Rightarrow a = 5.$$

So sánh $P(0) = P(10) = 0$; $P(5) = 25$, $P(a)$ đạt giá trị lớn nhất là 25.

Khi đó $a = 5; b = 5$. Vậy biểu thức $P = ab$ đạt giá trị lớn nhất là $P = 5.5 = 25$.

b) Xét biểu thức $Q = a^2 + b^2$, ta có: $Q(a) = a^2 + (10 - a)^2 = 2a^2 - 20a + 100$.

$$Q'(a) = 4a - 20; Q'(a) = 0 \Rightarrow a = 5.$$

So sánh $Q(0) = Q(10) = 100$; $Q(5) = 50$, $Q(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất là 50.

Khi đó $a = 5; b = 5$. Vậy biểu thức $Q = a^2 + b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $Q = 5^2 + 5^2 = 50$.

c) Xét biểu thức $T = ab^2$, ta có $T(a) = a(10 - a)^2 = a^3 - 20a^2 + 100a$.

$$T'(a) = 3a^2 - 40a + 100; T'(a) = 0 \Rightarrow a = 10; a = \frac{10}{3}.$$

So sánh $T(0) = T(10) = 0$; $T\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{4000}{27}$, $T(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{4000}{27}$.

Khi đó $a = \frac{10}{3}; b = \frac{20}{3}$. Vậy biểu thức $T = ab^2$ đạt giá trị lớn nhất là $T = \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{4000}{27}$.

10. Công thức hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a < 0$) (C).

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ (C').

$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có: } \begin{cases} (0; 5) \in (C) \\ (1; 1) \in (C) \\ (3; 5) \in (C) \\ y'(1) = y'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = d \\ 1 = a + b + c + d \\ 5 = 27a + 9b + 3c + d \\ 0 = 27a + 6b + c \\ 0 = 3a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \\ c = -9 \\ d = 5. \end{cases}$$

Do đó công thức hàm số có dạng $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$.

11.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên khoảng $(0; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

• Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 4$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $y_{CT} = \frac{8}{3}$.

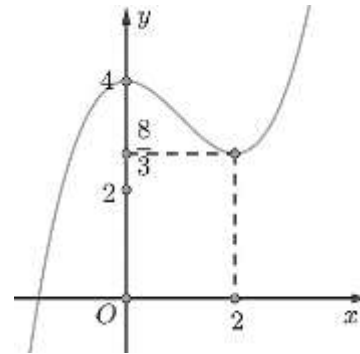
• Các giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$

Đồ thị:

Điểm $A(0; 4)$ là điểm cực đại và điểm $B\left(2; \frac{8}{3}\right)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I\left(1; \frac{10}{3}\right)$.



b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$AB = \sqrt{(2-0)^2 + \left(\frac{8}{3}-4\right)^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

12.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y = \frac{-3}{(x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi

khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

• Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$. Suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng

của đồ thị hàm số.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2		$-\infty$	$+\infty$	2

Đồ thị:

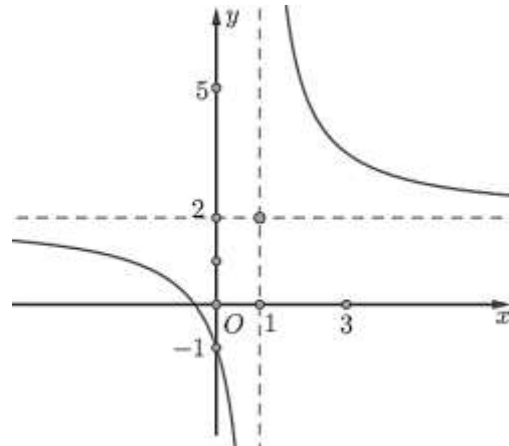
Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm

$\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$, giao với trục Oy tại điểm $A(0; -1)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm

$I(1; 2)$. Các trục đối xứng của đồ thị hàm số

là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường $x=1$ và $y=2$.



b) Ta có I là trung điểm của $AB \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 - 0 = 2 \\ y_B = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5)$.

Nhận xét $5 = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2 - 1}$ luôn đúng nên $B(2; 5)$ thuộc đồ thị hàm số có công thức $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

13. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -1$.

Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

• Cực trị:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 10$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{CD} = 2$.

• Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = +\infty$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về ứng dụng đạo hàm, quan sát đồ thị của hàm số, lập bảng biến thiên, phương pháp tìm đường tiệm cận của hàm số phân thức hữu tỉ; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức lượng giác, giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt để giải phương trình lượng giác, đồng thời sử dụng các kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác vào giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 14, 15, 16.

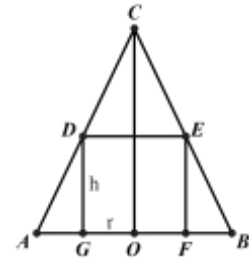
c) Sản phẩm:

14.

a) Đặt các điểm tương ứng như hình vẽ.

Ta có $DG \parallel CO \Rightarrow \frac{DG}{CO} = \frac{AG}{AO}$ (Định lý Thales)

$$\Rightarrow \frac{h}{12} = \frac{AO - OG}{AO} \Rightarrow \frac{h}{12} = 1 - \frac{r}{5} \Rightarrow \frac{r}{5} = 1 - \frac{h}{12} \Rightarrow r = \frac{5(12-h)}{12}.$$



b) Thể tích khối trụ $V(h) = \pi r^2 \cdot h = \pi h \cdot \left[\frac{5(12-h)}{12} \right]^2 = \frac{25\pi h}{144} \cdot (12-h)^2$ (đpcm).

c) Ta có $V(h) = \frac{25\pi h(144 - 24h + h^2)}{144} = \frac{25\pi(144h - 24h^2 + h^3)}{144}, h \in (0; 12)$

Đạo hàm $V'(h) = \frac{25\pi}{144}(3h^2 - 48h + 144) = 0 \Rightarrow h = 12$ hoặc $h = 4$.

Nhận xét $V(0) = V(12) = 0$; $V(4) = \frac{25\pi}{144} \cdot 256 = \frac{400\pi}{9}$

Suy ra khối trụ có thể tích lớn nhất là $\frac{400\pi}{9}$ khi $h = 4$ cm.

15.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{2x^2 - 7200}{x^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 60$ hoặc $x = -60$.

Trên các khoảng $(-\infty; -60)$ và $(60; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-60; 0)$ và $(0; 60)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

• Cực trị:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 60$ và $y_{CT} = 10$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -60$ và $y_{CD} = -470$.

• Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = +\infty.$$

Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x^2} = 2$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} - 2x \right) = -230$. Suy ra đường

thẳng $y = 2x - 230$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = +\infty$. Suy ra đường

thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• Bảng biến thiên:

x	30	60	120
y'	-	0	+
y	70	10	70

Đồ thị:

$$\text{Ta có } y = 0 \Rightarrow 2x^2 - 230x + 7200 = 0$$

$\Rightarrow x \in \emptyset$. Vậy đồ thị hàm số không giao với trục

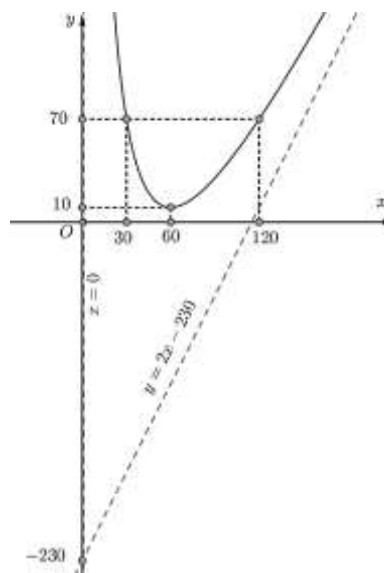
Ox, Oy .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm

$I(0; -230)$. Các trục đối xứng của đồ thị hàm số

là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai

đường tiệm cận $x = 0$ và $y = 2x - 230$.



b) Dựa vào bảng biến thiên và $y(30) = y(120) = 70$; $y(60) = 10$.

Suy ra chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất là 10 (nghìn đồng) tương ứng 60 phần ăn.

16. Với $l = 10$ ta có $R = \frac{10\rho}{S}$. Với điện trở suất ρ là hằng số, ta xem R là hàm số theo biến số S (với $S >$

0). Khi đó $R' = -\frac{10\rho}{S^2} < 0$. Vì $R' < 0$ với mọi $S \neq 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Điện trở của một dây dẫn phụ thuộc vào:

+ Chiều dài dây dẫn: Điện trở của các dây dẫn có cùng tiết diện và được làm cùng từ một loại vật liệu thì tỉ lệ thuận với chiều dài của mỗi dây: $R \sim l$

+ Tiết diện dây dẫn: Điện trở của các dây dẫn có cùng chiều dài và được làm cùng từ một loại vật liệu thì tỉ lệ nghịch với tiết diện của dây: $R \sim \frac{1}{S}$

+ Vật liệu làm dây dẫn: Điện trở suất của vật liệu càng nhỏ thì khả năng dẫn điện càng tốt.

Vậy điện trở của dây dẫn tỉ lệ thuận với chiều dài l của dây dẫn, tỉ lệ nghịch với tiết diện S của dây dẫn

và phụ thuộc vào vật liệu làm dây dẫn được tính bằng công thức: $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$

b) Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $R = 0,001$ mang ý nghĩa khi vật có điện trở $0,001 \Omega$ thì tiết diện của dây dẫn là $0,000169 \text{ m}^2$.

c) Khi đó, điện trở suất của dây dẫn là $\rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{0,001 \cdot 0,000169}{10} = 1,69 \cdot 10^{-8}$.

Vậy dây điện được làm bằng kim loại đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 14, 15, 16.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp sử dụng định lý Thales và biến đổi biểu thức để giải bài 14a, 14b; ở bài 14c, chúng ta sử dụng ứng dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất; ở câu 15, bằng phương pháp khảo sát hàm phân thức hữu tỉ trong đoạn $[30; 120]$, ta dễ dàng tìm chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất, ở bài 16a, ta khảo sát hàm nhất biến và kết hợp với máy tính cầm tay để tìm ρ .

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán tìm GTLN, GTNN thì việc đầu tiên là đưa về dạng cơ bản bằng cách sử dụng linh hoạt các công thức biến đổi, tính đạo hàm, lập bảng biến thiên.

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về ứng dụng đạo hàm và khảo sát hàm số thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC *(Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)*

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1: NGUYÊN HÀM

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Biết cách tính các nguyên hàm của một số hàm sơ cấp.
- Áp dụng được các tính chất của nguyên hàm vào việc giải các bài tập nguyên hàm phức tạp hơn.
- Áp dụng phương pháp đổi biến số và nguyên hàm từng phần trong việc giải các bài tập nguyên hàm nâng cao.
- Thông thạo đạo hàm hơn.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học.
- Mô hình hóa toán học.
- Giải quyết vấn đề toán học.
- Giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP: Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Tổ chức thực hiện:

🔊 **Nhắc lại:** Các công thức đạo hàm cơ bản:

$$\begin{array}{ll} 1. (u \pm v)' = u' \pm v'; & 4. \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}; \\ 2. (ku)' = k.u'; & 5. \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \text{ (với } v = v(x) \neq 0) \\ 3. (u.v)' = u'v + v'u; & 6. y'_x = y'_u \cdot u'_x \end{array}$$

Bảng đạo hàm

Đạo hàm của các hàm sơ cấp cơ bản	Đạo hàm của các hàm số hợp
$(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$u = u(x)$ $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $(\sin u)' = u' \cos u$ $(\cos u)' = -u' \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

C.

HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Nguyên hàm và tính chất

a) Mục tiêu: HS biết cách tính nguyên hàm và áp dụng các tính chất của nguyên hàm.

b) Nội dung: HS đọc giáo trình, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các hoạt động khám phá, thực hành, vận dụng, đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
HS chép lý thuyết vào vở, ghi nhớ các công thức nguyên hàm GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập	1. Nguyên hàm và tính chất 1.1. Nguyên hàm Định nghĩa: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$. Ví dụ 1: a) Hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ vì $F'(x) = (x^2)' = 2x; \forall x \in (-\infty; +\infty)$. b) Hàm số $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ vì $F'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}; \forall x \in (0; +\infty)$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$ là họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Kí hiệu $\int f(x) dx = F(x) + C$ Chú ý: Biểu thức $f(x)dx$ chính là vi phân của nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ (Vì $dF(x) = F'(x)dx = f(x)dx$) Ví dụ 2: a) Với $x \in (-\infty; +\infty); \int 2x dx = x^2 + C;$ b) Với $x \in (0; +\infty); \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C;$ c) Với $x \in (-\infty; +\infty); \int \cos x dx = \sin x + C$

1.2. Tính chất của nguyên hàm

$$1) \int f(x)' dx = f(x) + C;$$

$$2) \int kf(x)dx = k \int f(x)dx ; k \text{ là hằng số khác } 0;$$

$$3) \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Ví dụ 3:

$$1) \int (\cos x)' dx = \int (-\sin x) dx = \cos x + C$$

$$2) \text{ Với } x \in (0; +\infty) \text{ ta có}$$

$$\begin{aligned} \int \left(5\sin x + \frac{3}{x} \right) dx &= 5 \int \sin x dx + 3 \int \frac{1}{x} dx \\ &= -5\cos x + 3\ln x + C \end{aligned}$$

1.3. Sự tồn tại nguyên hàm

Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

Ví dụ 4:

a) Hàm số $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ có nguyên hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và

$$\int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C$$

b) Hàm số $g(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ có nguyên hàm trên từng khoảng $(k\pi; (k+1)\pi); (k \in \mathbb{Z})$ và

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

1.4. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

$\int 0 dx = C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; (a > 0; a \neq 1)$
$\int dx = x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; (n \neq -1)$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	

Hoạt động 2: Phương pháp tính nguyên hàm

a) Mục tiêu: Áp dụng phương pháp đổi biến số và nguyên hàm từng phần trong việc giải các bài tập nguyên hàm nâng cao.

b) Nội dung: HS đọc giáo trình, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các hoạt động khám phá, thực hành, vận dụng, đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
HS chép lí thuyết vào tập GV hướng dẫn HS làm các ví dụ, HS suy nghĩ và làm vào tập	2. Phương pháp tính nguyên hàm 2.1. Phương pháp đổi biến số Định lí 1 : Nếu $\int f(u) du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C.$ ❖ Hệ quả. Với $u = ax + b$ ($a \neq 0$), ta có $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$ Ví dụ 5: Tính $\int \sin(3x - 1) dx$ Vì $\int \sin u dx = -\cos u + C \text{ nên theo hệ quả ta có}$ $\int \sin(3x - 1) dx = -\frac{1}{3} \cos(3x - 1) + C$ 2.2. Phương pháp tính nguyên hàm từng phần Định lí 2: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì $\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx.$

▪ **Chú ý:**

Vì $u'(x)dx = du$; $v'(x)dx = dv$; nên đẳng thức trên còn được viết dưới dạng:

$$\int u dv = uv - \int v dv$$

Đây là công thức tính nguyên hàm từng phần.

3. Bài tập áp dụng

Ví dụ 6: Tính $I = \int \cos x \sin^3 x dx$

Giải

Đặt $t = \sin x \Leftrightarrow dt = \cos x dx$

Khi đó

$$I = \int \cos x \sin^3 x dx = \int t^3 dt = \frac{1}{4} t^4 + C = \frac{1}{4} \sin^4 x + C$$

Ví dụ 7: Tính các tích phân sau

a) $\int x e^x dx$

b) $\int x \cos x dx$

c) $\int \ln x dx$

Giải

a) $I = \int x e^x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I = \int x e^x dx = x e^x - \int e^x du = x e^x - e^x + C$$

b) $I = \int x \cos x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$I = \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

c) $I = \int \ln x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$I = \int \ln x dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$$

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập.

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

1. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) $f(x) = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x}};$

b) $f(x) = \frac{2^x - 1}{e^x}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x};$

d) $f(x) = \sin 5x \cdot \cos 3x$

e) $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x-5)};$

f) $f(x) = \frac{1}{(-2x+3)(2x+9)}$

2. Sử dụng phương pháp đổi biến, hãy tính

a) $\int (3-x)^{10} dx;$

b) $\int x(1+x^2)^{20} dx$

c) $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx;$

d) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2}$

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập.

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

3. Sử dụng phương pháp tính nguyên hàm từng phần, hãy tính:

a) $\int x \sin^2 x dx;$

b) $\int x^2 \sin x dx$

c) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx;$

d) $\int (x^2 + 2x - 1)e^x dx$

e) $\int x \ln(x+1) dx;$

f) $\int x \sin(2x+1) dx$

g) $\int (1-x) \cos x dx;$

h) $\int x \sin x dx$

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.

- Hoàn thành các bài tập trong giáo trình.
- Chuẩn bị bài mới.

V. RÚT KINH NGHIỆM

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 2: TÍCH PHÂN

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được định nghĩa và các tính chất của tích phân.
- Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tiếp cận định nghĩa tích phân bằng việc tính diện tích hình thang cong.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải quyết các bài toán thực tế.
- Tư duy và lập luận toán học: vận dụng định nghĩa và tính chất của tích phân để giải quyết các vấn đề thực tế.

3. Về phẩm chất

- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, SGV, kế hoạch bài dạy, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Giúp HS tiếp cận khái niệm tích phân thông qua bài toán tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian xe hãm phanh đến lúc dừng hẳn.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Xe dừng hẳn lúc $t = 4$, từ đó rút ra quãng đường cần tính là $s(4) - s(0)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKDĐ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Diện tích hình thang cong

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS tiếp cận vấn đề tính diện tích hình thang cong thông qua HĐKP 1.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) $S(3) = \frac{(2+4) \cdot 2}{2} = 6.$

b) $S(x) = \frac{(2+x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+3)(x-1)}{2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{2}$ với mỗi $x \geq 1.$

c) Ta có $S'(x) = \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{2} \right)' = \frac{2x + 2}{2} = x + 1 = f(x).$

Suy ra $S(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[1; +\infty).$

d) Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C.$

Ta có $F(3) - F(1) = \left(\frac{3^2}{2} + 3 + C \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 + C \right) = 6 = S(3).$ Suy ra $S(3) = F(3) - F(1).$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 1, HS đã hình dung được cách tính diện tích hình thang cong.

– GV gọi một HS đọc cách tính diện tích hình thang cong.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tính diện tích hình thang cong bằng nguyên hàm.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng phương pháp tính diện tích hình thang cong để tính một diện tích cụ thể.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

Hàm số $y = e^x$ liên tục, dương trên đoạn $[0;1]$ và có một nguyên hàm là $F(x) = e^x$.

Diện tích hình thang cong cần tìm là $S = F(1) - F(0) = e^1 - e^0 = e - 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu 1 HS nhắc lại phương pháp tính diện tích hình thang cong.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện HĐTH 1.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS áp dụng phương pháp tính diện tích hình thang cong để tính một diện tích cụ thể.

2. Khái niệm tích phân

Hoạt động 2.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được khái niệm tích phân thông qua HĐKP 2.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

Ta chọn $F(x) = x^2 - x + 1$ và $G(x) = x^2 - x + 2$.

Ta có $F(3) - F(0) = 7 - 1 = 6$; $G(3) - G(0) = 8 - 2 = 6$, suy ra $F(3) - F(0) = G(3) - G(0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐKP 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 2.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua HĐKP 2, HS biết được khái niệm tích phân.

– GV gọi một HS đọc khái niệm và phần chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 và Ví dụ 3, qua đó HS ứng dụng tích phân để giải quyết các bài toán thực tế.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng tính tích phân.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) $\int_1^3 2x \, dx = x^2 \Big|_1^3 = (3^2 - 1^2) = 8$.

b) $\int_0^\pi \sin t \, dt = -\cos t \Big|_0^\pi = \cos 0 - \cos \pi = 2$.

c) $\int_0^{\ln 2} e^u \, du = e^u \Big|_0^{\ln 2} = e^{\ln 2} - e^0 = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tính được các tích phân ở HĐTH 2.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS lên bảng trình bày các kết quả.
- ❖ *Kết luận nhận định:* HS phát triển kỹ năng tính tích phân.

Hoạt động 2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS biết áp dụng tích phân để giải quyết bài toán thực tế thông qua HĐVD 1.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm:

a) Quãng đường xe đi được sau 5 giây, sau 10 giây tương ứng là

$$s(5) - s(0) = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (2t - 0,03t^2) dt = \left(t^2 - 0,03 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^5 = 23,75 \text{ (m)}.$$

$$s(10) - s(0) = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (2t - 0,03t^2) dt = \left(t^2 - 0,03 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^{10} = 90 \text{ (m)}.$$

$$\text{b) } v_{tb} = \frac{1}{10-0} \int_0^{10} v(t) dt = \frac{90}{10} = 9 \text{ (m/s)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐVD 1.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐVD 1.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.
- ❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua HĐVD 1, HS áp dụng được tích phân để giải quyết bài toán thực tế.

3. Tính chất của tích phân

3.1. Tính chất 1

Hoạt động 3.1.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất tích phân của tích một số với một hàm số thông qua HĐKP 3.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 3.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $F(x) = x^6$ nên $I = F(2) - F(0) = 2^6 = 64$.

$$\text{b) } J = \frac{x^6}{6} \Big|_0^6 = \frac{2^6}{6} = \frac{64}{6}$$

c) Ta có $I = 6J$.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐKP 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi 1 HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 3, HS biết được tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4, HS áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

Hoạt động 3.1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \int_{-1}^1 4x^7 dx = 4 \int_{-1}^1 x^7 dx = 4 \cdot \frac{x^8}{8} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} (1^8 - (-1)^8) = 0.$$

$$b) \int_{-2}^{-1} -\frac{3}{10x} dx = -\frac{3}{10} \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx = -\frac{3}{10} \cdot \ln |x| \Big|_{-2}^{-1} = -\frac{3}{10} (\ln 1 - \ln 2) = \frac{3}{10} \ln 2.$$

$$c) \int_0^2 \frac{5^{x-1}}{2} dx = \int_0^2 5^x \cdot \frac{1}{10} dx = \frac{1}{10} \int_0^2 5^x dx = \frac{1}{10} \cdot \frac{5^x}{\ln 5} \Big|_0^2 = \frac{1}{10 \ln 5} (25 - 1) = \frac{12}{5 \ln 5}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

3.2. Tính chất 2

Hoạt động 3.2.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số thông qua HĐKP 4.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \text{ Ta có } F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x, \text{ suy ra } \int_0^1 (x^2 + e^x) dx = F(1) - F(0) = e - \frac{2}{3}.$$

$$b) \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 e^x dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + e^x \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + e - 1 = e - \frac{2}{3}.$$

$$c) \text{ Ta có } \int_0^1 (x^2 + e^x) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 e^x dx.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 4, HS biết được tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

– GV gọi một HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 và Ví dụ 6, HS áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3.2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \int_1^2 \frac{x-1}{x^2} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \ln x \Big|_1^2 + \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \ln 2 - \frac{1}{2}.$$

$$b) \int_0^\pi \left(1 + 2 \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx = \int_0^\pi (1 + 1 - \cos 2x) dx = \int_0^\pi 2 dx - \int_0^\pi \cos 2x dx = 2\pi - 0 = 2\pi.$$

$$c) \int_{-2}^1 (x-2)^2 dx + \int_{-2}^1 (4x-x^2) dx = \int_{-2}^1 [(x-2)^2 + (4x-x^2)] dx = \int_{-2}^1 4 dx = 4x \Big|_{-2}^1 = 12.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3.2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

c) **Sản phẩm:**

Ta có $P(0) = -25$.

$$\begin{aligned} P(90) - P(0) &= \int_0^{90} P'(x) dx = \int_0^{90} (16 - 0,02x) dx = 16 \int_0^{90} dx - 0,02 \int_0^{90} x dx \\ &= 16x \Big|_0^{90} - 0,01x^2 \Big|_0^{90} = 1359. \end{aligned}$$

Suy ra $P(90) = P(0) + 1359 = -25 + 1359 = 1334$ (triệu đồng).

Vậy lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 90 tấn sản phẩm trong tuần là 1334 triệu đồng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS trả lời được câu hỏi ở HĐVD 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng các tính chất của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

3.3. Tính chất 3

Hoạt động 3.3.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất 3 của tích phân thông qua HĐKP 5.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{Ta có } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2 = 4.$$

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = x^2 \Big|_0^1 + x^2 \Big|_1^2 = 1 + 3 = 4.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 5, HS biết được tính chất 3 của tích phân.

– GV gọi một HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7 và Ví dụ 8, HS áp dụng tính chất 3 của tích phân.

Hoạt động 3.3.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất 3 của tích phân.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{a) } \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5)dx - \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^3 - 5)dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^3 - 5)dx = \int_{-1}^1 (4x^3 - 5)dx = -10.$$

$$\text{b) } \int_0^3 |x-1| dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^3 (x-1)dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{c) } \int_0^{\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 2.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất 3 của tích phân.

3.3.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất 3 của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

c) Sản phẩm:

Quãng đường ca nô di chuyển được trong khoảng thời gian từ 0 đến 20 phút là

$$\int_0^{20} v(t)dt = \int_0^2 0,5t dt + \int_2^{15} 1 dt + \int_{15}^{20} (4 - 0,2t) dt = 16,5 \text{ (km)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS trả lời được câu hỏi ở HĐVD 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng các tính chất 3 của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại khái niệm diện tích hình thang cong, tích phân, các tính chất của tích phân.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6.

– Chuẩn bị bài mới “**Ứng dụng hình học của tích phân**”.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Sử dụng được tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích hình khối và giải quyết được những bài toán liên quan đến thực tiễn.
- Dựa vào tích phân chứng minh được các công thức thể tích các khối hình cơ bản quen thuộc đã biết.
- Hiểu rõ và khắc sâu diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng quanh trục Ox từ đồ thị, từ hàm số cho trước.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua các HĐKP, HĐTH, HĐVD ứng dụng các kiến thức để giải quyết vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về việc tính thể tích nước của bình khi biết diện tích tiết diện, khắc sâu và hiểu được các công thức thể tích khối hình cơ bản đã biết, tính được diện tích, thể tích của các hình, khối hình khi cho hàm số, đồ thị.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng thành thạo các quy tắc, công thức tính tích phân, công thức tính thể tích khối hình phẳng tạo thành khi quay một hình phẳng quanh trục Ox . Thực hiện các HĐTH.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức, quy tắc tính tích phân, tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở kết nối HS vào bài Ứng dụng hình học của tích phân thông qua công thức đã biết về thể tích khối cầu.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình, đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: HS sẽ dùng chất lỏng, chất khí để đo thể tích của khối cầu (quả bóng nhựa) đã biết trước bán kính R . Kiểm chứng bằng thực nghiệm lượng nước (lượng chất khí) khi bơm đầy (căng) quả bóng

nhựa. So sánh với công thức $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Vấn đề đặt ra lúc này là dùng công cụ tích phân chúng ta sẽ hiểu

được tại sao có công thức thể tích khối cầu. Đó chính là ứng dụng hình học của tích phân.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Tính diện tích hình phẳng

1.1. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$

Hoạt động 1.1.1 Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được mối quan hệ tích phân và diện tích hình phẳng. Công thức tính diện tích hình phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

$$\text{a) } S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9; \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 (6-2x) dx = \left(6x-x^2\right)\Big|_0^3 = 9. \text{ Vậy } S_1 = \int_0^3 f(x) dx.$$

Chú ý: Trên $[0;3]$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ *phía trên* trục Ox .

$$\text{b) } S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4; \int_3^5 f(x) dx = \int_3^5 (6-2x) dx = \left(6x-x^2\right)\Big|_3^5 = -4.$$

$$\text{Vậy } S_2 = 4 > 0 > \int_3^5 f(x) dx.$$

Chú ý: Trên $[3;5]$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ *phía dưới* trục Ox .

$$\begin{aligned} \text{c) } \int_0^5 |f(x)| dx &= \int_0^3 |6-2x| dx = \int_0^3 (6-2x) dx + \int_3^5 (2x-6) dx \\ &= \left(6x-x^2\right)\Big|_0^3 + \left(x^2-6x\right)\Big|_3^5 = 13. \end{aligned}$$

Vậy $S_1 + S_2 = 13 = \int_0^5 |f(x)| dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích tam giác, công thức tính tích phân, tính tích phân của hàm số chứa giá trị tuyệt đối. Từ đó nêu công thức tính diện tích hình phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2.

Hoạt động 1.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1, HĐTH2.

c) Sản phẩm:

Diện tích hình phẳng:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |2x - x^2| dx = \int_0^2 |2x - x^2| dx + \int_2^3 |2x - x^2| dx = \left| \int_0^2 (2x - x^2) dx \right| + \left| \int_2^3 (2x - x^2) dx \right| \\ &= \left| \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \right|_0^2 + \left| \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \right|_2^3 = \left| \frac{4}{3} \right| + \left| 0 - \frac{4}{3} \right| = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

Diện tích hình phẳng: $S = \int_0^\pi |\cos x - 2| dx = \left| \int_0^\pi (\cos x - 2) dx \right| = \left| (\sin x - 2x) \right|_0^\pi = |-2\pi| = 2\pi$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng trong nội dung KTTT vừa học. Chú ý nghiệm $f(x) = 0$ trong biểu thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$ để đưa đến công

thức $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã thực hành được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , hai đường thẳng $x = a, x = b$.

1.2. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$

Hoạt động 1.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết và tính được hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và đường thẳng $x = a, x = b$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

$$a) S_1 = \int_0^2 |4x - x^2| dx = \int_0^2 (4x - x^2) dx = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{16}{3}.$$

b) Diện tích $S = S_1 - S_2$, Với S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d , trục Ox , hai đường thẳng $x = 0, x = 2$. Chú ý đồ thị của (P) và d lúc này đều nằm phía trên trục Ox trên đoạn $[0; 2]$.

$$\text{Vậy } S = S_1 - S_2 = \int_0^2 (4x - x^2) dx - \int_0^2 x dx = \int_0^2 [(4x - x^2) - x] dx = \frac{10}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$ đã học, chú ý đồ thị hàm số trong đoạn lấy tích phân phía trên hay phía dưới trục Ox .

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

– GV gọi một HS đọc nội dung KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.

Hoạt động 1.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3, HĐTH 4.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 3

Diện tích hình phẳng

$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 |(x^2 - 2x - 1) - (x - 1)| dx = \int_1^4 |x^2 - 3x| dx = \left| \int_1^3 (x^2 - 3x) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - 3x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right) \right|_1^3 + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right) \right|_3^4 = \left| -\frac{9}{2} - \left(-\frac{7}{6} \right) \right| + \left| -\frac{8}{3} - \left(-\frac{9}{2} \right) \right| = \frac{31}{6}. \end{aligned}$$

Hoạt động Thực hành 4

Diện tích hình phẳng

$$S = \int_0^2 |(5x - x^2) - (x^2 - x)| dx = \int_0^2 |-2x^2 + 4x| dx = \left| \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx \right| = \left| \left(-\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \right) \right|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng trong nội dung KTTT vừa học. Nhắc lại cách xác định một Parabol theo các dữ kiện cho trước. Chú ý nghiệm

$f(x) = 0$ trong biểu thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$ để đưa đến công thức $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã thực hành và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Hoạt động 1.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng tích phân vào giải bài toán thực tế liên quan đến tính diện tích hình phẳng, trong đó cần mô hình hoá (lập phương trình parabol).

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm:

Chọn hệ trục Oxy có trục hoành dọc chân cửa hầm, trục tung đi qua đỉnh của hầm. Gọi phương trình parabol (P) $y = 6 - ax^2$ ($a > 0$).

Hoành độ giao điểm của parabol và trục hoành là $x = \sqrt{\frac{6}{a}}$ và $x = -\sqrt{\frac{6}{a}}$.

Đáy hầm rộng 6 m nên $2\sqrt{\frac{6}{a}} = 6$. Suy ra $a = \frac{2}{3}$. Từ đó, phương trình của parabol là $y = 6 - \frac{2}{3}x^2$.

Vậy diện tích cửa hầm là $S = \int_{-3}^3 \left(6 - \frac{2}{3}x^2 \right) dx = \left(6x - \frac{2x^3}{9} \right) \Big|_{-3}^3 = 24 \text{ (m}^2\text{)}.$

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐVD 1.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.
- ❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng tích phân vào giải bài toán thực tế liên quan đến tính diện tích hình phẳng.

2. Tính thể tích hình khối

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Ứng dụng tích phân để hiểu và khắc sâu các công thức thể tích khối hình cơ bản quen thuộc đã biết.

b) Nội dung: GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐKP3.

c) Sản phẩm:

$$a) \frac{A'B'}{AB} = \frac{x}{h} \Rightarrow A'B' = \frac{xa}{h}; S(x) = \frac{x^2 a^2}{h^2}.$$

$$b) \int_0^h S(x) d(x) = \int_0^h \frac{x^2 a^2}{h^2} d(x) = \frac{a^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} a^2 h. \text{ Vậy } \int_0^h S(x) d(x) = \frac{1}{3} a^2 h = V_{O.ABCD}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ các nhóm hoàn thành độc lập HĐKP3a, HĐKP3b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được HĐKP3. Thông qua đó, HS nắm được công thức tính thể tích vật thể qua diện tích mặt cắt.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

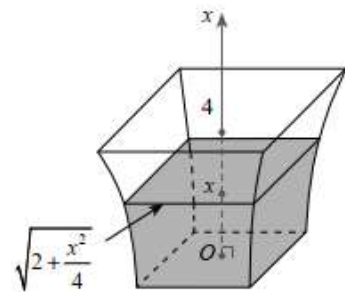
– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5.

Hoạt động 2.2.1: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành sử dụng tích phân để tính thể tích hình khối trong trường hợp đơn giản (dễ dàng tính diện tích các thiết diện).

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 5 và thực hiện yêu cầu.

c) Sản phẩm: Đặt trục Ox thẳng đứng, có gốc O nằm trên mặt phẳng chứa đáy của bình như hình bên. Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x ($0 \leq x \leq 4$) cắt bình theo mặt cắt là hình vuông có diện tích



$$S(x) = \left(\sqrt{2 + \frac{x^2}{4}} \right)^2 = 2 + \frac{x^2}{4} \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Dung tích của bình:

$$V = \int_0^4 S(x) dx = \int_0^4 \left(2 + \frac{x^2}{4} \right) dx = \left(2x + \frac{x^3}{12} \right) \Big|_0^4 = \frac{40}{3} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS sử dụng tích phân để tính thể tích hình khối trong trường hợp đơn giản. Chú ý

mặt cắt là hình vuông có cạnh $\sqrt{2 + \frac{x^2}{4}}$. Chọn trục Ox song song với đường cao của bình sao cho mặt

đáy của bình và thiết diện miệng bình nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với Ox tại $x = 0$ và $x = 4$.

2.2. Thể tích khối tròn xoay

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Thông qua bài toán tính thể tích của khối nón bằng cách sử dụng tích phân, HS trải nghiệm và khám phá công thức tích phân tính thể tích khối tròn xoay.

b) **Nội dung:** GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:**

a) Cắt khối nón N bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 4$) thì mặt cắt là một hình tròn có bán kính $r = \frac{1}{2}x = f(x)$. Khi đó diện tích của mặt cắt

$$S(x) = \pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{2}x \right)^2 = \pi (f(x))^2.$$

b) $\int_0^4 S(x) dx = \int_0^4 \pi \left(\frac{1}{2}x \right)^2 dx = \frac{\pi}{4} (x^2) \Big|_0^4 = \frac{16\pi}{3}$. Vậy thể tích khối nón $V_N = \frac{16\pi}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ các nhóm hoàn thành HĐKP 4. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được HĐKP4.

Thông qua đó, HS nắm được công thức tính thể tích khối tròn xoay D với D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ với $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Thực hành công thức tính thể tích khối tròn xoay D với D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ với $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu HĐTH 6 và thực hiện yêu cầu.

c) Sản phẩm: Thể tích khối tròn xoay

$$V = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \pi \left(x + 2 \ln x - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^2 = \left(\frac{3}{2} + 2 \ln 2\right) \pi.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS thực hành tính thể tích khối tròn xoay. Chú ý khai triển hằng đẳng thức, các công thức nguyên hàm cơ bản.

Hoạt động 2.5: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng ứng dụng tích phân để hiểu và khắc sâu công thức thể tích khối nón có chiều cao h , bán kính đáy r cho trước.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc HĐVD 2 và trả lời câu hỏi trong đề bài.

c) Sản phẩm:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

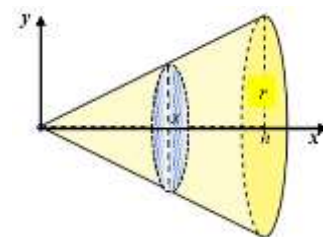
Cắt khối nón bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại hoành độ x ($0 \leq x \leq h$)

thì mặt cắt là một hình tròn có bán kính $r' = \frac{r}{h}x$.

Thể tích khối nón:

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \pi \left(\frac{r}{h}x\right)^2 dx = \frac{\pi r^2}{h^2} (x^3) \Big|_0^h = \frac{\pi r^2 h}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:



❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS chọn hệ trục tọa độ sao cho dễ tính diện tích thiết diện. Chú ý định lý Thales để tìm bán kính đường tròn thiết diện.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hiểu yêu cầu và hoàn thành HĐVD2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình vận dụng và khắc sâu công thức tính thể tích khối nón cho trước bán kính và chiều cao.

C. NHIỆM VỤ

- Thực hiện các bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương IV**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Khái niệm và tính chất cơ bản của nguyên hàm.
- Xác định nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp; tính được nguyên hàm trong những trường hợp đơn giản.
- Khái niệm và các tính chất của tích phân; tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Sử dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích hình khối và giải quyết những bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương IV ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Tìm được nguyên hàm các hàm số cơ bản, tính được tích phân. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay.
- Mô hình hoá toán học: Sử dụng tích phân để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, SGV, kế hoạch bài dạy phiếu học tập, bảng nhóm.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương IV và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) Nội dung: Câu hỏi trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

c) Sản phẩm: Đáp án trắc nghiệm: 1. C; 2. B; 3. A; 4. A; 5. A; 6. A; 7. C; 8. B; 9. B.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại các công thức nguyên hàm, công thức tính tích phân, diện tích hình phẳng. Sau đó yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoàn thành yêu cầu rồi tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dựa trên các kiến thức về: công thức nguyên hàm cơ bản, tính chất nguyên hàm, hằng đẳng thức để giải câu 1, câu 2, câu 3, câu 4, câu 5; Tính chất tích phân, cách xác định khử dấu hàm số trong giá trị tuyệt đối, công thức tính diện tích hình phẳng để giải câu 6, câu 7, câu 8, câu 9.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án câu 1, 2, 3, 5 và lên bảng trình bày câu 4, 6, 7, 8, 9. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các công thức nguyên hàm cơ bản, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân, công thức diện tích hình phẳng.

Hoạt động 1.2: Câu hỏi vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng kiến thức tích phân để giải quyết bài toán thực tế trong vật lí và vận dụng thành thạo công thức tính diện tích, tính thể tích.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm 10, 11, 12.

c) **Sản phẩm:** Đáp án trắc nghiệm: 10. C; 11. D; 12. A.

10. Từ hình vẽ ta có:
$$v(t) = \begin{cases} \frac{5}{4}t, & 0 \leq t \leq 8, \\ 10, & 8 \leq t \leq 30, \\ -t + 40, & 30 \leq t \leq 40. \end{cases}$$

Quãng đường ca nô đi được trong khoảng thời gian 40 giây là

$$S = \int_0^8 \frac{5}{4}t dt + \int_8^{30} 10 dt + \int_{30}^{40} (-t + 40) dt = 310$$

Chú ý: Quãng đường lúc này cũng chính là diện tích hình thang tương ứng.

11. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox bằng

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x+1})^2 dx = \pi \int_0^2 (x+1) dx = 4\pi.$$

12. Từ đồ thị ta có

$$\begin{aligned} 5 &= S_A + S_B = \int_0^2 |f'(x)| dx + \int_2^5 |f'(x)| dx = \int_0^2 f'(x) dx - \int_2^5 f'(x) dx \\ &= f(2) - f(0) - (f(5) - f(2)) = 2f(2) - f(0) - f(5). \end{aligned}$$

Lại có $2 = S_A = \int_0^2 f'(x) dx = f(2) - f(0) \Rightarrow f(2) = 6.$

Vậy $f(5) = 2f(2) - f(0) - 5 = 3$.

Chú ý: Giá trị tích phân không phải lúc nào cũng là diện tích hình phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và trình bày lời giải câu hỏi trắc nghiệm vận dụng 10, 11, 12.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và vận dụng công thức, vận dụng tính chất tích phân, vận dụng tích phân trong bài toán thực tế vật lý để giải.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Đề giải các bài toán vận dụng thực tế, vận dụng đồ thị cần đọc kĩ, phân tích đề và tìm ra mối liên hệ giữa bài toán với kiến thức toán học cần sử dụng, từ đó đưa ra cách giải phù hợp.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại các kiến thức về công thức nguyên hàm, công thức tích phân các hàm số cơ bản; ứng dụng tích phân để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 13, 14, 15, 16, 17.

c) Sản phẩm:

13.

$$a) \int [4(2-3x)^2 - 3\cos x] dx = 4 \int (4-12x+9x^2) dx - 3 \int \cos x dx$$

$$= 16x - 24x^2 + 12x^3 - 3\sin x + C.$$

$$b) \int \left(3x^3 - \frac{1}{2x^3} \right) dx = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{2} \int x^{-3} dx = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-2} x^{-2} + C = \frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{4x^2} + C.$$

$$c) \int \left(\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{3\cos^2 x} \right) dx = 2 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx - \frac{1}{3} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -2 \cot x - \frac{1}{3} \tan x + C.$$

$$d) \int (3^{2x-2} + 4\cos x) dx = \frac{1}{9} \int 9^x dx + 4 \int \cos x dx = \frac{9^x}{9 \ln 9} + 4 \sin x + C.$$

$$e) \int \left(4\sqrt[5]{x^4} + \frac{3}{\sqrt{x^3}} \right) dx = 4 \int x^{\frac{4}{5}} dx + 3 \int x^{-\frac{3}{2}} dx$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{\frac{4}{5}+1} x^{\frac{9}{5}} + 3 \cdot \frac{1}{-\frac{3}{2}+1} x^{-\frac{1}{2}} + C = \frac{20}{9} \sqrt[5]{x^9} - \frac{6}{\sqrt{x}} + C.$$

$$g) \int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int (1 - \sin x) dx = \int dx - \int \sin x dx = x + \cos x + C.$$

$$14. \text{ Ta có: } F'(x) = \left(\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right)' = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{(x + \sqrt{x^2 + 1})}$$

$$= \frac{1 + \frac{(\sqrt{x^2 + 1})'}{2\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = f(x).$$

$$\text{Vậy } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$$

$$15. \text{ Ta có: } f'(x) = (x^2 \ln x)' = (x^2)' \ln x + x^2 (\ln x)' = 2x \ln x + x.$$

$$\text{Suy ra: } g(x) = x \ln x = \frac{f'(x) - x}{2}.$$

$$\text{Vậy } \int g(x) dx = \int \frac{f'(x) - x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (f'(x) - x) dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$$

$$16. a) \int_0^1 (4x^3 + x) dx = x^4 \Big|_0^1 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = (1 - 0) + \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = \frac{3}{2}.$$

$$b) \int_1^2 \frac{x-2}{x^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - 2 \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \ln x \Big|_1^2 + \frac{2}{x} \Big|_1^2 = (\ln 2 - \ln 1) + \left(\frac{2}{2} - \frac{2}{1} \right) = \ln 2 - 1.$$

$$c) \int_0^4 2^{2x} dx = \int_0^4 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} \Big|_0^4 = \frac{4^4}{\ln 4} - \frac{4^0}{\ln 4} = \frac{255}{\ln 4}.$$

$$d) \int_1^2 (e^{x-1} + 2^{x+1}) dx = \frac{1}{e} \int_1^2 e^x dx + 2 \int_1^2 2^x dx = \frac{1}{e} e^x \Big|_1^2 + \frac{2 \cdot 2^x}{\ln 2} \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{e} (e^2 - e) + \left(\frac{2 \cdot 2^2}{\ln 2} - \frac{2 \cdot 2^1}{\ln 2} \right) = e + \frac{4}{\ln 2} - 1.$$

$$17. a) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\cot \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{6} = -1 + \sqrt{3}.$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan x) \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + \sin x) dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left(\sin \frac{\pi}{4} - \sin 0 \right) - \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos 0 \right) = 1.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 13, 14, 15, 16, 17.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: nguyên hàm, tích phân đã được học.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về công thức nguyên hàm, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân của các hàm số sơ cấp cơ bản; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức nguyên hàm, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân của các hàm số sơ cấp cơ bản; đồng thời sử dụng các kiến thức đó vào giải các bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

c) Sản phẩm:

18. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$ được tính theo công thức

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (3t + 4) dt = \left(\frac{3}{2}t^2 + 4t \right) \Big|_0^5 = \frac{115}{2}.$$

19. Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 3 dt = 3t + C$. $v_0 = 1 \Rightarrow C = 1; v(t) = 3t + 1$.

Vậy sau 10 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc tốc độ (vận tốc) của chất điểm là

$$v(10) = 3 \cdot 10 + 1 = 31 \text{ (m/s)}.$$

20. a) Tại thời điểm năm 2015 tương ứng $t = 0$, tại thời điểm 2020 tương ứng $t = 5$. Do đó ta có:

$$P(5) - P(0) = 20 \int_0^5 (1,106)^t dt = 20 \cdot \frac{(1,106)^t}{\ln 1,106} \Big|_0^5 = 130,008.$$

Vậy số dân của thành phố đầu năm 2020 là $P(5) = P(0) + 130,008 \approx 1138$ nghìn người.

b) Tốc độ tăng dân số trung bình hàng năm của thành phố giai đoạn từ đầu năm 2015 đến đầu năm 2020

$$\text{là } \frac{1}{5-0} \cdot \int_0^5 20(1,106)^t dt = 26 \text{ nghìn người}$$

21. a) Quãng đường $s(t)$ vật di chuyển được sau thời gian t giây (trong khoảng thời gian vật đang rơi):

$$s(t) = \int v(t) dt = \int 10t dt = 5t^2 + C; s(0) = 0 \Rightarrow C = 0; s(t) = 5t^2 \text{ (m)}.$$

Vật rơi từ độ cao 100m nên $s(t) \leq 100$, suy ra $0 \leq t \leq 2\sqrt{5}$.

Vậy sau khi vật rơi được t giây ($0 \leq t \leq 2\sqrt{5}$) thì vật có quãng đường $s(t) = 5t^2$ (m).

b) Sau $2\sqrt{5} \approx 4,5$ giây thì vật chạm đất. Tốc độ rơi trung bình của vật là $\frac{100}{2\sqrt{5} - 0} \approx 22.36$ (m/s).

$$22. S_1 = \int_0^3 (-x^2 + 4x - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \frac{9}{2}.$$

$$S_2 = \int_3^4 (x - (-x^2 + 4x)) dx = \int_3^4 (x^2 - 3x) dx = \frac{11}{6}.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{11}.$$

23. Dung tích của chậu được tính theo công thức:

$$V = \int_0^{16} S(x) dx = \int_0^{16} \pi(10 + \sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^{16} (100 + 20\sqrt{x} + x) dx = \frac{7744\pi}{3}.$$

24. Thể tích của lều được tính theo công thức:

$$V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2})^2 dx = \int_0^3 (9 - x^2) dx = 18 \text{ (đvtt)}.$$

25. Phương trình đường tròn tâm O bán kính $r = 2$ là $x^2 + y^2 = 4$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_{-1}^1 (4 - x^2) d(x) = \frac{22\pi}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp vận dụng các công thức, tính chất nguyên hàm tích phân và hiểu, vận dụng vào các bài toán thực tế trong vật lý.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán ứng dụng nguyên hàm, ứng dụng tích phân thì việc đầu tiên là đưa về dạng cơ bản, nắm thật vững các công thức, quy tắc, sử dụng linh hoạt các công thức biến đổi.

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về ứng dụng nguyên hàm, tích phân các hàm số thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC *(Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)*

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1 :HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

(3 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

- Học sinh nắm được định nghĩa góc của hai đường thẳng trong không gian và định nghĩa hai đường thẳng vuông góc trong không gian.
- Biết cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian.
- Biết cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian

2. Về năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong chứng minh hai đường thẳng vuông góc.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định nghĩa, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất

- Nghiêm túc, tích cực, chủ động, độc lập và hợp tác trong hoạt động nhóm
- Say sưa, hứng thú trong học tập và tìm tòi nghiên cứu liên hệ thực tiễn
- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết chuyển lạ thành quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết chuyển lạ thành quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Soạn KHBD, và chuẩn bị các kiến thức liên quan, dự kiến các tình huống và cách xử lý khi lên lớp.
- Chuẩn bị phương tiện dạy học: Phấn, thước kẻ, máy chiếu...
- Đọc trước bài.
- Làm việc nhóm ở nhà, trả lời các câu hỏi được giáo viên giao từ tiết trước.
- Kê bàn để ngồi học theo nhóm
- Đồ dùng học tập: SGK, vở ghi, vở bài tập, bút, thước, compa. Chuẩn bị bảng phụ, bút viết bảng...

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP

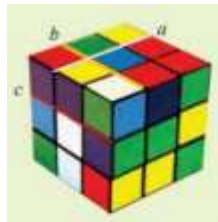
Diểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

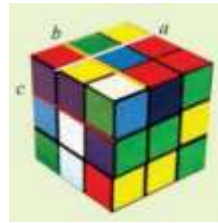
a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó tạo được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Hoạt động 1.1. Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:

Câu hỏi 1: Xác định góc giữa hai đường thẳng a, b trong hình . Nhắc lại số đo góc giữa hai đường thẳng song song và hai đường thẳng trùng nhau. Câu hỏi 2: Dự đoán góc giữa hai đường thẳng a, c trong hình .	

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

Trả lời câu hỏi 1: $a \perp b \Rightarrow (a; b) = 90^\circ$ Hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau có số đo góc bằng 0° Trả lời câu hỏi 2: Dự đoán $(a; c) = 90^\circ$	

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- Giáo viên trình chiếu hình ảnh. - Học sinh thảo luận nhanh.
Thực hiện	- HS quan sát. - HĐ 1.1 : - Câu 1: $(a;b) = 90^0$ - Câu 2: $(a;c) = 90^0$
Báo cáo thảo luận	- Học sinh đứng tại chỗ trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

a) Mục tiêu: Hiểu được định nghĩa và biết cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian

b) Nội dung:

HĐ 2.1. Quan sát **Hình 1** và trả lời các câu hỏi sau:

Câu hỏi 1: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b trong không gian. Qua một điểm M tùy ý vẽ $a' // a$ và vẽ $b' // b$. Khi thay đổi vị trí của điểm M, có nhận xét gì về góc giữa a' và b'? Câu hỏi 2: Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a, b trong không gian ta cần thực hiện như thế nào?	 Hình 1

c) Sản phẩm của học sinh

Trả lời câu hỏi 1: Khi thay đổi vị trí của điểm M, góc giữa hai đường thẳng a' và b' không đổi. Trả lời câu hỏi 2: Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b trong không gian ta cần thực hiện Bước 1: Chọn hoặc dựng điểm M (giả sử điểm $M \notin a$ và $M \notin b$) Bước 2: ➤ Trong mặt phẳng $(a; M)$, qua điểm M kẻ đường thẳng $a' // a$ ➤ Trong mặt phẳng $(b; M)$, qua điểm M kẻ đường thẳng $b' // b$ Bước 3: $(a; b) = (a'; b')$	 Hình 1

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- Giáo viên trình chiếu hình ảnh. - Học sinh thảo luận nhanh.
Thực hiện	- HS quan sát HĐ 1.2 : Trả lời câu hỏi 1: Khi thay đổi vị trí của điểm M, góc giữa hai đường thẳng a' và b' không đổi. Trả lời câu hỏi 2: Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b trong không gian ta cần thực hiện Bước 1: Chọn hoặc dựng điểm M (giả sử điểm $M \notin a$ và $M \notin b$) Bước 2: ➤ Trong mặt phẳng $(a; M)$, qua điểm M kẻ đường thẳng $a' // a$ ➤ Trong mặt phẳng $(b; M)$, qua điểm M kẻ đường thẳng $b' // b$

	- Bước 3: $(a;b) = (a';b')$
Báo cáo thảo luận	- Học sinh đứng tại chỗ trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

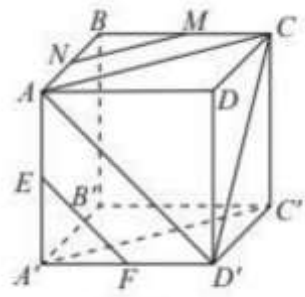
HD 2.2. Gv yêu cầu học sinh đọc định nghĩa góc giữa hai đường thẳng

HS: Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu $(a;b)$ là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b

HD 2.3.

GV	HS
Câu hỏi 1: Trong hình 1 trên, điểm M thuộc a thì góc giữa hai đường thẳng a, b là góc giữa hai đường thẳng nào?	Trả lời câu 1: Điểm $M \in a$ thì $(a;b) = (a;b')$
Câu hỏi 2: Số đo góc giữa 2 đường thẳng trong không gian nằm trong khoảng nào?	Trả lời câu hỏi 2: Số đo góc giữa hai đường thẳng trong không gian nhận giá trị từ 0° đến 90°

HD 2.4. Hoạt động củng cố

Ví dụ 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông và M, N, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, BA, AA', A'D'$. Tính góc giữa các cặp đường thẳng: a) $A'C'$ và BC ; b) MN và EF . Câu hỏi 1: Em hãy trình bày lại lời giải vào vở. Câu hỏi 2: Em hãy tìm cách giải khác với cách giải sách giáo khoa?	 Hình 2
Sản phẩm của học sinh	

a) Ta có $AC \parallel A'C'$, suy ra $(A'C', BC) = (AC, BC) = ACB = 45^\circ$ (Tam giác ABC vuông cân tại B).

b) Ta có $AC \parallel MN, AD' \parallel EF$, suy ra $(MN, EF) = (AC, AD') = CAD' = 60^\circ$ (tam giác ACD' có ba cạnh bằng nhau).

HD 2.5. Hoạt động củng cố

a. GV yêu cầu HS làm Thực hành 1 trong SGK. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông M, N, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, BA, AA', A'D'$. Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a) MN và DD' ;

b) MN và CD' ;

c) EF và CC'

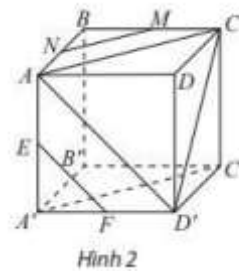
b. Sản phẩm của học sinh

a) $MN \parallel AC$ và $DD' \parallel AA'$

Nên $(MN, DD') = (AC, AA') = A'AC = 90^\circ$

b) $MN \parallel AC$ nên $(MN, CD') = (AC, CD') = D'AC = 60^\circ$

c) $(EF, CC') = (EF, AA') = A'EF = 45^\circ$



3. Hoạt động 3. Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh biết áp dụng các kiến thức về hai đường thẳng vuông góc vào các dạng bài tập cụ thể.

b) Nội dung: Giáo viên yêu cầu học sinh làm **Bài 1 (Sách giáo khoa toán 11 CTST)** “Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ cạnh a . Cho biết $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp AB$ và $SA \perp AD$. Tính góc giữa SB và CD , SD và CB ”

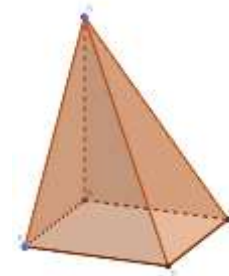
c) Sản phẩm của học sinh

Ta có: $CD // AB$ suy ra $(SB, CD) = (SB, AB) = SBA$

Xét ΔSAB vuông tại A có:

$$\tan \hat{S}BA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \hat{S}BA = 60^\circ$$

Lại có $CB \parallel DA$ suy ra $(SD, CB) = (SD, DA) = 60^\circ$



d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV :Yêu cầu học sinh hoạt động cá nhân sau đó thảo luận nhóm . HS: Nhận nhiệm vụ : làm bài vào bảng nhóm
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. Hoạt động 4. Vận dụng

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng các kiến thức đã học về cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian vào thực tế.

b) Nội dung:

Khung của một mái nhà được ghép bởi các thanh gỗ như Hình 3 . Cho biết tam giác OMN vuông cân tại O . Tính góc giữa hai thanh gỗ a và b .	 Hình 3

c) Sản phẩm :

Do $a // OM$ nên $(a; b) = (OM, b) = 90^\circ$ vì tam giác OMN vuông tại O	 Hình 3

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	Giáo viên yêu cầu học sinh quan sát hình vẽ và tìm ra vị trí tương đối của đường thẳng a với các đường trong tam giác OMN .

	Học sinh tìm ra lời giải.
Thực hiện	Học sinh:Hoạt động nhóm cặp đôi. GV quan sát, theo dõi các nhóm. Giải thích câu hỏi nếu các nhóm chưa hiểu nội dung các vấn đề nêu ra
Báo cáo thảo luận	Các nhóm thực hiện HĐ1.8 qua bảng phụ, đại diện nhóm treo bảng phụ và trình bày, giải thích .
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh,của các nhóm ghi nhận và tuyên dương học sinh , nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo Chốt kiến thức và các bước thực hiện tìm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

1.Hoạt động 1. Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Ví dụ 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. Nêu nhận xét về góc giữa các cặp đường thẳng: AB và BB' ; AB và DD' .

c) Sản phẩm

- Góc $(AB, BB') = \angle ABB' = 90^\circ$
- Góc $(AB, DD') = (AB, BB') = \angle ABB' = 90^\circ$

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	Học sinh cho biết $ABCD.A'B'C'D'$ là hình gì? Yêu cầu học sinh vẽ hình Học sinh tìm ra lời giải.
Thực hiện	Học sinh: Hoạt động cá nhân nhanh GV quan sát, theo dõi. Giải thích câu hỏi nếu học sinh chưa hiểu nội dung các vấn đề nêu ra

Báo cáo thảo luận	Các nhóm thực hiện giải ví dụ 3 qua bảng phụ, đại diện nhóm treo bảng phụ và trình bày, giải thích .
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, của các nhóm ghi nhận và tuyên dương học sinh , nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo Chốt kiến thức và các bước thực hiện tìm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

2. Hoạt động 2. Hình thành kiến thức mới:

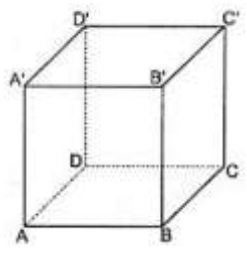
a) Mục tiêu: Hiểu được định nghĩa và biết chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian

b) Nội dung và sản phẩm của học sinh

HD 2.1. Định nghĩa hai đường thẳng vuông góc

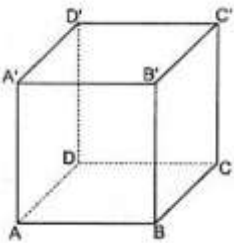
Giáo viên	Học sinh
Câu hỏi 1: Hãy nhắc lại định nghĩa hai đường thẳng vuông góc trong mặt phẳng? Câu hỏi 2: Trong không gian hai đường thẳng vuông góc được định nghĩa như thế nào? Câu hỏi 3: Từ định nghĩa rút ra cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian	$a \perp b \Leftrightarrow (a, b) = 90^\circ$ * Để chứng minh $a \perp b$ ta cần tính góc giữa hai đường thẳng a, b : $(a, b) = 90^\circ$

HD 2.2.

Giáo viên giao nhiệm vụ	Sản phẩm
Ví dụ 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. a) Tìm các đường thẳng đi qua hai đỉnh của hình lập phương và vuông góc với AC .	

b) Trong các đường thẳng tìm được ở câu a, tìm đường thẳng chéo với AC .	a) Các đường thẳng đi qua hai đỉnh của hình lập phương và vuông góc với AC là: $BD, B'D', AA', BB', CC', DD'$ b) Các đường thẳng đi qua hai đỉnh của hình lập phương và vuông góc với AC mà chéo AC là: $B'D', BB', DD'$

Hoạt động 2.3. Từ ví dụ trên giáo viên đặt thêm các câu hỏi tương tác

Giáo viên	Học sinh
Câu hỏi 4: Nêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vuông góc trong không gian?	Trả lời câu hỏi 4: Giả sử a và b là hai đường thẳng trong không gian Nếu a, b cùng thuộc một mặt phẳng thì a, b có các vị trí sau - Song song - Trùng nhau - Cắt nhau tại một điểm Nếu a, b không cùng thuộc một mặt phẳng thì a chéo b
Câu hỏi 5: Cho 2 đường thẳng a, b song song. Nếu một đường thẳng c vuông góc với đường thẳng này thì có vuông góc với đường kia không? Chứng minh?	Trả lời câu hỏi 5: $\begin{cases} a // b \\ (a, c) = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow (b, c) = 90^\circ \Rightarrow b \perp c$
Câu hỏi 6: Trong không gian, khi có hai đường thẳng phân biệt a, b cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba c thì ta có thể kết luận được $a // b$? Lấy ví dụ minh họa trong hình lập phương trên.	Trả lời câu hỏi 6: Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ 

	Có $BB' \perp A'B'$ và $BB' \perp BC$ nhưng $A'B'$ không song song với BC
Câu hỏi 7: Hãy tóm tắt các chú ý dưới dạng ký hiệu a) Hai đường thẳng vuông góc có thể cắt nhau hoặc chéo nhau. b) Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường này thì cũng vuông góc với đường kia. c) Trong không gian, khi có hai đường thẳng phân biệt a, b cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba c thì ta chưa kết luận được $a // b$ như trong hình học phẳng.	Trả lời câu hỏi 7: a) Hai đường thẳng vuông góc có thể cắt nhau hoặc chéo nhau. b) Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$ c) Nếu a, b phân biệt, $a \perp c, b \perp c$ thì $a // b$ hoặc a chéo b

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	Bài toán khởi động để đưa ra định nghĩa hai đường thẳng vuông góc trong không gian
Thực hiện	Đối với HĐ 2.2, HĐ 2.3: HS làm việc độc lập, đưa ra câu trả lời nhanh nhất. GV quan sát, nhận xét, chính xác hoá kiến thức Đối với HĐ 2.3, HS làm việc theo nhóm đôi GV quan sát, theo dõi các nhóm. Giải thích câu hỏi nếu các nhóm chưa hiểu nội dung các vấn đề nêu ra
Báo cáo thảo luận	Đại diện các nhóm đưa đáp án. HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, của các nhóm ghi nhận và tuyên dương học sinh, nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo Chốt kiến thức và cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

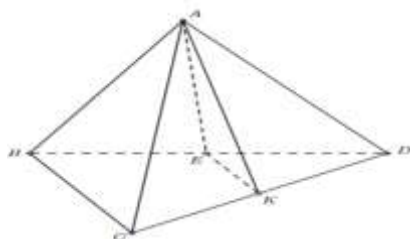
a) Mục tiêu: Học sinh biết áp dụng các kiến thức về hai đường thẳng vuông góc vào các dạng bài tập cụ thể.

b) Nội dung: học sinh làm bài 4 trong sách giáo khoa toán 11 CTST “Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi K là trung điểm của CD . Tính góc giữa hai đường thẳng AK và BC ”

c) Sản phẩm:

- Học sinh viết bài làm ra phiếu học tập cá nhân.
- Học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

Dự kiến sản phẩm của học sinh



Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD

$\Rightarrow AK, AE$ lần lượt là đường trung tuyến đồng thời là đường cao trong Δ đều ACD và ABD .

Khi đó $(AK, BC) = (AK, KE)$

Xét tam giác AKE có: $AK = AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $EK = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác AKE : $\cos \widehat{AKE} = \frac{AK^2 + KE^2 - AE^2}{2 \cdot AK \cdot KE} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AK và BC là 73°

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 6 nhóm. HS: Học sinh thảo luận nhóm viết vào phiếu học tập .
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

- Mục tiêu: Học sinh vận dụng các kiến thức đã học về hai đường thẳng vuông góc, hai đường thẳng chéo nhau vào thực tế.
- Nội dung: Lấy ví dụ trong thực tế về hai đường thẳng vuông góc cắt nhau, hai đường thẳng chéo nhau vuông góc?
- Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của cá nhân/ nhóm học sinh

Dự kiến

* Hai đường thẳng vuông góc (cắt nhau)  <i>Xà ngang và cột dọc của một khung thành</i>	* Hai đường thẳng vuông góc (chéo nhau)  <i>Tuyến đường sắt trên cao và tuyến đường bộ bên dưới cho ta hình ảnh của hai đường thẳng vuông góc</i>

- Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: đặt câu hỏi

	HS: nghe
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS: Đọc, nghe, suy nghĩ
Báo cáo thảo luận	HS chỉ ra các hình ảnh có trong thực tế
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức toàn bài Hướng dẫn HS xây dựng sơ đồ tư duy các kiến thức trong bài học

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 2: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Học sinh trình bày được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.
- Phân biệt được định nghĩa với điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng từ đó giúp học sinh biết cách chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và biết thêm một cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc.
- Mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước
- Đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với mặt phẳng cho trước.
- Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.
- Xác định được hình chiếu vuông góc của điểm, đường thẳng trên mặt phẳng cho trước.
- Định lý 3 đường vuông góc.
- Biết cách sử dụng định lý ba đường vuông góc để chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực hợp tác: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- Năng lực sử dụng ngôn ngữ: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về quan hệ vuông góc giữa hai đường thẳng, hình ảnh thực tế.
- Máy chiếu
- Bảng phụ

- Phiếu học tập
- Video tương tác

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

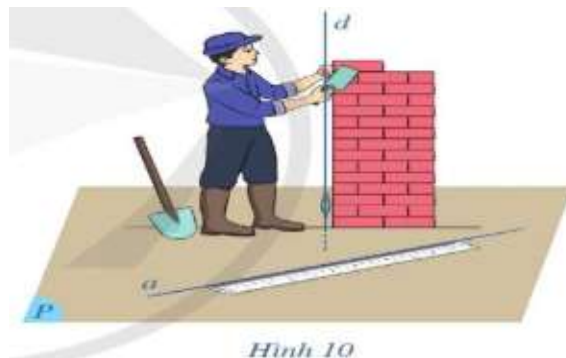
a) Mục tiêu: Học sinh hiểu được nội dung bài toán dẫn đến định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Hình 10 mô tả một người thợ xây đang thả dây dọi vuông góc với nền nhà.

- Coi dây dọi như đường thẳng d và nền nhà như mặt phẳng (P) , khi đó Hình 10 gợi nên hình ảnh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

- Người thợ xây đặt chiếc thước thẳng ở một vị trí tùy ý trên nền nhà. Coi chiếc thước thẳng đó là đường thẳng a trong mặt phẳng (P) , nêu dự đoán về mối liên hệ giữa đường thẳng d và đường thẳng a ?



Hình 10

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	- Giáo viên chiếu bài tập.
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng a . Do đó, đường thẳng d vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng (P) .

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

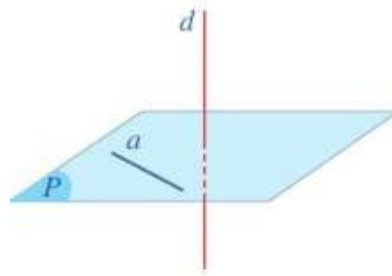
Hoạt động 2.1a: Định nghĩa

a) Mục tiêu: Giúp học sinh biết được định nghĩa thế nào là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) Nội dung:

Định nghĩa:

Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu đường thẳng d vuông góc với mọi đường thẳng a trong mặt phẳng (P) , kí hiệu $d \perp (P)$ hoặc $(P) \perp d$.



Hình 11

c) Sản phẩm: Nội dung định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân tóm tắt định nghĩa.

Chuyển giao	- Giáo viên yêu cầu tóm tắt nội dung định nghĩa.
Thực hiện	- Trả lời câu hỏi trên video tương tác - HS tự nêu định nghĩa, GV nhận xét. - HS làm việc cá nhân: Tóm tắt nội dung định nghĩa.
Báo cáo thảo luận	- Gọi một học sinh lên bảng tóm tắt định nghĩa - Học sinh dưới lớp nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét - Chốt kiến thức: $d \perp (P) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \in (P)$: Kí hiệu: $d \perp (P)$ hoặc $(P) \perp d$.

Hoạt động 2.1b: Luyện tập

a) Mục tiêu: Giúp học sinh nhận biết được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

b) nội dung:

Cho biết cột của trụ gôn của một sân bóng đá là đường thẳng d vuông góc với mặt sân (Hình 3).

Tìm góc giữa d và một đường thẳng a kẻ trên sân



Hình 3

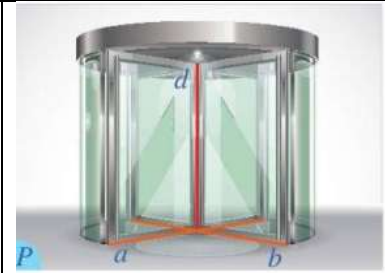
Hoạt động 2.2a: Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

a) Mục tiêu: Học sinh hiểu được định lý về điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) Nội dung:

-Ví dụ 1. Hình 12 mô tả cửa tròn xoay, ở đó trục cửa và hai mép dưới cửa gọi nên hình ảnh các đường thẳng d, a, b ; sàn nhà coi như mặt phẳng (P) chứa a và b .

Hỏi đường thẳng d có vuông góc với mặt phẳng (P) hay không?



Hình 12

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động nhóm cặp đôi.

Chuyển giao	- Giáo viên chiếu nội dung bài toán
Thực hiện	- HS làm việc theo nhóm cặp đôi: Suy nghĩ trả lời câu hỏi
Báo cáo thảo luận	- Gọi đại diện một nhóm trả lời - Học sinh dưới lớp nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét - Chốt kiến thức: $d \perp a, d \perp b, a$ và b cắt nhau cùng nằm trong (P) $\Rightarrow d \perp (P)$ hoặc $(P) \perp d$.

Ta thừa nhận định lý sau:

- Định lý 1: Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) thì $d \perp (\alpha)$.

Hoạt động 2.2b: luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh hiểu được định lý về điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng áp dụng chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

b) Nội dung:

-Ví dụ 2. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ tâm O và có $SA = SC, SB = SD$

Cho I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Chứng minh rằng:

a) $SO \perp (ABCD)$ b) $IK \perp (SBD)$.

c) Sản phẩm: Cách chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cặp đôi

Chuyển giao	- Trả lời 2 câu hỏi bài toán - Hình thành định lý.

	- Rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - 2 dãy làm ví dụ 2 phần a, 2 dãy còn lại làm phần b ví dụ 2, hs hoạt động cặp đôi theo bàn.
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ. - Mong đợi: Bài toán; a/ Giải thích được 2 tam giác bằng nhau(c-c-c) b/ Tam giác DEF cân, suy ra góc giữa d và c là góc vuông - Nêu được điều kiện để đường thẳng vuông góc mặt phẳng
Báo cáo thảo luận	- Các cặp thảo luận đưa ra cách chứng minh bài toán. - Phát biểu được định lý và phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. - Thực hiện được VD2 và lên bảng trình bày lời giải chi tiết - Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận, chốt kiến thức.

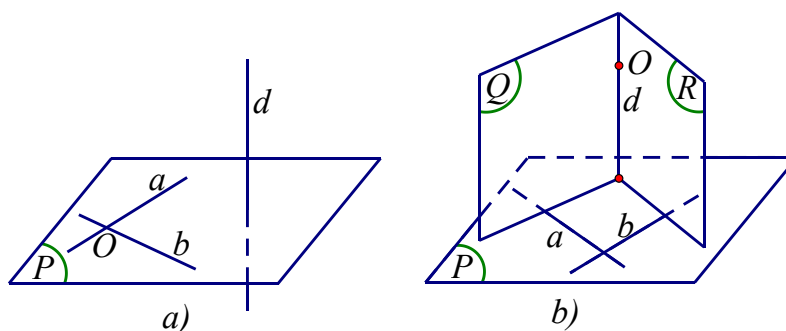
Hoạt động 2.3: Tính chất

a) Mục tiêu: Học sinh nêu được nội dung của định lý 2, hiểu và làm được ví dụ 3

b) Nội dung:

*Bài toán 3: a) Trong không gian, cho điểm O và đường thẳng d . Gọi a, b là hai đường thẳng phân biệt đi qua O và vuông góc với d (Hình 6a). Có nhận xét gì về vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mp(a, b) ?

b) Trong không gian, cho điểm O và mặt phẳng (P) . Gọi (Q) và (R) là hai mặt phẳng đi qua O và lần lượt vuông góc với hai đường cắt nhau a, b nằm trong (P) (Hình 6b). Có nhận xét gì về vị trí giữa mặt phẳng (P) và giao tuyến d của $(Q), (R)$?



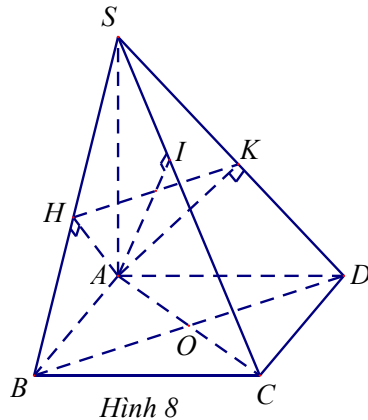
Hình 6

* **Định lý 2.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

***Ví dụ 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, O là giao điểm của AC và BD , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SC, SD . Chứng minh rằng:

a) $CB \perp (SAB)$ và $CD \perp (SAD)$;

b) $HK \perp AI$.



Giải:

$$CB \perp SA, CB \perp AB$$

$$a/ \quad SA, AB \subset (SAB) \Rightarrow CB \perp (SAB)$$

$$CD \perp SA, CD \perp AD$$

$$SA, AD \subset (SAD) \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$BD \perp SA$$

$$b/ \quad BD \perp AC \Rightarrow BD \perp (SAC), AI \subset (SAC)$$

$$\Rightarrow BD \perp AI, HK // BD \Rightarrow AI \perp HK$$

c) **Sản phẩm:** Nội dung định lý 2, vận dụng làm bài áp dụng

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	- GV chiếu hình ảnh bài toán 3, Hoạt động cá nhân trả lời - Rút ra được nội dung định lý 2 - HS đọc và hiểu ví dụ 3
Thực hiện	- HS thảo luận để trả lời các câu hỏi - Mong đợi: Bài toán 3: - a/ Đường thẳng d vuông góc với mp(a,b) - b/ (P) vuông góc với giao tuyến d -HS hiểu và nêu được nội dung định lý 2

	Trả lời được câu hỏi: Làm thế nào để dựng cột chống một biển báo vuông góc với mặt đất?
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Tiết 2: Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

1. Hoạt động mở đầu: Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

a) Mục tiêu: HS nhận xét được vị trí tương đối

b/ Nội dung: Nêu nhận xét về vị trí tương đối của:

- a) Hai thân cây cùng mọc vuông góc với mặt đất.
- b) Mặt bàn và mặt đất cùng vuông góc với chân bàn.
- c) Thanh xà ngang nằm trên trần nhà và mặt sàn nhà cùng vuông góc với cột nhà.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	-HS trả lời 3 câu hỏi
Thực hiện	- HS hoạt động cá nhân - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận Mong đợi: a/ 2 thân cây song song với nhau b/Mặt bàn và mặt đất song song c/Thanh xà ngang và mặt sàn song song
Báo cáo thảo luận	- 3 Hs đứng tại chỗ trả lời 3 câu hỏi - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

2. Hoạt động hình thành kiến thức: Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

2.1. Định lý 3:

a) Mục tiêu: HS nêu được định lý 3, hiểu và làm đc ví dụ 4

b)Nội dung:

Định lý 3: a) Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

b) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Ví dụ 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' \perp (ABCD)$.

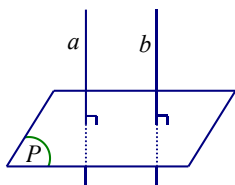
Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC .

a) Qua M vẽ đường thẳng a song song với AA' . Chứng minh $a \perp (ABCD)$.

b) Qua N vẽ đường thẳng b vuông góc với $(ABCD)$. Chứng minh $b // AA'$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- Gv chiếu hình 11 lên và yêu cầu học sinh phát biểu định lý 3  Hình 11 - Làm ví dụ 4
Thực hiện	- HS hoạt động cá nhân thực hiện nhiệm vụ. - Mong đợi: HS lấy được ví dụ thực tế áp dụng định lý 3, trả lời được ngay ví dụ 4
Báo cáo thảo luận	-HS báo cáo, các học sinh khác lắng nghe, nhận xét
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh GV kết luận.

2.2.Định lý 4:

a) Mục tiêu: HS nêu được định lý 4, hiểu và làm đc ví dụ 5

b)Nội dung:

Định lý 4: a) Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

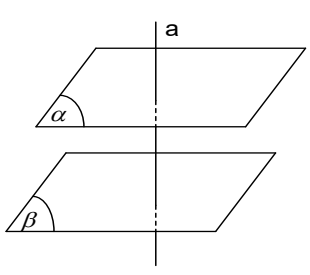
Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$.

a) Vẽ mặt phẳng (Q) đi qua S và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh $SA \perp (Q)$.

b) Cho M là trung điểm của SA . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $(ABCD)$. Chứng minh $SA \perp (P)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- Gv chiếu hình 13 lên và yêu cầu học sinh phát biểu định lý 4  - Học sinh hoạt động cá nhân ví dụ 5(SGK)
Thực hiện	- HS thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh - Mong đợi: HS phát biểu đúng định lý, trả lời được ví dụ 5
Báo cáo thảo luận	-HS báo cáo, các HS khác chú ý theo dõi
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

2.3.Định lý 5:

a) Mục tiêu: HS nêu được định lý 5, hiểu và làm đc ví dụ 6

b) Nội dung:

Định lý 5: a) Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a .

b) Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (α) (không chứa a) cùng vuông góc với một đường thẳng b thì chúng song song với nhau.

Ví dụ 6. Cho ba đoạn thẳng OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau.

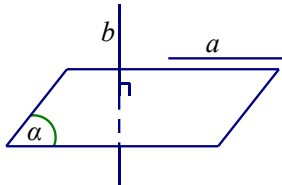
a) Cho M là trung điểm của CA và a là đường thẳng tùy ý đi qua M và song song

với mặt phẳng (OAB) . Chứng minh $a \perp OC$.

b) Gọi b là một đường thẳng tùy ý đi qua C và b vuông góc với OC . Chứng minh $b \parallel (OAB)$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	- Gv chiếu hình 16 lên và yêu cầu học sinh phát biểu định lý 5  Hình 16 - Học sinh hoạt động cặp đôi ví dụ 6
Thực hiện	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - Mong đợi: HS phát biểu được định lý 5 và hoàn thành ví dụ 6
Báo cáo thảo luận	-Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi, thảo luận
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a. Mục tiêu: Vận dụng kiến thức chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, mối liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

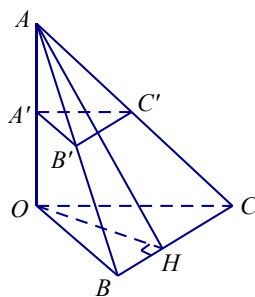
b. Nội dung

Ví dụ 1: Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) và có A', B', C' lần lượt

là trung điểm của OA, AB, AC . Vẽ OH là đường cao của tam giác OBC . Chứng minh rằng:

a) $OA \perp (A'B'C')$;

b) $B'C' \perp (OAH)$.



Hình 15

Giải:

a/ $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OB, OA \perp OC(1), A'B', A'C'$ là các đường trung bình của tam giác

OAB, OAC , nên: $A'B' \parallel OB, A'C' \parallel OC(2)$. Từ 1,2 suy ra

$$OA \perp A'B', OA \perp A'C' \Rightarrow OA \perp (A'B'C')$$

b/ $BC \perp OH, BC \perp OA \Rightarrow BC \perp (OAH)$

$B'C'$ là đường trung bình tam giác ABC suy ra $B'C' \parallel BC$

Suy ra: $B'C' \perp (OAH)$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d/ Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Vận dụng các định lý trong bài giải quyết bài toán thực tiễn

b) Nội dung: Một kệ sách có bốn trụ chống và các ngăn làm bằng các tấm gỗ (Hình 18). Làm thế nào dùng một êke để kiểm tra xem các tấm gỗ có vuông góc với mỗi trụ chống và song song với nhau hay không? Giải thích cách làm.



Hình 18

Giải

- Giả sử các trụ chống song song với nhau, dùng ê ke để đo xem 1 ngăn có vuông góc với trụ hay không, nếu ngăn đó vuông góc với trụ suy ra 3 trụ còn lại cũng vuông góc với ngăn (áp dụng định lý 3).
- Tiếp tục đo góc giữa trụ và các ngăn còn lại nếu các ngăn còn lại cũng vuông góc với trụ suy ra các ngăn đó song song với nhau (áp dụng định lý 4).

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận cặp đôi, theo nhóm.

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách thực hiện
Thực hiện	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức

1. Hoạt động mở đầu: Phép chiếu vuông góc

a) Mục tiêu: HS nêu được định nghĩa phép chiếu vuông góc

b) Nội dung:

HD5, định nghĩa, ví dụ 7, chú ý

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- Gv chiếu hình 19 lên và yêu cầu học sinh quan sát trả lời câu hỏi - Nêu định nghĩa phép chiếu vuông góc.

	- Giải thích được ví dụ 7
Thực hiện	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Mong đợi: Hs trả lời được - Đường thẳng MM' vuông góc với sàn - HS nêu được định nghĩa và trả lời được ví dụ 7 - Hiểu và nắm được chú ý
Báo cáo thảo luận	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời cho câu hỏi về phép chiếu vuông góc
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

2. Hoạt động hình thành kiến thức mới: định lí ba đường vuông góc

a) **Mục tiêu:** Hs nêu được định lí ba đường vuông góc

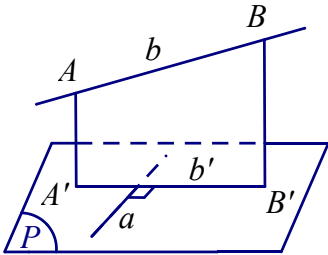
b) **Nội dung:**

- Hoạt động 6 SGK

- Định lí ba đường vuông góc: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P) . Gọi b' là hình chiếu vuông góc của b trên (P) . Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b' .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	- Gv chiếu hình 22 và yêu cầu học trả lời câu hỏi hoạt động 6  Hình 22 -Nêu định lý 3 đường vuông góc
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ. - Mong đợi: HD6: a/ $A'B'$ là hình chiếu của b trên (P) b/ i/ a vuông góc $mp(b,b')$ ii/ a vuông góc b'

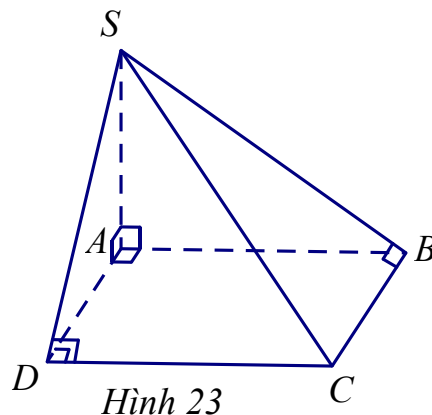
	c/ i/ a vuông góc mp(b,b') ii/ a vuông góc b
Báo cáo thảo luận	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời - Ý nghĩa của định lý 3 đường vuông góc là: Đưa việc chứng minh hai đường thẳng không cùng thuộc một mặt phẳng vuông góc với nhau bằng việc chứng minh vuông góc với hình chiếu của nó nằm cùng trên một mặt phẳng.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) **Mục tiêu:** Vận dụng định lý 3 đường vuông góc làm bài tập

b) **Nội dung:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Chứng minh $CD \perp SD$ và $CB \perp SB$.

Giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra DA là hình chiếu vuông góc của DS trên $(ABCD)$ và BA là hình chiếu vuông góc của BS trên $(ABCD)$. Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $CD \perp DA$ suy ra theo định lý ba đường vuông góc ta có $CD \perp SD$.

Tương tự ta cũng có $CB \perp AB$, suy ra theo định lý ba đường vuông góc ta có $CB \perp SB$.

c) **Sản phẩm: bài làm của học sinh**

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.

	* Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

4. Hoạt động 4: Vận dụng

- a) Mục tiêu: HS biết áp dụng định lý 3 đường vuông góc vào các bài toán thực tế
- b) Nội dung: Nêu cách tìm hình chiếu vuông góc của một đoạn thẳng AB trên trần nhà xuống nền nhà bằng hai dây dọi.

Giải:

Nối dây dọi lần lượt từ A, B kéo vuông góc xuống nền nhà đc điểm A', B' trên nền nhà

- A'B' là hình chiếu vuông góc của AB trên nền nhà

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải.
Báo cáo thảo luận	- 1 HS trình bày, các nhóm khác suy nghĩ
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

(2tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt:

- Nhận biết được hai mặt phẳng vuông góc trong không gian.
- Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
- Giải thích được tính chất cơ bản về hai mặt phẳng vuông góc.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều.

2. Năng lực

- Học sinh có cơ hội phát triển một số năng lực:
 - + Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Thực hiện được các thao tác tư duy: so sánh, phân tích, tổng hợp, đặc biệt hóa, khái quát hóa, tương tự.
 - + Năng lực giao tiếp toán học: Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các định nghĩa, định lý trong bài dưới dạng các kí hiệu Toán học.
 - + Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Phát hiện được vấn đề cần giải quyết; Xác định được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề.
 - + Năng lực mô hình hóa Toán học : Xác định được mô hình toán học (góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc) cho các tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất:

- Trách nhiệm: Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác, tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Bút viết bảng, phần mềm Geogebra, máy chiếu, bút trình chiếu lazer.
- Vở ghi, bút, thước.
- Video tương tác

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu: Thông qua ví dụ nhận biết được định nghĩa hai mặt phẳng vuông góc.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết
Quan sát hình và trả lời câu hỏi sau



Trong thực tế người ta thường nói mặt ngang và mặt đứng của các bậc thang vuông góc với nhau. Vậy thế nào là hai mặt phẳng vuông góc?



H1- Mặt ngang và mặt đứng của các bậc thang có mối quan hệ gì với nhau?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** :GV nêu câu hỏi

*) **Thực hiện**: Học sinh suy nghĩ

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi HS trả lời

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá câu trả lời của học sinh

- Dẫn dắt vào bài mới.

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

1.1 Định nghĩa

a) Mục tiêu: hình thành khái niệm góc giữa hai mặt phẳng trong không gian.

b) Nội dung : GV đặt câu hỏi

a) Có thể xác định góc giữa hai cánh cửa nắp hầm (Hình 1) bằng cách sử dụng góc giữa hai cây chống vuông góc với mỗi cánh hay không?

b) Thế nào là góc giữa hai mặt phẳng?



Hình 1

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** :GV nêu câu hỏi

*) **Thực hiện**: Chia lớp thành 4 nhóm nghiên cứu SGK đưa ra câu trả lời

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- Gv gọi đại diện nhóm trả lời. Khi 1 đại diện 1 nhóm trả lời trả lời các nhóm khác theo dõi, phản biện.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

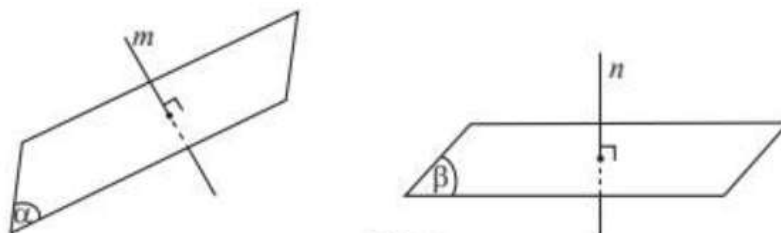
- Giáo viên đánh giá chung và giải quyết các vấn đề mà học sinh chưa giải quyết được

1. Góc giữa hai mặt phẳng.

1.1. Định nghĩa:

ĐN1: Góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với (α) và (β) , kí hiệu $((\alpha), (\beta))$.

Ta có: $((\alpha), (\beta)) = (m, n)$ với $m \perp (\alpha), n \perp (\beta)$ (Hình 3).

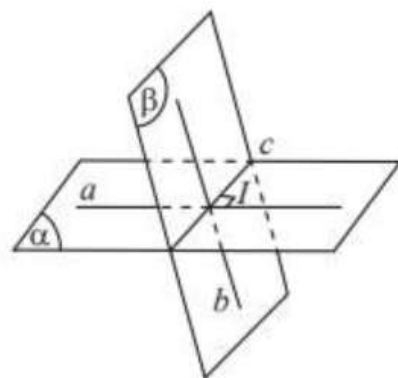


Hình 3

ĐN2: Người ta chứng minh được góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng.

Cho $c = (\alpha) \cap (\beta)$:

$((\alpha), (\beta)) = (a, b)$ với $a \subset (\alpha), b \subset (\beta), a \perp c, b \perp c$ (Hình 4).



Hình 4

1.2. Ví dụ

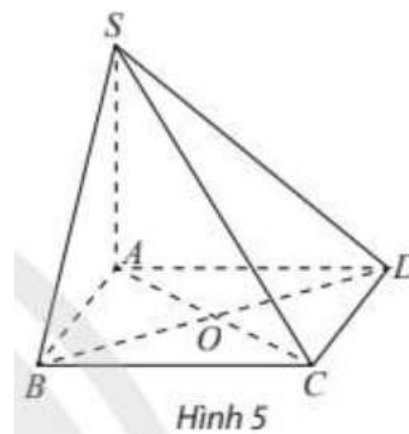
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) ;

c) Sản phẩm: Biết xác định góc giữa hai mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1?Nêu định nghĩa góc giữa 2 mặt phẳng H2?: Vẽ hình H3? Xác định góc giữa 2 mặt phẳng

Thực hiện	* Đại diện nhóm lên trình bày (SAB) và (SAD); Ta có: $CB \perp SA$ và $CB \perp AB$, suy ra $CB \perp (SAB)$; $CD \perp SA$ và $CD \perp AD$, suy ra $CD \perp (SAD)$. Do đó, nếu gọi góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là β thì $\beta = (CB, CD) = BCD = 90^\circ$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức



2. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC.

*) Mục tiêu: Hiểu được khái niệm hai mặt phẳng vuông góc và biết cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

*) Nội dung và phương pháp tổ chức

+) chuyển giao: GV: Hai mặt phẳng vuông góc khi nào?

GV: Hãy phát biểu định lý 1 và ghi nội dung của định lý dưới dạng kí hiệu toán học.

GV hướng dẫn học sinh chứng minh định lý.

+) thực hiện: Học sinh suy nghĩ trả lời

+) báo cáo, thảo luận: khi học sinh trả lời các học sinh khác theo dõi, phản biện. Giáo viên đánh giá chung và giải quyết các vấn đề mà học sinh chưa giải quyết được.

+) Sản phẩm: Khái niệm hai mặt phẳng vuông góc và cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

2. Hai mặt phẳng vuông góc:

2.1. Định nghĩa: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow (\alpha, \beta) = 90^\circ$

2.2. Các định lý

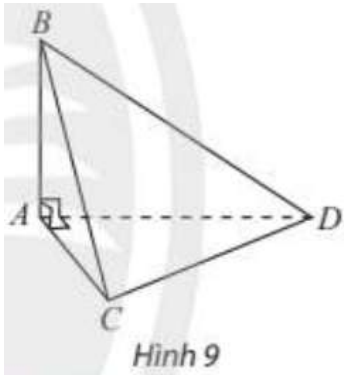
Định lý 1:

$$\begin{cases} a \subset (P) \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q)$$

Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc với nhau. Chứng minh rằng các mặt phẳng (ABC) , (ACD) đôi một vuông góc với nhau.

c) Sản phẩm: Biết chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Nêu cách chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc H2?: Vẽ hình H3? Chứng minh 2 mặt phẳng sau đây vuông góc (ABC) và (ACD)
Thực hiện	* Đại diện nhóm lên trình bày Nhóm 1+2:  Hình 9 Ta có $AB \perp AC$, $AB \perp AD \Rightarrow AB \perp (ACD)$ Mà $AB \subset (ABC) \Rightarrow (ABC) \perp (ACD)$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

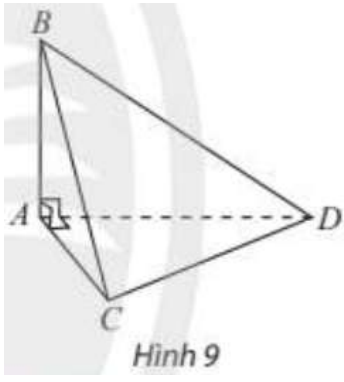
Định lý 2:

$$\begin{cases} (P) \perp (Q), (P) \cap (Q) = c \\ a \subset (P), a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$$

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh $SM \perp (ABC)$.

c) Sản phẩm: Biết chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng dựa vào 2mp vuông góc

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Nêu cách chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc H2?: Vẽ hình H3? Chứng minh $SM \perp (ABC)$ dựa vào định lý 2
Thực hiện	* Đại diện nhóm lên trình bày  Hình 9 Theo đề bài ta có $(SAB) \perp (ABC)$. Ta có tam giác SAB đều và M là trung điểm của AB, suy ra $SM \perp AB$. Đường thẳng SM nằm trong (SAB) và vuông góc với giao tuyến AB của hai mặt phẳng (SAB) và (ABC). Từ đó suy ra $SM \perp (ABC)$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

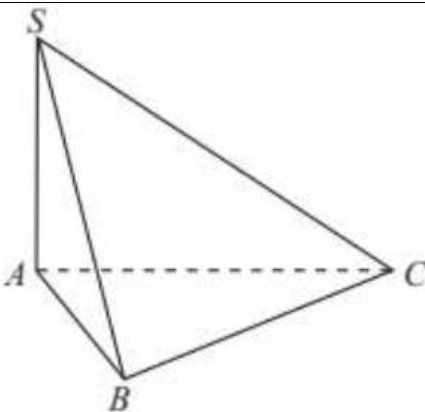
Định lý 3:

$$\left. \begin{array}{l} (P) \cap (Q) = c \\ (P) \perp (R), (Q) \perp (R) \end{array} \right\} \Rightarrow c \perp (R)$$

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA bằng a , đáy ABC là tam giác đều với cạnh bằng a . Cho biết hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính SB và SC theo a .

c) Sản phẩm: Biết chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng dựa vào 2mp vuông góc

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Nêu cách chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc H2?: Vẽ hình H3? Chỉ ra các quan hệ vuông góc cần chứng minh
Thực hiện	 Hình 16 Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC), theo Định lí 3, giao tuyến SA của (SAB) và (SAC) vuông góc với (ABC). Từ $SA \perp (ABC)$ ta có $SA \perp AB$ và $SA \perp AC$, suy ra tam giác SAB và SAC vuông cân tại S, suy ra $SB = SC = a\sqrt{2}$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

3 .HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG, HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

*) Mục tiêu: Học sinh ghi nhớ được định nghĩa các hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, các tính chất và hình ảnh của chúng trong thực tế.

*) Nội dung và phương pháp tổ chức

+) chuyển giao:

- Xem hình vẽ 18- SGK để phát hiện các hình lăng trụ đứng; hình hộp chữ nhật; hình lập phương.

- Yêu cầu học sinh nêu các loại hình lăng trụ đứng và vẽ hình minh họa.
- Các mặt bên của hình lăng trụ đứng có tính chất gì? Vì sao?
- Cho học sinh nghiên cứu ví dụ 5 trang 21 SGK
- Cho HS thảo luận theo nhóm để tìm lời giải ví dụ HĐ3 SGK.

Gọi HS đại diện các nhóm đứng tại chỗ để trình bày lời giải.+) thực hiện: Học sinh suy nghĩ trả lời

+) báo cáo, thảo luận: khi học sinh trả lời các học sinh khác theo dõi, phản biện. Giáo viên đánh giá chung và giải quyết các vấn đề mà học sinh chưa giải quyết được.

+) Sản phẩm: định nghĩa các hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, các tính chất và biết vận dụng các tính chất của các hình trong việc giải toán.

3. Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương

3. 1. Định nghĩa

Hình lăng trụ đứng: tam giác, tứ giác, ngũ giác,...

Hình lăng trụ đều.

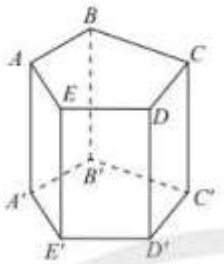
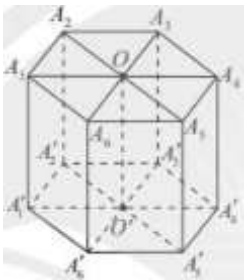
Hình hộp đứng.

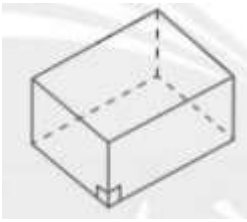
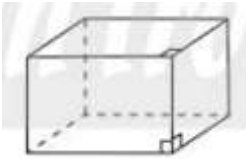
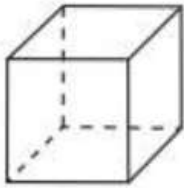
Hình hộp chữ nhật.

Hình lập phương.

Chú ý: các mặt bên của hình lăng trụ đứng luôn vuông góc với đáy và là những hình chữ nhật.

3.2 Tính chất

Tên	Hình vẽ	Tính chất cơ bản
Hình lăng trụ đứng		- Cạnh bên vuông góc với hai đáy. - Mặt bên là các hình chữ nhật.
Hình lăng trụ đều		- Hai đáy là hai đa giác đều. - Mặt bên là các hình chữ nhật. - Cạnh bên và đường nối tâm hai đáy vuông góc với hai đáy

Hình hộp đứng		- Bốn mặt bên là hình chữ nhật. - Hai đáy là hình bình hành.
Hình hộp chữ nhật		- Sáu mặt là hình chữ nhật. - Độ dài a, b, c của ba cạnh cùng đi qua một đỉnh gọi là ba kích thước của hình hộp chữ nhật. - Độ dài đường chéo d được tính theo ba kích thước $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$
Hình lập phương		- Sáu mặt là hình vuông. - Độ dài đường chéo d được tính theo độ dài cạnh a : $d = a\sqrt{3}.$

HD3:  Một chiếc lồng đèn kéo quân có dạng hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy bằng 10 cm và cạnh bên bằng 30 cm (Hình 20). Tính tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn đó.



c) Sản phẩm: Biết tính chất của hình lăng trụ đứng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Nêu tính chất các mặt bên của hình lăng trụ đứng H2? Tính diện tích từng mặt bên và tổng diện tích các mặt bên
Thực hiện	Các mặt bên là các hình chữ nhật Do đáy là lục giác đều nên các mặt bên là các hình chữ nhật bằng nhau S một mặt bên $= 10.30 = 300\text{cm}^2$ Tổng diện tích 6 mặt bên $= 6.300 = 1800\text{cm}^2$
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Tiết 3:

4. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

*) Mục tiêu: Khái niệm, hình ảnh và tính chất của hình chóp đều và hình chóp cắt đều

*) Nội dung và phương pháp tổ chức

+) chuyển giao:

Yêu cầu học sinh nêu định nghĩa SGK.

- Chú ý: khái niệm đường cao của hình chóp.

- Các mặt bên của hình chóp đều có tính chất gì? Giải thích tại sao?

- Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với đáy các góc bằng nhau. Vì sao?

- Nếu ta cắt hình chóp đều bởi một mặt phẳng song song với đáy thì ta được một hình chóp cắt đều. Vậy, hình chóp cắt đều là gì ?

- Em có nhận xét gì về hai đa giác đáy ?

- Cho ví dụ về hình chóp cắt để minh họa.

- Nêu nhận xét của hình chóp cắt.

+) thực hiện: Học sinh suy nghĩ trả lời

+) báo cáo, thảo luận: khi học sinh trả lời các học sinh khác theo dõi, phản biện. Giáo viên đánh giá chung và giải quyết các vấn đề mà học sinh chưa giải quyết được.

+) Sản phẩm: Định nghĩa và các tính chất của hình chóp cắt và hình chóp cắt đều.

4. Hình chóp đều và hình chóp cắt đều.

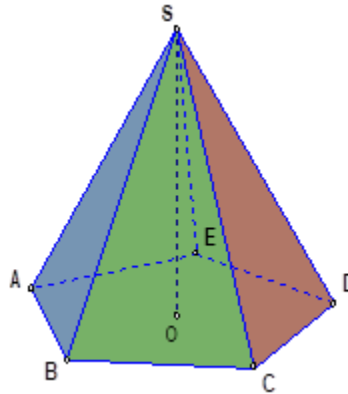
4.1. Hình chóp đều

Cho hình chóp $S_{A_1A_2...A_n}$, gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy.

Khi đó, đoạn thẳng SH được gọi là đường cao của hình chóp, và H gọi là chân đường cao.

Định nghĩa:

Hình chóp có đáy là một đa giác đều và chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy được gọi là hình chóp đều.



Nhận xét:

- Các mặt bên của hình chóp đều là các tam giác cân bằng nhau. Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau.
- Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau

Ví dụ 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB = a$ và cạnh bên $SA = b$ (Hình 23) . Tính độ dài đường cao SO theo a, b .

c) Sản phẩm: Biết định nghĩa, tính chất hình chóp đều

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Nêu định nghĩa, tính chất hình chóp đều H2?: Vẽ hình H3? Dựa vào quan hệ vuông góc tính SO
Thực hiện	Ta có O là trọng tâm của tam giác đều ABC , suy ra $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$ Trong tam giác SOA vuông tại O , ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}.$

	.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hình chóp cắt đều.

Định nghĩa

Phần hình chóp đều nằm giữa đáy và một thiết diện song song với đáy cắt các cạnh bên của hình chóp đều được gọi là hình chóp cắt đều

Kí hiệu: $A_1A_2...A_n.B_1B_2...B_n$

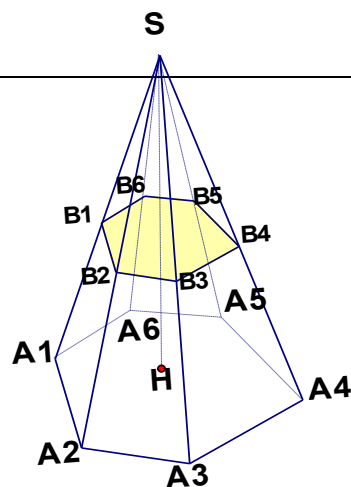
Nhận xét:

Hai đáy của hình chóp cắt đều là hai đa giác đều đồng dạng.

Ví dụ 7: Cho hình chóp cắt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$, đáy lớn $ABCD$ có cạnh bằng a , đáy nhỏ $A'B'C'D'$ có cạnh bằng b , chiều cao $OO' = h$ với O, O' lần lượt là tâm của hai đáy. Tính độ dài cạnh bên CC' của hình chóp cắt đó.

c) Sản phẩm: Biết định nghĩa, tính chất hình chóp cắt đều

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;



Chuyển giao	H1? Nêu định nghĩa, tính chất hình chóp cắt đều H2?: Vẽ hình H3? Dựa vào quan hệ vuông góc tính CC'
Thực hiện	Trong hình thang vuông $OO'C'C$, vẽ đường cao $C'H (H \in OC')$ (Hình 27) Hình 27

	Ta có $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, O'C' = \frac{b\sqrt{2}}{2}$ suy ra $HC = \frac{(a-b)\sqrt{2}}{2}$. Trong tam giác vuông $CC'H$, ta có $CC' = \sqrt{C'H^2 + HC^2} = \sqrt{h^2 + \frac{(a-b)^2}{2}}.$
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Hiểu được định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng, từ đó định nghĩa được hai mặt phẳng vuông góc.

Hiểu được điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau và định lý về giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ 3 trong không gian để vận dụng vào làm bài toán hình không gian

Hiểu được định nghĩa hình lăng trụ đứng, chóp đều và các tính chất của nó để giải quyết bài toán.

b) Nội dung:

Bài tập 1: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a. Gọi O là tâm của hình vuông ABCD.

a, Tính độ dài SO.

b, Gọi M là trung điểm SC. CMR: (MBD) vuông góc (SAC)

c, Tính độ dài OM và tính góc giữa hai mp (MBD) và (ABCD).

d, Gọi H là trung điểm CD. Tính diện tích tam giác SCD.

c) Sản phẩm: Lời giải các bài tập. Học sinh biết tính góc hai mặt phẳng, chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 1. nhóm 1 ý a, nhóm 2 ý b, nhóm 3 ý c, nhóm 4 ý d) HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.

	Học sinh suy nghĩ và làm câu hỏi vào giấy nháp.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề. Chỉ định một học sinh bất kì trình bày lời giải, các học sinh khác thảo luận để hoàn thiện lời giải. Nhóm 1: $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ Nhóm 2: $BD \perp AC, BD \perp SO \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (MBD) \perp (SAC)$ Nhóm 3: $OM = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$ $((MBD), (ABCD)) = (MO, OC) = 45^\circ$ Nhóm 4: $S_{\Delta SCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa lời giải, từ đó nêu định nghĩa lăng trụ đứng và các chú ý. HS viết bài vào vở. Giao phiếu học tập số 2 về nhà.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Nắm được định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng, từ đó định nghĩa được hai mặt phẳng vuông góc.

Nắm được điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau và định lí về giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ 3 trong không gian để vận dụng vào làm bài toán thực tế

Nắm được định nghĩa hình lăng trụ đứng, chóp đều và các tính chất của nó để giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung

Câu 1: HS lấy ví dụ cụ thể về hình lập phương, hình hộp chữ nhật trong thực tế đời sống?

Câu 2: quan sát hình ảnh chiếc máy tính, coi màn hình là mp (P) và bàn phím là mp(Q). Hãy xác định góc giữa hai mp (P) và (Q) nếu ta gấp vào hoặc mở ra mp (P)

c) Sản phẩm:



d) Tổ chức thực hiện

<i>Chuyển giao</i>	GV: Nêu câu hỏi. HS: Nhận nhiệm vụ,
<i>Thực hiện</i>	Các HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và lấy ví dụ.
<i>Báo cáo thảo luận</i>	Các em khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các em học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. - Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 4: KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

(3 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.
- Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- Xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng song song.
- Xác định được khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.
- Xác định được khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song trong những trường hợp đơn giản.
- Nhận biết được đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.
- Tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong những trường hợp đơn giản.
- Sử dụng được kiến thức về khoảng cách trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
- Nắm được công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt.
- Tính được thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, mối quan hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong không gian.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng được công cụ thước kẻ,...để thực hiện vẽ hình.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phấn, thước kẻ, máy chiếu.

III. Tiến trình dạy học

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu:

- Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung:

Hãy quan sát hình vẽ trong hoạt động khởi động SGK và trả lời câu hỏi:

Câu 1: Có bao nhiêu loại khoảng cách trong công trình đang xây dựng

Câu 2: Làm thế nào để tính được các khoảng cách đó.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	Học sinh quan sát. Tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. Nêu được một số thông tin về các dạng khoảng cách trong công trình Huy động các kiến thức đã học để đưa ra cách tính các loại khoảng cách trong công trình trên.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Hoạt động 2.1. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

a) Mục tiêu:

- Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.
- Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Định nghĩa:

Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng a thì độ dài đoạn MH được gọi là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng a , kí hiệu là $d(M, a)$

Nếu P là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) thì độ dài đoạn MH được gọi là khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) , kí hiệu là $d(M, (P))$

- Chú ý: Ta quy ước

- $d(M, a) = 0$ khi và chỉ khi M thuộc a

- $d(M, (P)) = 0$ khi và chỉ khi M thuộc (P)

- Nhận xét:

- Lấy điểm N tùy ý trên đường thẳng a , ta luôn có $d(M, a) \leq MN$
- Lấy điểm N tùy ý trên đường thẳng (P) , ta luôn có $d(M, (P)) \leq MN$.

- Nghiên cứu ví dụ 1 (SGK) áp dụng tương tự giải các bài tập sau:

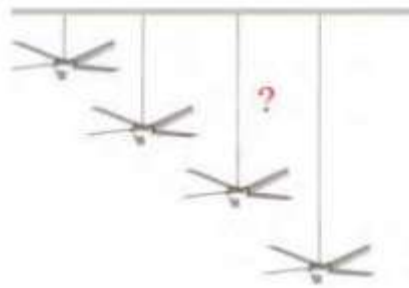
Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$.

a) Tính khoảng cách từ B đến (SAD) .

b) Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng SC .

Bài 2. Một quạt trần có bề dày thân quạt bằng 20 cm. Người ta muốn treo quạt sao cho khoảng cách từ quạt đến sàn nhà là 2,5 m. Hỏi phải làm cán quạt dài bao nhiêu?

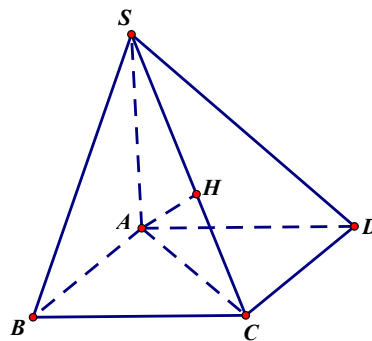
Cho biết trần nhà cao 3,6 m.



Hình 3

c) Sản phẩm:

- Lời giải bài 1:



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} AB \perp AD \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AD \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow d(B, (SAD)) = AB = a$$

$$\text{b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SA, ta có: } d(A, SC) = AH$$

$$d(A, SC) = AH$$

Tam giác SAC vuông tại A có đường cao AH.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a^2$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow d(A, SC) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

- Lời giải bài 2:

Chiều cao của cán quạt là: $3,6 - 0,2 - 2,5 = 0,9 \text{ m} = 90 \text{ (cm)}$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Học sinh quan sát hình vẽ SGK và các hình ảnh thực tế đưa ra định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng. Học sinh đọc ví dụ 1. Học sinh giải bài tập ví dụ tương tự (bài tập 1,2 sgk)
Thực hiện	Học sinh đưa ra lời giải bài tập 1, 2 Học sinh làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

Hoạt động 2.2. Khoảng cách giữa các đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song.

a) Mục tiêu:

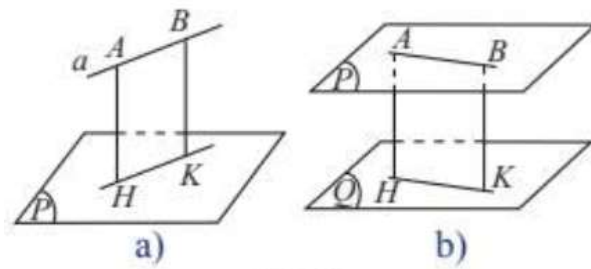
- Xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng song song.
- Xác định được khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

b) Nội dung:

- Hoạt động khám phá 2:

a) Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Lấy hai điểm A, B tùy ý trên a và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên (P) (Hình 4a). So sánh độ dài hai đoạn thẳng AH và BK

b) Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Lấy hai điểm A, B tùy ý trên (P) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên (Q) (Hình 4 b). So sánh độ dài hai đoạn thẳng AH và BK .



Hình 4

- Câu hỏi: “Khoảng cách giữa xà nhà đến nền nhà, khoảng cách giữa trần nhà và nền nhà”

- Định nghĩa:

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song a và b là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến b , kí hiệu $d(a, b)$.

Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với a là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến (P) , kí hiệu $d(a, (P))$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) là khoảng cách một điểm bất kì trên (P) đến (Q) , kí hiệu $d((P), (Q))$.

- Thực hành 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách :

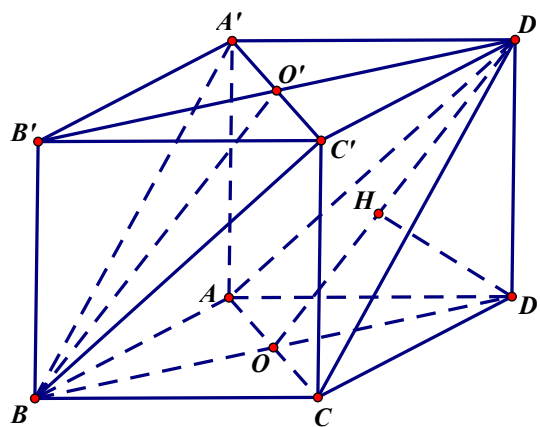
a) Giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(A'C'B)$

b) Giữa đường thẳng AB và $(A'B'C'D')$

c) Sản phẩm:

- Lời giải hoạt động khám phá 2: a) $AH = BK$ b) $AH = BK$

- Lời giải bài thực hành 2



a) Ta có $(ACD') \parallel (BA'C') \Rightarrow d((ACD'), (BA'C')) = d(B, (ACD')) = d(D, (ACD'))$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên OD' . Ta có

$$\text{Do } \begin{cases} AC \perp BD \\ DD' \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC \perp BD \\ DD' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B') \Rightarrow AC \perp DH \text{ và } DH \perp OD', \text{ suy}$$

$$\text{ra } DH \perp (D'AC) \Rightarrow d(D, (D'AC)) = DH.$$

$$\text{Ta có } BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2a^2 \Rightarrow BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow d((ACD'), (A'C'B)) = DH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{b) Ta có } AB // (A'B'C'D') \Rightarrow d(AB, (A'B'C'D')) = d(A, (A'B'C'D')) = AA' = a.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Học sinh dựa vào hình 4 (SGK) hãy trả lời các câu hỏi trong hoạt động khám phá 2 trong SGK. Học sinh quan sát không gian lớp học nêu cách xác định khoảng cách giữa xà nhà đến nền nhà, khoảng cách giữa trần nhà và nền nhà. Học sinh từ các câu trả lời trên hãy nêu khái niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng song song với nó. Học sinh đọc lời giải ví dụ 2 trong SGK sau đó giải tương tự mục  (SGK) Học sinh giải bài tập theo yêu cầu theo nhóm.
Thực hiện	Học sinh quan sát nêu nhận xét và rút ra nội dung định nghĩa niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng song song với nó. Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

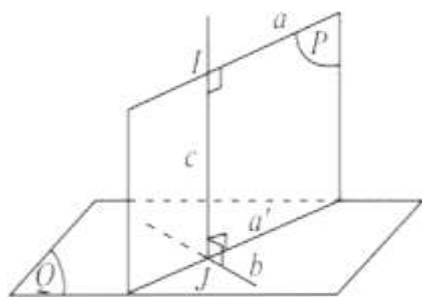
Hoạt động 2.3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

a) Mục tiêu:

- Nhận biết được đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.
- Tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong những trường hợp đơn giản.
- Sử dụng được kiến thức về khoảng cách trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

b) Nội dung:

- Thực hành 3: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Gọi (Q) là mặt phẳng chứa b và song song với a . Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng a , vuông góc với (Q) và cắt b tại J . Trong (P) , gọi c là đường thẳng đi qua J , vuông góc với a và cắt a tại điểm I . Đường thẳng IJ có vuông góc với b không? Giải thích.

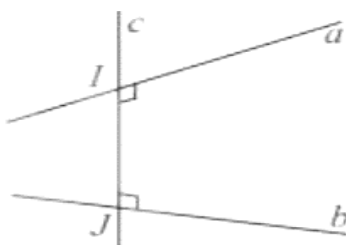


Hình 6

- Định nghĩa: Đường thẳng c vừa vuông góc vừa cắt hai đường thẳng chéo nhau a và b được gọi là **đường vuông góc chung** của a và b .

Nếu đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b cắt chúng lần lượt tại I và J thì đoạn IJ gọi là **đoạn vuông góc chung** của a và b .

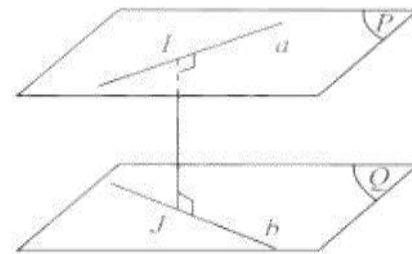
Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó, kí hiệu $d(a, b)$.



Hình 7

- Chú ý:

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b bằng khoảng cách giữa một trong hai đường đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường còn lại.



Hình 8

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

- Đọc hiểu ví dụ 3 (SGK)

- Thực hành 3: Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đều bằng a và vuông góc từng đôi một.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

a) OA và BC ;

b) OB và AC .

- Vận dụng 2: Một căn phòng có trần cao $3,2m$. Tính khoảng cách giữa một đường thẳng a trên trần nhà và đường thẳng b trên sàn nhà.



Hình 10

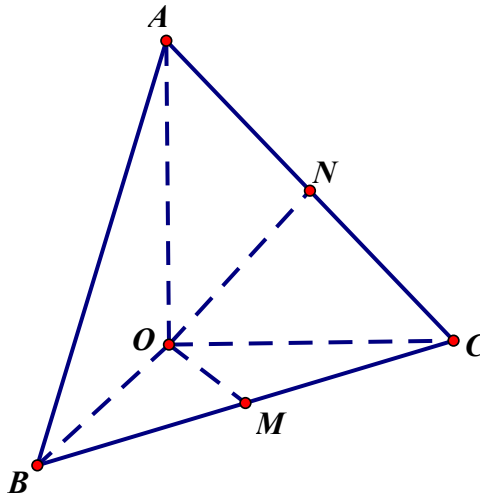
a) Sản phẩm:

- Lời giải hoạt động khám phá 3

Trả lời: Ta có $\begin{cases} a // (Q) \\ a' = (P) \cap (Q) \end{cases} \Rightarrow a // a'; IJ \perp a \Rightarrow IJ \perp a'$

Mà $(P) \perp (Q) \Rightarrow IJ \perp (Q) \Rightarrow IJ \perp b$.

- Lời giải thực hành 3:



a) Tam giác OBC vuông cân tại O . Gọi M là trung điểm của BC suy ra $OM \perp BC$

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OM$$

Do đó OM là đoạn vuông góc chung của OA và BC suy ra

$$d(OA, BC) = OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{OB^2 + OC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

b) Tương tự trong tam giác OAC vuông cân tại O . Gọi N là trung điểm của AC ta có ON là

$$\text{đoạn vuông góc chung của ON và AC. Suy ra } d(OB, AC) = ON = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

- Lời giải vận dụng 2: $d(a, b) = 3,2 \text{ m}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Học sinh đọc Hoạt động khám phá 3 trong SGK Học sinh thảo luận cặp đôi, áp dụng các tính chất về quan hệ vuông góc trong không gian để chỉ ra Đường thẳng IJ có vuông góc với b Học sinh nêu ra các khái niệm đường vuông góc chung, đoạn vuông góc chung và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau. Giáo viên yêu cầu học sinh chỉ ra mối quan hệ khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau với khoảng cách từ một đường thẳng tới một mặt phẳng chứa đường thẳng kia và song song với nó? Giáo viên yêu cầu học sinh chỉ ra mối quan hệ khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau với khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau đó? Giáo viên yêu cầu học sinh đọc hiểu ví dụ 3 SGK.

	Giáo viên yêu cầu học sinh hoạt động nhóm thực hiện các nội dung Thực hành 3 và Vận dụng 2 trong SGK.
Thực hiện	Học sinh tìm câu trả lời Học sinh làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

Hoạt động 2.4. Công thức tính thể tích khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp.

a) Mục tiêu:

- Học sinh nắm được công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cắt.
- Tính được thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cắt

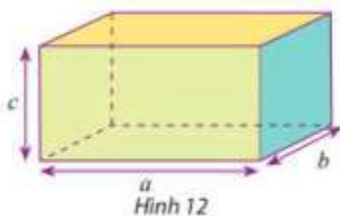
b) Nội dung:

- Đọc và trả lời Hoạt động khám phá 4 trong SGK
- Đọc và ghi nhớ công thức tính thể tích các khối đa diện.

Thể tích khối hộp chữ nhật:

Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước.

$$V = abc$$

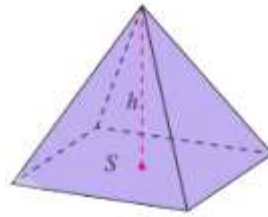


Thể tích khối chóp:

Khoảng cách h từ đỉnh đến mặt phẳng đáy của một hình chóp gọi là chiều cao của hình chóp đó.

Thể tích khối chóp bằng một phần ba diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3}Sh$$



Hình 13

Thể tích khối chóp cắt đều:

Để tìm thể tích khối chóp cắt đều, ta sử dụng công thức sau đây:

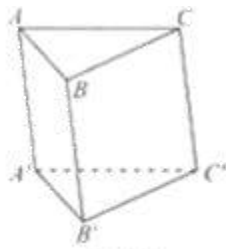
$$V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S')$$

với h là chiều cao và S, S' là diện tích hai đáy.

Thể tích khối lăng trụ:

Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng đáy của hình lăng trụ là *chiều cao* của hình lăng trụ đó.

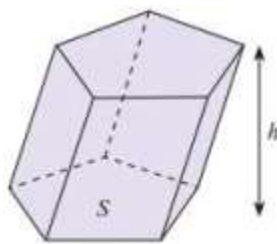
Hoạt động khám phá 5 trong SGK: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (Hình 14). Tìm cách chia khối lăng trụ thành ba khối chóp có cùng chiều cao và diện tích đáy.



Hình 14

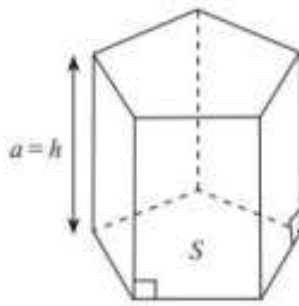
Thể tích khối lăng trụ bằng tích diện tích đáy và chiều cao.

$$V = Sh$$



Hình 15

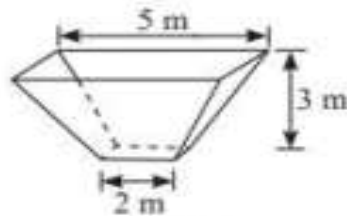
Chú ý: Ta gọi khối lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy là khối lăng trụ đứng. Chiều dài cạnh bên a của khối lăng trụ đứng bằng chiều cao h và ta có công thức: $V = S.a$.



Hình 16

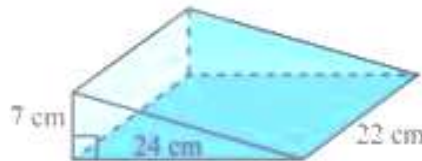
- Đọc hiểu ví dụ 4, Ví dụ 5 (SGK)

- Thực hành 4: Tính thể tích của một bồn chứa có dạng khối chóp cụt đều có kích thước được cho như trong Hình 20.



Hình 20

Vận dụng 3: Tính thể tích cái nêm hình lăng trụ đứng có kích thước như trong Hình 21.



Hình 21

c) Sản phẩm:

- Lời giải thực hành 4

Ta có: Diện tích các mặt đáy là: $S = 5^2 = 25(m^2)$; $S' = 2^2 = 4(m^2)$

Chiều cao của khối chóp cụt là: $h = 3m$

Thể tích của khối chóp cụt là: $V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S') = \frac{1}{3}.3(25 + \sqrt{25.4} + 4) = 39(m^3)$

- Lời giải vận dụng 3

Ta có khối nêm là lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông có các cạnh góc vuông lần lượt là $7cm$ và $24cm$

Do đó diện tích đáy là: $S = \frac{1}{2}.7.24 = 84(cm^2)$

Chiều cao của khối lăng trụ là $h = 22cm$.

Thể tích của khối nêm là: $V = S.h = 84.22 = 1848 (cm^3)$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Yêu cầu học sinh đọc và ghi nhớ thể tích các khối đa diện. Yêu cầu học đọc hiểu các áp dụng công thức thể tích khối đa diện qua các ví dụ 4 và 5 (SGK). Áp dụng tính thể tích các khối đa diện thông qua các làm hoạt động  và  trong (SGK).
Thực hiện	Học sinh đọc và ghi nhớ các công thức tính thể tích các khối đa diện. Học sinh đọc hiểu các ví dụ 4, 5 (SGK). Học sinh tính thể tích các khối đa diện trong các hoạt động động  và  trong (SGK). (Hoạt động nhóm cặp đôi)
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu

- Ôn tập củng cố các kiến thức về khoảng cách trong không gian, công thức tính thể tích các của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt.

- Biết vận dụng các kiến thức về khoảng cách trong không gian để tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, hai mặt phẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau, tính thể tích của các khối đa diện.

b) Nội dung: Giải các bài tập : 1,2,4,5 (SGK); HS khá, giỏi: Bài tập 3,7,8 (SGK).

1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a có O là giao điểm của hai đường chéo, $ABC = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$, $SO = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) .

2. Cho hai tam giác cân ABC và ABD có đáy chung AB và không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.

b) Xác định đoạn vuông góc chung của AB và CD .

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

a) Chứng minh $AB \perp (SIJ)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° .

a) Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

b) Tính thể tích của khối lăng trụ.

6. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = 2a$ và đáy $ABCD$ là hình thoi có $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$.

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AA' .

b) Tính thể tích của khối hộp.

7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a và có O là giao điểm hai đường chéo của đáy.

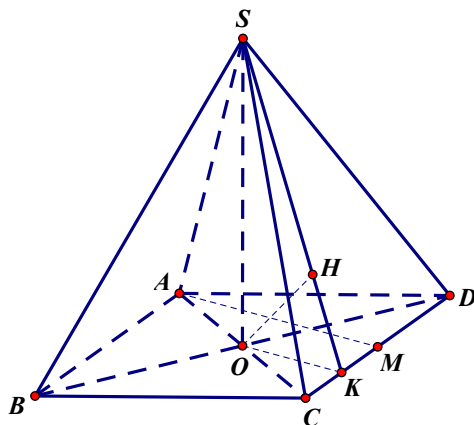
a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

b) Tính thể tích của khối chóp.

8. Tính thể tích của khối chóp cắt lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ với O và O' là tâm hai đáy, cạnh đáy lớn và đáy nhỏ lần lượt là a và $\frac{a}{2}$, $OO' = a$.

c) Sản phẩm:

- Lời giải bài 1



Vì $ABCD$ là hình thoi có $ABC = 60^\circ$ nên các tam giác $\triangle ABC, \triangle ACD$ là những tam giác đều.

Gọi M là trung điểm của CD và K là trung điểm của CM

$$\text{Ta có } \begin{cases} OK \parallel AM \\ OK = \frac{1}{2} AM \end{cases} \text{ mà } \begin{cases} AM \perp CD \\ AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OK \perp CD \\ OK = \frac{a\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc O của trên SK ta có:

$$\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ OK \perp CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD \perp SO \\ OK \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOK) \Rightarrow CD \perp OH$$

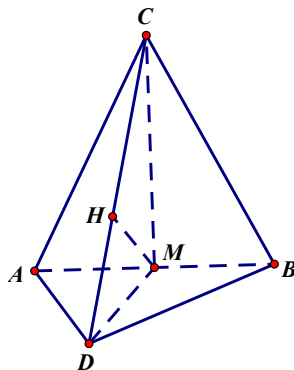
Mà $AH \perp SK$ Suy ra $OH \perp (SCD)$

Do đó $OH = d(O, (SCD))$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{17}{3a^2} \Rightarrow OH = d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{51}}{17}.$$

- Lời giải của bài 2

a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.



Cách 1. Gọi M là trung điểm của AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCD) \Rightarrow AB \perp CD$$

Cách 2. Gọi M là trung điểm của AB .

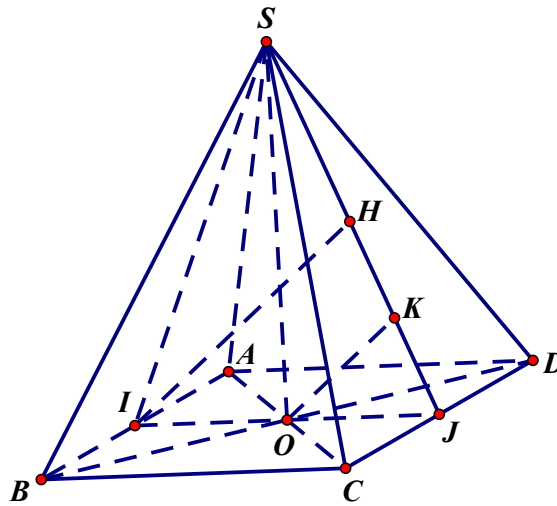
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0 \Rightarrow AB \perp CD.$$

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc M của trên CD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (CMD) \perp AB \\ CD \perp MH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MH \perp AB \\ CD \perp MH \end{cases}$$

Do đó MH là đoạn vuông góc chung của AB và CD .

- Lời giải bài 3



a) Ta có tam giác SAB cân tại S và đáy là hình vuông $ABCD$

$$\text{Do đó } \begin{cases} SI \perp AB \\ IJ \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ).$$

b) Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(I, (SCD)).$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I, O trên SJ

$$\text{Ta có } \begin{cases} IH \parallel OK \\ IH = 2OK \end{cases}$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow CD \perp (SIJ) \Rightarrow CD \perp IH \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I, (SCD)) = IH = 2OK.$$

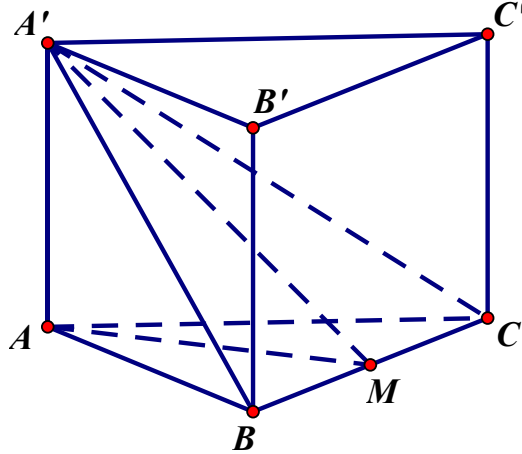
$$OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$SO^2 = SC^2 - OC^2 = 2a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{42}}{14}$$

$$\Rightarrow d(AB, SC) = 2OK = \frac{a\sqrt{42}}{7}$$

Lời giải bài 4



a) Vì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đều nên gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\angle SMA = 60^\circ$.

Do đó khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ là:

$$AA' = AM \cdot \tan \angle SMA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

b) Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^3$.

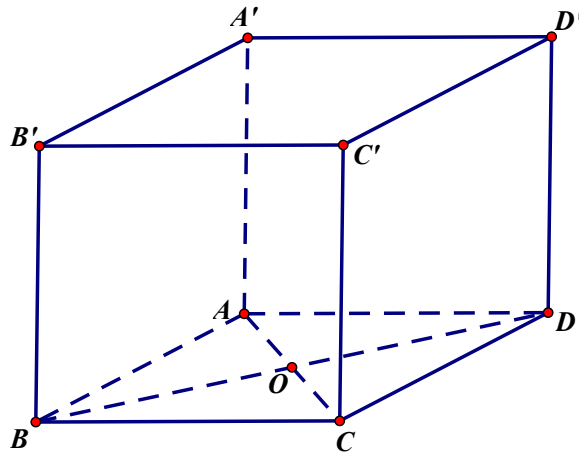
- Lời giải bài 6

a) Vì hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ đứng có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O.

$$\text{Do đó ta có: } \begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' \perp OA \\ OA \perp BD \end{cases}$$

Suy ra OA là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BD và AA' .

$$\text{Do đó } d(BD, AA') = OA = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

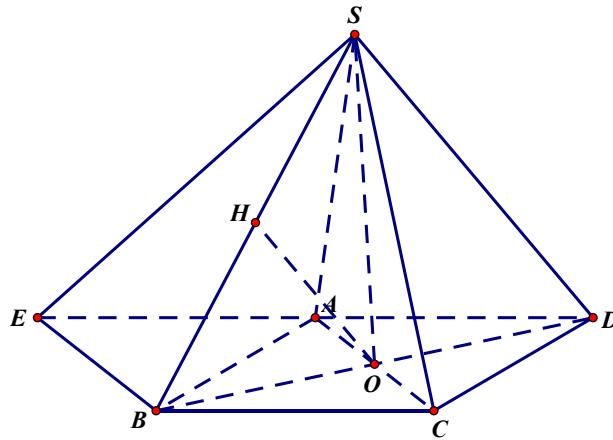


b) Đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$

$$\text{Do đó ta có: } BD = 2OB = 2\sqrt{AB^2 - OA^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = a$$

$$\text{Thể tích của khối hộp là: } V = AA' \cdot S_{ABCD} = AA' \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = a^3\sqrt{3}.$$

- Lời giải bài 7



Gọi E là điểm đối xứng của D qua A.

Ta có tứ giác $AEBC$ là hình bình hành. Suy ra

$$AC \parallel BE \Rightarrow AC \parallel (SBE) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(O, (SBE)).$$

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông suy ra $AC \perp BD \Rightarrow OB \perp BE$.

$$\text{Ta lại có } \triangle SAC = \triangle ABC \Rightarrow SO = OA = OC = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

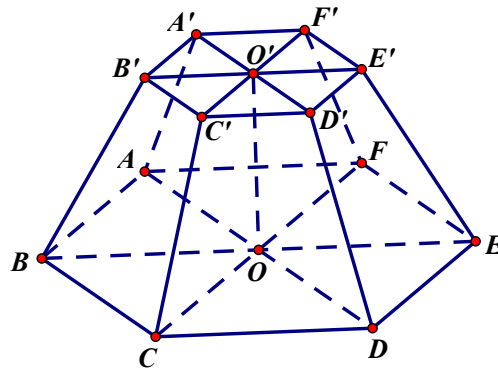
Suy ra tam giác $\triangle SOB$ cân tại O. Gọi H là trung điểm của SB ta có : $OH \perp SB$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ OB \perp BE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp BE \\ OB \perp BE \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SOB) \Rightarrow BE \perp OH \Rightarrow OH \perp (SBE)$$

$$\text{Do đó } d(AC, SB) = d(O, (SBE)) = OH = \frac{1}{2} SB = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{b) Thể tích khối chóp là: } V = SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{2}}{2} a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}.$$

- Lời giải bài 8



Ta có mỗi hình lục giác đều được tạo bởi 6 tam giác đều có cạnh bằng cạnh của hình lục giác.

$$\text{Do đó ta có diện tích các đáy là: } S = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}, S' = 6 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{8}.$$

Chiều cao của khối chóp cụt là: $h = OO' = a$

$$\text{Thể tích khối chóp cụt là: } V = \frac{1}{3} h (S + \sqrt{S \cdot S'} + S') = \frac{1}{3} a \left(\frac{3\sqrt{3}a^2}{2} + \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} + \frac{3\sqrt{3}a^2}{8} \right) = \frac{7\sqrt{3}a^3}{8}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	HS suy nghĩ đưa ra lời giải. Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

	Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Vận dụng kiến thức khoảng cách trong không gian vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

- Một cây cầu dành cho người đi bộ (Hình 22) có mặt sàn cầu cách mặt đường $3,5m$, khoảng cách từ đường thẳng a nằm trên tay vịn của cầu đến mặt sàn cầu là $0,8m$. Gọi b là đường thẳng kẻ theo tim đường. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b .



Hình 22

c) Sản phẩm:

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b là khoảng cách từ lan can a đến nền đường và bằng: $3,5 + 0,8 = 4,3(m)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ Giáo viên đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. Giáo viên yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa Giáo viên nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	Học sinh suy nghĩ đưa ra lời giải. Học sinh thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Giáo viên nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. Giáo viên kết luận kiến thức cần ghi nhớ.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 5: GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.

GÓC NHỊ DIỆN

(4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Xác định được hình chiếu vuông góc của điểm, đường thẳng trên mặt phẳng cho trước.
- Xác định và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- Nhận biết được hai mặt phẳng vuông góc trong không gian.
- Biết cách xác định được góc nhị diện, góc phẳng nhị diện và điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc; ứng dụng trong thực tế.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về quan hệ vuông góc giữa hai đường thẳng, hình ảnh thực tế.

- Máy chiếu

- Bảng phụ

- Phiếu học tập.

- Bút viết bảng, phần mềm Geogebra, máy chiếu, bút trình chiếu lazer.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Diễm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú cho người học, học sinh nhận ra được quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong thực tế. Qua hình ảnh giúp học sinh bước đầu nhận dạng được bằng hình vẽ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và dễ dàng tiếp nhận khái niệm.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh quan sát, và trả lời câu hỏi.

H1- Học sinh quan sát ngôi nhà:



Các em có nhận xét gì về mối quan hệ giữa các trụ và mặt sàn; mối quan hệ giữa chân bàn và mặt bàn? Làm sao để xác định được góc giữa các thanh xà trên mái nhà và mặt đất?

H2- Học sinh quan sát hình ảnh của sợi dây dọi, mối quan hệ của sợi dây dọi và mặt đất.



H3- Làm thế nào để xác định độ nghiêng của mái nhà so với mặt đất.



c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- Chân bàn và mặt bàn vuông góc với nhau; Trụ và mặt sàn vuông góc với nhau. Dùng dụng cụ xác định để đo và tính toán.

L2- Dây dọi và mặt đất vuông góc với nhau.

L3-



d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	GV đặt câu hỏi.

Thực hiện	HS suy nghĩ độc lập.
Báo cáo thảo luận	- GV gọi lần lượt 3 học sinh, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào bài mới.

DVD. Trong thực tế góc giữa đường thẳng với mặt phẳng và góc nhị diện hiện hữu khắp nơi trong cuộc sống hằng ngày. Trong xây dựng, người thợ xây thường sử dụng dây dọi để xác định phương vuông góc với mặt đất, vì trọng lực có phương vuông góc với mặt đất rồi từ đó xác định góc giữa đường thẳng với mặt phẳng và góc nhị diện. *Vậy thế nào để xác định được góc tạo bởi đường thẳng và mặt phẳng, làm thế nào để xác định được góc nhị diện và chúng có những tính chất gì? Chủ đề này chúng ta sẽ tìm hiểu chúng.*

+ Đập thủy điện, nội thất nhà



+ Thiết kế mái nhà, Thiết kế các cánh cửa mở của ngôi nhà.



C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

I. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

a) Mục tiêu: Học sinh nêu được định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng và cách xác định góc giữa chúng.

b) Nội dung:

H1. Nêu lại định nghĩa góc giữa hai đường thẳng từ đó để đưa góc giữa đường thẳng với mặt phẳng về góc giữa hai đường thẳng.

c) Sản phẩm:

*** Định nghĩa góc giữa đường thẳng với mặt phẳng:**

Cho đường thẳng d vuông góc và mặt phẳng (α)

- Trường hợp đường thẳng d vuông góc với (α) thì ta nói góc giữa đường thẳng d với mặt phẳng (α) bằng 90° .
- Trường hợp đường thẳng d không vuông góc với (α) thì góc giữa d với hình chiếu d' của nó trên (α) gọi là góc giữa đường thẳng d với mặt phẳng (α) .

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- Gv chiếu hình lên và yêu cầu học sinh quan sát trả lời câu hỏi
Thực hiện	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận.
Báo cáo thảo luận	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời. - Học sinh nhận xét về số đo của góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

	Chú ý: Nếu $\varphi = (d, (\alpha))$ thì $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

II. GÓC NHỊ DIỆN

a) **Mục tiêu:** hình thành khái niệm góc giữa hai mặt phẳng trong không gian.

b) **Nội dung:**

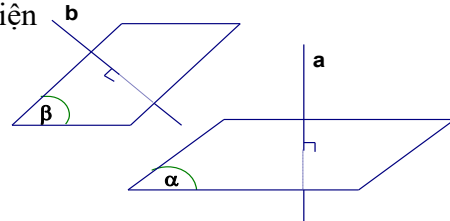
H1. Từ hình ảnh của học sinh vừa nêu, giáo viên chính xác hóa kiến thức và nêu khái niệm góc giữa hai mặt phẳng.

c) **Sản phẩm:**

Cho hai nửa mặt phẳng (P_1) và (Q_1) có chung bờ là đường thẳng d . Hình tạo bởi $(P_1), (Q_1)$ và d được gọi là góc nhị diện tạo bởi bởi $(P_1), (Q_1)$ và d , kí hiệu $[P_1, d, Q_1]$.

Hai nửa mặt phẳng (P_1) và (Q_1) gọi là hai mặt của nhị diện và d được gọi là cạnh của nhị diện.

$$(\alpha, \beta) = (a, b); a \perp (\alpha), b \perp (\beta)$$



Nhận xét:

$$0^\circ \leq (\alpha, \beta) \leq 90^\circ$$

$$\begin{cases} (\alpha) // (\beta) \\ (\alpha) \equiv (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha, \beta) = 0^\circ$$

Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện là góc có đỉnh nằm trên cạnh của nhị diện, có hai cạnh lần lượt nằm trên hai mặt của nhị diện và vuông góc với cạnh của nhị diện.

* Lưu ý: Cách xác định góc nhị diện

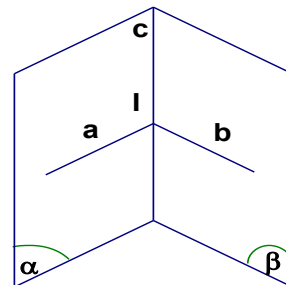
Cho $(\alpha) \cap (\beta) = c$.

B1: Lấy điểm I bất kì thuộc c .

B2: Trong (α) dựng $a \perp c$ tại I

B3: Trong (β) dựng $b \perp c$ tại I

B4: KL: $(\alpha, \beta) = (a, b)$



d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	- Gv chiếu hình lên và yêu cầu học sinh quan sát trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thảo luận thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi học sinh thảo luận.
Báo cáo thảo luận	- Các HS thảo luận đưa ra câu trả lời. - Học sinh nhận xét về số đo của góc nhị diện. Chú ý: $0^0 \leq (\alpha, \beta) \leq 90^0$
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận.

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về đường thẳng vuông góc mặt phẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng vào các bài tập cụ thể.

b) Nội dung:

PHIẾU HỌC TẬP 1

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A. 30° . **B.** 45° . A. 60° . D. 90° .

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

- A. 30° . B. 75° . C. 60° . **D.** 45° .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

- A. 45° . **B.** 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là hình chiếu của A lên BC . Góc nhị diện $[S, BC, A]$ là:

- A. SBA **B.** SJA C. SMA D. SCA

Câu 5. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc phẳng nhị diện $[A, BC, M]$ là:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó, $A'O \perp (ABC)$.

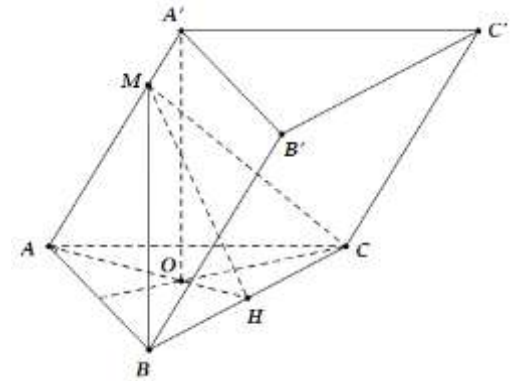
Trong mặt phẳng (ABC) , dựng $AH \perp BC$. Vì tam giác ABC

$$\text{đều nên } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp A'O \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (A'HA) \Rightarrow BC \perp MH.$$

$$\text{Do đó, } ((MBC), (ABC)) = (MH, AH) = MHA = \alpha$$

$$\text{Tam giác } MAH \text{ vuông tại } A \text{ nên } \tan \alpha = \frac{AM}{AH} = \frac{\frac{3a}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



c) **Sản phẩm:** học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành nhiều nhóm. Phát phiếu học tập 1. HS: Nhận nhiệm vụ.
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ. HS: Các nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện làm rõ vấn đề.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) **Mục tiêu:** Giải quyết một số bài toán tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng; xác định và tính góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.

b) **Nội dung**

PHIẾU HỌC TẬP 2

Vận dụng 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) .

A. 45° .

B. $\arcsin \frac{1}{4}$.

C. 30° .

D. 60° .

Vận dụng 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 60^\circ$, $ASC = 120^\circ$.
 Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Vận dụng 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$.
 Gọi α là góc nhị diện $[S, CD, A]$. Tính α ?

A. $\alpha = 30^\circ$

B. $\alpha = 45^\circ$

C. $\alpha = 60^\circ$

D. $\alpha = 90^\circ$

Vận dụng 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$.
 Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$. Tính α ?

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 90^\circ$.

Vận dụng 5:



Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét.

a. Hãy tính chiều cao của kim tự tháp đó.

b. Tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp.

c. Biết kho báu được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Hãy xác định vị trí để đào con đường đến kho báu sao cho đoạn đường ngắn nhất.

c) **Sản phẩm:** Sản phẩm trình bày của các nhóm học sinh.

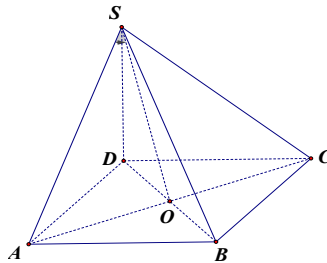
d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	- GV: Chia lớp thành các nhóm. Phát phiếu học tập 2 cuối tiết học của bài. - HS nhận nhiệm vụ.
Thực hiện	Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài ở nhà.

Báo cáo thảo luận	- HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào đầu tiết sau. - Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. - Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

***Hướng dẫn làm bài**

+ Vận dụng 1:



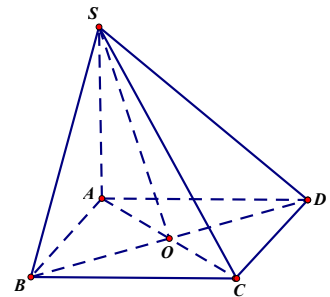
Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ AO \perp SD \end{cases} \Rightarrow AO \perp (SBD)$ nên SO là hình chiếu vuông góc

của AS lên mặt phẳng (SBD) suy ra $(SA, (SBD)) = ASO$.

Trong tam giác vuông AOS , ta có

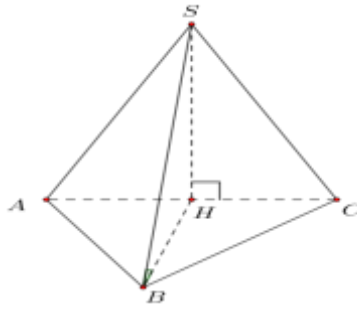
$$\sin ASO = \frac{OA}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow ASO = 30^\circ. \text{ Chọn C}$$



+ Vận dụng 2:

Đặt $SA = SB = SC = a$.

Ta có $\triangle SAB$ vuông cân tại $S \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$; $\triangle SBC$ đều $\Rightarrow BC = a$; $\triangle SAC$ cân tại $S \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$. Ta thấy $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow$ trung điểm H của AC là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.



Vậy góc giữa SB và (ABC) là góc SBH . Ta có $SB = a$, $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\cos SBH = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SBH = 30^\circ. \text{ Chọn D.}$$

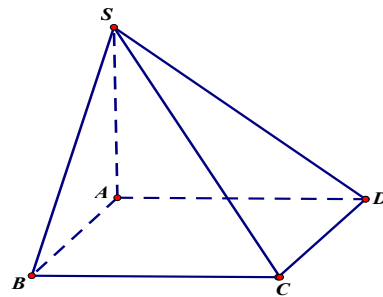
+ Vận dụng 3:

Chọn C

$$\begin{cases} (ABCD) \cap (SCD) = CD \\ AD \perp CD \\ SD \perp CD \end{cases}$$

$$\Rightarrow [S, CD, A] = SDA$$

$$\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

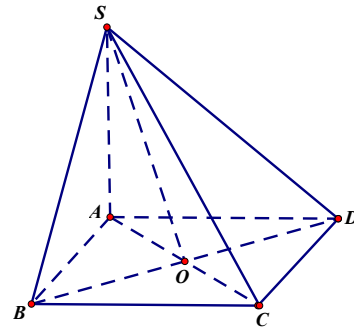


+ Vận dụng 4:

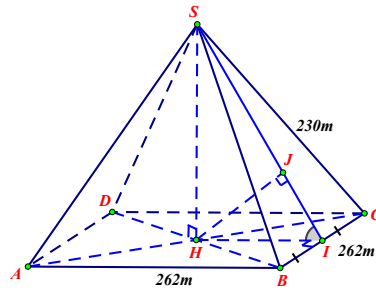
Chọn B

$$\begin{cases} (ABCD) \cap (SBD) = BD \\ AO \perp BD \\ SO \perp BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow [S, BD, A] = SOA \Rightarrow \tan SOA = \frac{SA}{AO} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$



+ Vận dụng 5:



a. Ta giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ. Vì S. ABCD hình chóp tứ giác đều nên SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) ($H = AC \cap BD$)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m).

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}$$

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H, ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578} \approx 136$ (m).

Vậy chiều cao của kim tự tháp là khoảng 136 mét.

b. Gọi I là trung điểm BC. Suy ra: $SI \perp BC$ và $HI \perp BC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) là $\angle SIH$

Ta có: $HI = \frac{AB}{2} = 131$ (m)

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H ta có: $\tan \angle SIH = \frac{SH}{HI} = \frac{\sqrt{18578}}{131} \Rightarrow \angle SIH \approx 46^\circ$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là khoảng 46° .

c. Kẻ HJ vuông góc với SI, suy ra HJ là đoạn đường ngắn nhất.

Trong tam giác SHI vuông tại H, HJ là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578.17161}$$

$$\Rightarrow HJ^2 = \frac{18578.17161}{35739} \Rightarrow HJ \approx 94 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow IJ = \sqrt{HI^2 - HJ^2} = \sqrt{131^2 - 94^2} \approx 91 \text{ (m)}$$

Vậy vị trí để đào con đường đến kho báu sao cho đoạn đường ngắn nhất là tại điểm J nằm trên trung tuyến của mặt bên, cách cạnh kim tự tháp khoảng 91 mét.

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.

- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nắm vững cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.
- Nhận biết phép chiếu vuông góc.
- Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác.
- Giải thích định lý ba đường vuông góc.
- Xác định điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.
- Giải thích tính chất cơ bản của hai mặt phẳng vuông góc.
- Xác định khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng, mặt phẳng.
- Xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau trong các trường hợp đơn giản.
- Vận dụng kiến thức về khoảng cách vào một số tình huống thực tế.
- Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều
- Tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều trong một số tình huống đơn giản.
- Vận dụng kiến thức, kỹ năng về thể tích vào một số bài toán thực tế.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể

cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.

- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Ôn tập các phương pháp giải các dạng toán cơ bản trong chương

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết

H1- Nêu cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc và đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

H2- Nêu cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc?

H3- Nêu phép chiếu vuông góc?

H4- Nêu cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song ?

H5- Nêu cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

H6- Nêu công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- Nêu được các cách chứng minh đường thẳng vuông góc với đường thẳng, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

L2- Nêu được các cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

L3- Nêu được phép chiếu vuông góc

L4- Nêu được cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

L5- Nêu được cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

L6- Nêu được công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV nêu câu hỏi, chia lớp thành 6 nhóm để nghiên cứu các phương án trả lời
Thực hiện	HS suy nghĩ độc lập
Báo cáo thảo luận	- GV gọi lần lượt học sinh đại diện các nhóm trả lời các câu hỏi của mình (<i>nêu rõ phương phải giải trong từng trường hợp</i>), - Các học sinh nhóm khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào bài mới. ĐVĐ. Tiết học hôm nay chúng ta sẽ vận dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số dạng toán cơ bản trong chương.

2.HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

HD1. ÔN TẬP VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

a) Mục tiêu: Ôn tập kiến thức về đường thẳng và mặt phẳng

b)Nội dung: GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán trắc nghiệm:

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – 7.33- 7.34 , 7.36 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó.

7.33. Cho các phát biểu sau:

(1) (P) và (Q) có giao tuyến là đường thẳng a và cùng vuông góc với mặt phẳng (R) thì $a \perp (R)$.

(2) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau và có giao tuyến là đường thẳng a , một đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng a thì $b \perp (Q)$.

(3) Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a và a vuông góc với (Q) thì $(P) \perp (Q)$.

(4) Đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) thì $a \perp (Q)$.

Số phát biểu đúng trong các phát biểu trên là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

7.34. Cho mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) và a là giao tuyến của (P) và (Q) . Trong các phát biểu dưới đây, phát biểu nào đúng?

A. Đường thẳng d nằm trên (Q) thì d vuông góc với (P) .

B. Đường thẳng d nằm trên (Q) và d vuông góc với a thì d vuông góc với (P) .

C. Đường thẳng d vuông góc với a thì d vuông góc với (P) .

D. Đường thẳng d vuông góc với (Q) thì d vuông góc với (P) .

7.36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$.

Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

B. Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

C. Đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) .

D. Đường thẳng AD vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

c) Sản phẩm:

Lời giải:

Bài 7.33

1) Đúng

2) Đúng

3) Đúng

4) Đúng

Nên đáp án đúng là D

Bài 7.34

Đáp án : B - Đường thẳng d nằm trên (Q) và d vuông góc với a thì d vuông góc với (P) .

Bài 7.36 Đáp án: C. Đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) .

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV yêu cầu học sinh làm bài tập - HS nhận nhiệm vụ
Thực hiện	- HS thực hiện nhiệm vụ cá nhân - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn học sinh
Báo cáo thảo luận	- HS nêu bật được mối liên hệ giữa đường và mặt - GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

HOẠT ĐỘNG 2. ÔN TẬP DẠNG TOÁN VỀ GÓC

a) Mục tiêu: Ôn tập kiến thức về góc

b)Nội dung: GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán sau:

7.35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Số đo của góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng SBC .

B. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng 90° .

C. Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng 90° .

D. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng BSD .

c) Sản phẩm:

Đáp án : C

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV yêu cầu học sinh làm bài tập - HS nhận nhiệm vụ
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và các bước thực hiện

HOẠT ĐỘNG 3: ÔN TẬP CÔNG THỨC TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

a) Mục tiêu: Ôn tập kiến thức về công thức tính thể tích khối chóp

b)Nội dung: GV yêu cầu HS đọc SGK, giải các bài toán trắc nghiệm:

7.37. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là:

A. $V = S \cdot h$. B. $V = \frac{1}{2} S \cdot h$. C. $V = \frac{1}{3} S \cdot h$. D. $V = \frac{2}{3} S \cdot h$.

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

Đáp án: C

d) Tổ chức thực hiện

$$\text{Ta có } \begin{cases} CF \perp DI \\ CF \perp SI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CF \perp (SID) \\ CF \subset (SCF) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SCF) \perp (SID)$$

$$(SCF) \cap (SID) = SK$$

Gọi H là hình chiếu của I trên SK

$$\Rightarrow IH = d(I; (SCF))$$

$$SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, ID = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DF^2} = \frac{5}{a^2}$$

$$\Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

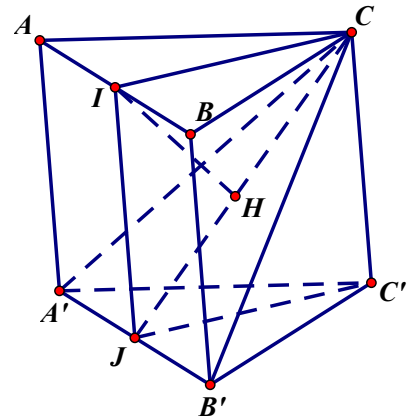
$$\Rightarrow IK = ID - DK = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$$

Bài tập 2:

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy

ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tính $d(AB, CB')$



+ Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và A'B'

$$AB \parallel IJ \Rightarrow d(AB, CB') = d(IJ, CB')$$

+ Ta có: $d(AB, (CA'B')) = d(I, (CA'B'))$

+ Trong mp(CIJ) kẻ $IH \perp CJ$ (1), ($H \in CJ$)

	Ta có: $A'B' \perp (IJ)$ (vì ABC. A'B'C' là hình lăng trụ đứng) và $IC \perp A'B'$ (vì $\triangle ABC$ là tam giác đều) nên $A'B' \perp (CIJ) \Rightarrow IH \perp A'B' \quad (2)$ Từ (1), (2) suy ra: $IH \perp (CA'B')$ hay $d(AB, CB') = IH$ + Xét tam giác vuông CIJ có: $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IJ^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{10}{3a^2}$ $\Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{30}}{10}$ Vậy $d(AB, CB') = IH = \frac{a\sqrt{30}}{10}$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: HS làm việc cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp. HS: Nhận
Thực hiện	GV: GV quan sát HS làm việc, nhắc nhở các em không tích cực, giải đáp nếu các em có thắc mắc về nội dung bài tập. HS: Mỗi cặp hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả bài làm.
Báo cáo thảo luận	Giáo viên gọi hai học sinh đại diện lên bảng trình bày lời giải. Các hs khác quan sát lời giải, cho ý kiến góp ý.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV góp ý, sửa sai, rút kinh nghiệm cho các em hs (nếu cần). Yêu cầu HS tự trình bày lời giải vào vở.

3. Hoạt động 3: VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Hình thành năng lực toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh.

b) Nội dung: Giải bài tập

c) Sản phẩm:

BÀI TẬP	GỢI Ý

Bài tập :

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD, H là giao điểm của CN và DM, $SH \perp (ABCD), SH = a\sqrt{3}$.
 Tính $d(DM, SC)$

+ Trong mp(SCH) kẻ

$$HK \perp SC \quad (1), (K \in SC)$$

+ Mặt khác,

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp (ABCD) \\ DM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp DM \quad (*)$$

Dễ dàng chứng minh được $DM \perp CN \quad (**)$.

$$\Rightarrow DM \perp (SCH) \Rightarrow DM \perp HK \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: HK là đoạn vuông góc chung của DM và SC.

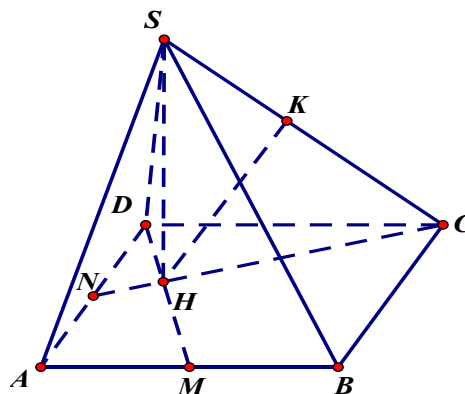
+ Ta có: $\triangle HCD \sim \triangle DCN$

$$\Rightarrow HC = \frac{CD^2}{CN} = \frac{a^2}{\sqrt{CD^2 - DN^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác vuông SHC ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{Vậy} \quad d(DM, SC) = HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$



d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: HS làm việc cặp đôi, viết lời giải vào giấy nháp. HS:Nhận
Thực hiện	GV: GV quan sát HS làm việc, nhắc nhở các em không tích cực, giải đáp nếu các em có thắc mắc về nội dung bài tập.

	HS: <i>Mỗi</i> cặp hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả bài làm.
<i>Báo cáo thảo luận</i>	Giáo viên gọi một học sinh lên bảng trình bày lời giải. Các hs khác quan sát lời giải, cho ý kiến góp ý.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV góp ý, sửa sai, rút kinh nghiệm cho các em hs (nếu cần). Yêu cầu HS tự trình bày lời giải vào vở.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1: VECTOR VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được vector trong không gian.
- Xác định được vector tổng, thành thạo các phép toán vector trong không gian (tổng và hiệu của hai vector, tích một số với một vector, tích vô hướng của hai vector).
- Xác định được hướng giải các bài toán thực tế liên quan đến phép toán vector trong không gian.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được các câu hỏi trong HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm giải quyết các bài toán vận dụng nhằm xác định các vector tổng, hiệu.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo: HS sử dụng kiến thức bài học giải quyết các bài toán thực tế, bài toán sử dụng kiến thức liên môn.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: xác định, vẽ được vector trong không gian.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng kiến thức về vector trong không gian, các phép toán vector trong không gian để giải quyết các bài toán thực tế, bài toán sử dụng kiến thức liên môn.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: chuẩn bị bài trước ở nhà, ôn tập các kiến thức về vector trong mặt phẳng đã được học ở lớp 10; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS học tập các cách giải và kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập thực hành.
- Trách nhiệm: tham gia nghiêm túc trong quá trình giải toán, hoàn thành tốt các nhiệm vụ được giao khi hoạt động nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, bài trình chiếu, thiết bị trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở, kết nối HS vào bài học; bước đầu giúp HS hình dung được hình ảnh vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát hình vẽ và tìm hiểu yêu cầu ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Dùng đoạn thẳng có hướng chỉ từ vị trí A của máy bay đến vị trí S của trạm kiểm soát.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:** HS thực hiện tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Vectơ trong không gian

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội ôn tập lại khái niệm vectơ trong mặt phẳng và mở rộng thành khái niệm vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát *Hình 1 trong SGK*, trả lời các câu hỏi trong HĐKP 1, hình thành định nghĩa về vectơ trong không gian.

c) **Sản phẩm:** Có thể định nghĩa vectơ trong không gian như định nghĩa vectơ trong mặt phẳng bằng cách sử dụng đoạn thẳng có hướng trong không gian.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK*, trả lời các câu hỏi trong HĐKP 1.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2 qua đó giúp HS xác định, nhận biết rõ ràng hơn về vectơ trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để trả lời câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu câu trả lời cá nhân đã tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, kiến thức cũ được nhắc lại HS hình thành được định nghĩa vectơ trong không gian.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành nhận biết vectơ trong không gian trong tình huống biểu diễn độ dịch chuyển, nhận biết vectơ trong không gian có giá là các cạnh bên của hình chóp.

b) **Nội dung:** HS thực hiện HĐTH 1 dựa vào Ví dụ 1, thực hiện HĐTH 2 dựa vào Ví dụ 2.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Thực hành 1

Trong HĐKĐ, vector biểu diễn độ dịch chuyển tín hiệu vô tuyến từ vị trí A của máy bay đến vị trí S của trạm kiểm soát là vector $\overrightarrow{AS}$.

Hoạt động Thực hành 2

a) Vector có điểm đầu là S và điểm cuối là đỉnh của đa giác đáy $\overrightarrow{SA}; \overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SD}$.

b) Vector có độ dài bằng độ dài của vector $\overrightarrow{SA}; \overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SD}; \overrightarrow{AS}; \overrightarrow{BS}; \overrightarrow{CS}; \overrightarrow{DS}$.

c) Vector đối của vector $\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AD}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia nhóm HS thảo luận thực hiện các nhiệm vụ:

– Trả lời câu hỏi của HĐTH 1.

– GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 2, vẽ hình và trả lời câu hỏi của HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để thực hiện các nhiệm vụ được phân công.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả làm việc lên bảng, HS chú ý theo dõi đặt ra các câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận và nhận định:** Thông qua các khái niệm cơ bản của vector trong mặt phẳng GV phát biểu các khái niệm cơ bản của vector trong không gian.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS liên hệ vector trong không gian vào thực tế, kiến thức liên môn để biểu diễn các lực căng trong không gian.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và thực hiện HĐVD 1.

c) **Sản phẩm:** Giá của ba vector trên là ba cạnh bên của một hình chóp tam giác nên không cùng nằm trên một mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:** HS sử dụng kiến thức đã học về vector trong không gian trả lời được câu hỏi của HĐVD 1, bước đầu hình thành, khắc sâu các khái niệm cơ bản về vector trong không gian.

2. Tổng và hiệu của hai vector

2.1. Tổng của hai vector

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nắm được phép toán tổng của hai vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 5 trong SGK và thực hiện HĐKP 2.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$ (theo câu a).

Mặt khác $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$ nên ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- GV yêu cầu HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.
- GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét, phần Chú ý và phần KTTT về quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.
- GV trình bày Ví dụ 3 và hướng dẫn HS cách tìm tổng hai vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.
- HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét, phần Chú ý và phần KTTT về quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 3 và quan sát hướng dẫn cách tìm tổng hai vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 2. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, Nhận xét, Chú ý.

2.2. Quy tắc hình hộp

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát *Hình 9 trong SGK* và thực hiện HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- GV yêu cầu HS quan sát *Hình 9 trong SGK* và thực hiện HĐKP 3.
- GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về quy tắc hình hộp.
- GV trình bày Ví dụ 4, Ví dụ 5 và hướng dẫn HS dùng quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát Hình 9 trong SGK và thực hiện HĐKP 3.
- HS đọc phần KTTT về quy tắc hình hộp.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 4, Ví dụ 5 và quan sát hướng dẫn cách dùng quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 3. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng quy tắc hình hộp để tính tổng ba vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐTH 3

c) **Sản phẩm:** a) $\overrightarrow{DF}$; b) $\overrightarrow{HB}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm đọc, suy nghĩ, thảo luận áp dụng kiến thức đã biết thực hiện theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

2.3. Hiệu của hai vector

Hoạt động 2.3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với phép trừ vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 13 trong SGK và thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{D'B'}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$, $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{D'B'}$. (theo câu a).

Mặt khác $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'}$ nên ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{A'D'}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- GV yêu cầu HS quan sát Hình 13 trong SGK và thực hiện HĐKP 4.
- GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về phép trừ vector và quy tắc hiệu.
- GV trình bày Ví dụ 6 và hướng dẫn HS cách tìm hai vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát *Hình 13 trong SGK* và thực hiện HĐKP 4.
- HS đọc phần KTTT về phép trừ vector và quy tắc hiệu.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 6 và quan sát hướng cách tìm hai vector trong không gian.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 4. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT.

Hoạt động 2.3.2: Thực hành

- a) **Mục tiêu:** HS áp dụng quy tắc hình hộp để tính tổng ba vector trong không gian.
- b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐTH 4, HĐTH 5.
- c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Thực hành 4

- a) Ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}$.
- Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM} = \vec{0}$; $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.
- Suy ra $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{MN}$.
- b) Ta có $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{MN}$.

Hoạt động Thực hành 5

- a) $|\vec{a}| = |\overrightarrow{BD'}| = BD' = \sqrt{3}$; b) $|\vec{b}| = |\overrightarrow{C'C}| = C'C = 1$.

- d) **Tổ chức thực hiện:**

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi thực hiện HĐTH 4 và HĐTH5.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm đọc, suy nghĩ, thảo luận áp dụng kiến thức đã biết thực hiện theo yêu cầu của GV.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

Hoạt động 2.3.3: Vận dụng

- a) **Mục tiêu:** HS vận dụng được kiến thức đã học về tổng và hiệu của hai vector trong không gian vào thực tế để tính độ lớn của hợp lực.
- b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐVD 2.
- c) **Sản phẩm:** Độ lớn của hợp lực là $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$ (N).
- d) **Tổ chức thực hiện:**
- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát *Hình 17* trong SGK và thực hiện HĐVD 2.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

3. Tích của một số với một vector

Hoạt động 3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết tính tích của một số với một vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát *Hình 18 trong SGK* và thực hiện HĐKP 5.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Vector $\overrightarrow{AC'}$ cùng phương, cùng hướng và có độ lớn bằng hai lần vector $\overrightarrow{AO}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- GV yêu cầu HS quan sát *Hình 18 trong SGK* và thực hiện HĐKP 5.
- GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về tích của một số k với vector $\vec{a}$ và phần Nhận xét.
- GV trình bày Ví dụ 7, Ví dụ 8 và hướng dẫn HS cách sử dụng phép cộng trừ và nhân một số với một vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát *Hình 18 trong SGK* và thực hiện HĐKP 5.
- HS đọc phần KTTT về tích của một số k với vector $\vec{a}$ và phần Nhận xét.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 7, Ví dụ 8 và quan sát hướng dẫn cách sử dụng phép cộng trừ và nhân một số với một vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 5. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Nhận xét.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng được kiến thức về tích của một số với một vector để biểu diễn được một vector qua các vector không cùng phương.

b) **Nội dung:** HS dựa vào Ví dụ 7 để thực hiện HĐTH 6.

c) **Sản phẩm:** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi, suy nghĩ và thực hiện HĐTH 6.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 6.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một đại diện nhóm bất kì trình bày kết quả đã chứng minh được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng; củng cố kiến thức để HS sử dụng trong các bài toán liên môn.

Hoạt động 3.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng được kiến thức đã học về tích của một số với một vector trong không gian vào thực tế, bài toán liên môn.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 22 trong SGK* và thực hiện HĐVD 3.

c) **Sản phẩm:**

a) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm 50 N.

b) Độ lớn lực căng mỗi sợi xích $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 22 trong SGK và thực hiện HĐVD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

4. Tích vô hướng của hai vector

4.1. Góc giữa hai vector trong không gian

Hoạt động 4.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhắc lại kiến thức về góc giữa hai vector trong mặt phẳng, từ đó xác định góc giữa hai vector trong không gian.

– Nhắc lại kiến thức về tích vô hướng giữa hai vector trong mặt phẳng, từ đó xác định tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 23 trong SGK* và thực hiện HĐKP 6.

c) **Sản phẩm:** HS nhớ được cách xác định góc giữa hai vector trong mặt phẳng, biết được cách xác định góc giữa hai vector trong không gian tương tự như trong mặt phẳng.

– HS nhớ được công thức tính tích vô hướng giữa hai vector trong mặt phẳng, biết được công thức tính tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 23 trong SGK* và thực hiện HĐKP 6.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về góc giữa hai vector trong không gian và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 9 và hướng dẫn HS cách xác định góc giữa hai vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát *Hình 23 trong SGK* và thực hiện HĐKP 6.
- HS đọc phần KTTT về góc giữa hai vectơ trong không gian và phần Nhận xét.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 9 và quan sát hướng dẫn cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS phát biểu kết quả của HĐKP 6. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Nhận xét.

Hoạt động 4.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng được kiến thức về góc giữa hai vectơ để thực hiện tính các bài toán cơ bản.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 9 để thực hiện HĐTH 7.

c) **Sản phẩm:** $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'D'}) = 90^\circ; (\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{CB'}) = 45^\circ$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp làm bốn nhóm, các nhóm suy nghĩ và thực hiện HĐTH 7.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 7.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

4.2. Tích vô hướng của hai vectơ

Hoạt động 4.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhắc lại kiến thức về tích vô hướng giữa hai vectơ trong mặt phẳng, từ đó xác định tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 23 trong SGK* và thực hiện HĐKP 7.

c) **Sản phẩm:** a) $(\vec{u}, \vec{v}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \angle BAC = 60^\circ$; b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 3$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 25 trong SGK* và thực hiện HĐKP 7.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian, phần Chú ý và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 10 và hướng dẫn HS cách xác định tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát *Hình 25 trong SGK* và thực hiện HĐKP 7.

– HS đọc phần KTTT về tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian, phần Chú ý và phần Nhận xét.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 10 và quan sát hướng dẫn cách xác định tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 7. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Chú ý và phần Nhận xét.

Hoạt động 4.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng được kiến thức về tích vô hướng giữa hai vector để thực hiện tính các bài toán cơ bản.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 10 để thực hiện HĐTH 8.

c) **Sản phẩm:**

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{AB} \cdot \vec{A'C'} &= |\vec{AB}| \cdot |\vec{A'C'}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{A'C'}) = AB \cdot A'C' \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{A'C'}) \\ &= AB \cdot A'C' \cdot \cos B'A'C' = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \vec{AB} \perp \vec{CC'} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{CC'} = 0.$$

$$\text{b) Ta có } \vec{AC} \cdot \vec{AC'} = \vec{AC} \cdot (\vec{AC} + \vec{CC'}) = \vec{AC}^2 + \vec{AC} \cdot \vec{CC'} = 2.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\vec{AC}, \vec{AC'}) = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AC'}}{|\vec{AC}| \cdot |\vec{AC'}|} = \frac{2}{\sqrt{6}}. \text{ Vậy } (\vec{AC}, \vec{AC'}) \approx 35^\circ 16'.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp làm bốn nhóm, các nhóm suy nghĩ và thực hiện HĐTH 8.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 8.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

Hoạt động 4.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng được kiến thức đã học về tích vô hướng của hai vector trong không gian vào thực tế, bài toán liên môn.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 27 trong SGK và thực hiện HĐVD 4.

c) **Sản phẩm:**

– Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên em nhỏ là: $P = mg = 25 \cdot 9,8 = 245 \text{ (N)}$.

– Công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt là:

$$A = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 245 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 428,75 \text{ (J)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS quan sát Hình 27 trong SGK và thực hiện HĐVD 4.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động:* HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.

❖ *Kết luận và nhận định:* GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại cách xác định vector tổng, vector hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

– Xem lại cách tính tích vô hướng của hai vector.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

– Chuẩn bị bài mới “**Toạ độ của vector trong không gian**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

CHƯƠNG II: VECTOR VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: TỌA ĐỘ CỦA VECTOR TRONG KHÔNG GIAN

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được hệ tọa độ trong không gian.
- Nhận biết được tọa độ của một điểm và tọa độ của một vector đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$.
- Vận dụng được tọa độ của một điểm và tọa độ của một vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời những câu hỏi ở các HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: HS phải xác định được được bộ ba số hay chính là tọa độ điểm để biểu diễn cho vị trí của máy bay trong HĐKD, biết chọn hệ trục tọa độ hợp lí cho một hình không gian để từ đó xác định được tọa độ của một điểm hay một vector.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các quy tắc tính tổng của hai vector trong hình học phẳng để biểu diễn một vector theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và suy ra được tọa độ của một điểm hay một vector.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục tọa độ, hệ trục tọa độ Oxy , các quy tắc tính tổng hai vector trong hình học phẳng; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài tọa độ của một điểm và một vector thông qua tìm bộ ba số để xác định vị trí của máy bay.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời đúng câu hỏi: để xác định được bộ ba số của máy bay người ta phải xác định được tọa độ của điểm biểu diễn cho máy bay đó trong không gian.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Hệ tọa độ trong không gian

Hoạt động 1.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận xét được độ dài và phương của ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ từ đó nhận xét được ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và thực hiện HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:**

a) Ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ có phương đôi một vuông góc và cùng có độ dài bằng 1.

b) Ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$ có cùng có gốc tọa độ là O và có vector đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK, vận dụng tính chất của hình lập phương $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh là 1 để nhận xét về phương và độ dài của 3 vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$; vận dụng kiến thức trục tọa độ để nêu nhận xét về ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$ trong hình.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về hệ tọa độ $Oxyz$ và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 1 và hướng dẫn HS vẽ hệ trục tọa độ và xác định các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát Hình 1 trong SGK thực hiện HĐKP 1.

– HS đọc phần KTTT về hệ tọa độ $Oxyz$ và phần Nhận xét.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 1 và quan sát hướng dẫn về hệ trục tọa độ và xác định các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày

HĐKP 1. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình lập phương và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.

Hoạt động 1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS tự chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp cho một hình, từ đó xác định được điểm gốc và các vector đơn vị.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS vẽ các trục Ox , Oy , Oz trên hình 4 và chỉ ra vector đơn vị.

c) **Sản phẩm:**

Với gốc tọa độ O trùng với điểm A , ta chọn

AB là trục Ox , tia AD là trục Oy , tia AS là trục

Các vector đơn vị là: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$,

$\vec{k} = \overrightarrow{AS}$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình và trả lời câu hỏi ở HĐTH 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ vẽ hình và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng vẽ hình và trả lời câu hỏi.

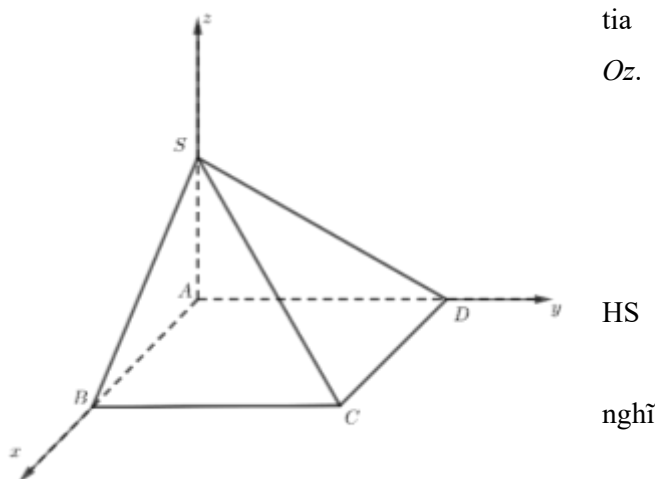
❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng vẽ hình chính xác, chọn hệ trục tọa độ phù hợp và trả lời tốt câu hỏi trong bài thực hành.

Hoạt động 1.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng hệ trục tọa độ vào mô hình thực tế, xác định được hệ trục và các vector đơn vị; vận dụng các quy tắc tổng của hai vector để biểu diễn một vector theo ba vector đơn vị từ đó dẫn dắt HS vào định nghĩa tọa độ của một vector trong hệ trục $Oxyz$.

b) **Nội dung:** HS xác định được vector đơn vị trên hình, biểu diễn được các vector $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$ theo $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

c) **Sản phẩm:**



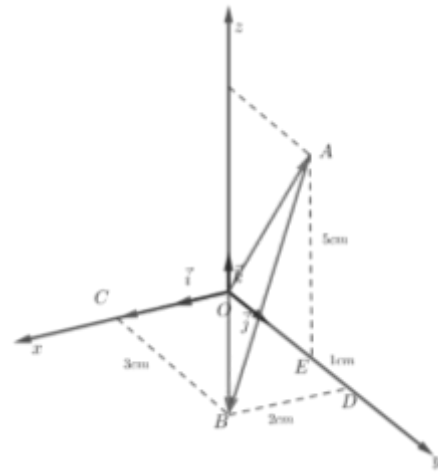
a) Theo đề bài, ta có hình vẽ:

b) $\overrightarrow{OC} = 2\vec{i}$;

$\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$;

$\overrightarrow{OA} = 5\vec{k} + 2\vec{j}$;

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = -5\vec{k} + 2\vec{i} + \vec{j}$.



d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, các nhóm thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi, thực hiện vẽ hình và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, đặt câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

2. Toạ độ của điểm

Hoạt động 2.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách xây dựng hệ toạ độ trong không gian bằng phương pháp vector, từ đó dẫn dắt HS tìm hiểu định nghĩa toạ độ của một điểm.

b) **Nội dung:** Biểu diễn được vector $\overrightarrow{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

c) Sản phẩm:

$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} \Rightarrow \overrightarrow{OB'} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKP 2.

– GV gọi HS đọc định nghĩa toạ độ của một điểm trong không gian $Oxyz$ và nhấn mạnh: x -hoành độ, y -tung độ, z -cao độ của một điểm.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn cũng như biết xác định toạ độ của một điểm khi đã chọn hệ trục toạ độ phù hợp.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, áp dụng quy tắc hình bình hành, tính chất của hình hộp chữ nhật và dữ liệu đề bài để phân tích $\overrightarrow{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc biểu diễn vector $\overrightarrow{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ GV dẫn dắt HS tiếp cận được định nghĩa tọa độ của một điểm trong không gian $Oxyz$.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tìm tọa độ của một điểm từ đó hướng dẫn HS tìm hiểu tọa độ của vector trong không gian $Oxyz$.

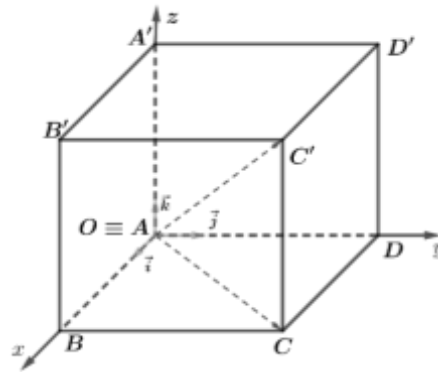
b) **Nội dung:** Vận dụng quy tắc hình bình, tính chất hình lập phương và dữ liệu đề bài cho để phân tích các vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) **Sản phẩm:**

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow B(5; 0; 0);$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow C(5; 5; 0);$$

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA'} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k} \Leftrightarrow C'(5; 5; 5).$$



d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình, thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vẽ hình và phân tích các vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bản trình bày cách phân tích ba vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kỹ năng vận dụng kiến thức đã học để tìm được tọa độ của điểm thông qua việc phân tích vector.

3. Tọa độ của vector

Hoạt động 3.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS hiểu được định nghĩa tọa độ của vector trong không gian $Oxyz$.

b) **Nội dung:** Biểu diễn được vector $\vec{a}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) **Sản phẩm:** Dựa vào định nghĩa tọa độ của một điểm, ta có:

$$A(a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}. \text{ Mà } \overrightarrow{OA} = \vec{a} \text{ nên } \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}.$$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- Mỗi HS thực hiện HĐKD 3.
- GV gọi HS đọc định nghĩa và nhận xét về tọa độ của vector trong không gian $Oxyz$.
- GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để hiểu rõ hơn cũng như biết cách xác định tọa độ của vector khi đã chọn hệ trục tọa độ phù hợp.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc biểu diễn vector $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$. GV dẫn dắt HS tiếp cận định nghĩa tọa độ của một vector trong không gian $Oxyz$.

Hoạt động 3.2. Thực hành 3

a) Mục tiêu: Phát triển kỹ năng phân tích một vector theo các vector đơn vị để xác định tọa độ vector trong hệ trục $Oxyz$.

b) Nội dung: Sau khi chọn được hệ trục tọa độ thích hợp, xác định được vector đơn vị và tọa độ của các vector $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AS}, \vec{AM}$.

c) Sản phẩm:

a) Vẽ hệ trục tọa độ $Oxyz$ theo yêu cầu đề bài và chỉ ra các vector đơn vị.

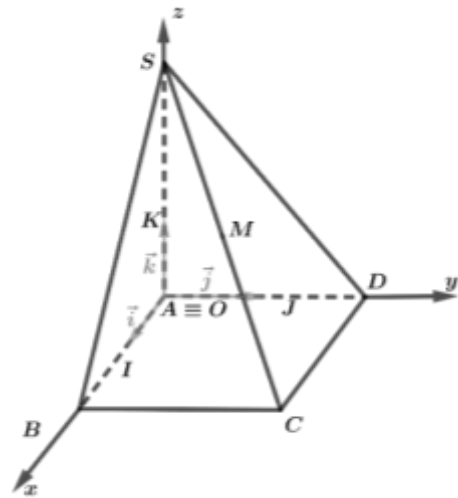
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD ; K là

điểm thuộc AS sao cho $AK = \frac{1}{3}AS$. Khi đó:

$$AI = AJ = AK = 1.$$

Các vector đơn vị trên các trục là:

$$\vec{i} = \vec{AI}, \vec{j} = \vec{AJ}, \vec{k} = \vec{AK}.$$



b) Tìm tọa độ của các vector $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AS}, \vec{AM}$

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0; 2; 0).$$

$$\overrightarrow{AS} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AS} = (0; 0; 3).$$

Gọi H là giao điểm 2 đường chéo AC và BD , E là trung điểm AS .

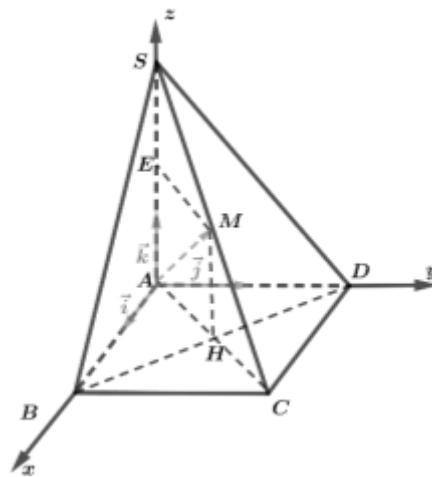
$$\text{Suy ra } MH \parallel AS, EM \parallel AH \text{ và } AE = \frac{3}{2}.$$

Từ đó ta có $AHME$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AE} = \vec{i} + \vec{j} + \frac{3}{2} \vec{k}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AM} = \left(1; 1; \frac{3}{2} \right).$$



d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình, quan sát hình và thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vẽ hình và chọn hệ trục, dựa vào giả thiết bài toán để xác định vector đơn vị, xác định toạ độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AM}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kĩ năng chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ phù hợp và xác định đúng toạ độ của vector.

Hoạt động 3.3. Vận dụng 2

a) Mục tiêu: HS có cơ hội vận dụng định nghĩa toạ độ vector trong hệ trục $Oxyz$ vào thực tế, vận dụng kiến thức giá trị lượng giác trong tam giác vuông để tính toán và xác định toạ độ của máy bay.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ, suy nghĩ phân tích vector $\overrightarrow{OM}$ theo các vector đơn vị để xác định toạ độ máy bay.

c) Sản phẩm:

Tính được độ dài các đoạn thẳng:

$$OC = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92; ON = CM = 14 \cdot \sin 65^\circ \approx 12,69;$$

$$OA = BN \approx 12,69 \cdot \sin 32^\circ \approx 6,72; OB = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,76.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \approx 6,72\vec{i} + 10,76\vec{j} + 5,92\vec{k}.$$

$$\text{Suy ra } M(6,72; 10,76; 5,92).$$

Vậy tọa độ của máy bay gần bằng bộ ba số $(6,72; 10,76; 5,92)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐVD 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ *Kết luận nhận định:* HS biết áp dụng quy tắc hình bình hành, giá trị lượng giác trong tam giác vuông để xác định tọa độ máy bay.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại hệ trục tọa độ $Oxyz$, định nghĩa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ trên hệ trục $Oxyz$.
- Xem lại cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, sử dụng kiến thức đã học để tính toán, sử dụng quy tắc hình bình hành để phân tích một vectơ theo 3 vectơ đơn vị.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- Chuẩn bị bài mới “**Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được các phép toán của vector trong không gian tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector, tích vô hướng của hai vector.
- Xác định được độ dài của một vector khi biết tọa độ hai đầu mút của nó và biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Xác định được biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Vận dụng được tọa độ của vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở các HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm hiểu kiến thức biểu thức tọa độ các phép toán vector.

2.2. Năng lực Toán học

- Giải quyết vấn đề toán học: giải được các bài toán liên quan về biểu thức tọa độ của các phép toán vector liên quan đến thực tiễn.
- Tư duy và lập luận toán học: Giải quyết được các bài toán thông qua các hoạt động thực hành, vận dụng.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội thảo luận về cách thực hiện các phép toán vector dựa trên tọa độ của chúng trong không gian $Oxyz$ tương tự như đã làm trong mặt phẳng Oxy .

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: $\vec{a} + \vec{a}' = (x + x'; y + y'; z + z')$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập: HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vector và tích của một số với một vector

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS nhận biết được các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: HS trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 1, từ đó trình bày được định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

a) $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$.

b) $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1)\vec{i} + (a_2 + b_2)\vec{j} + (a_3 + b_3)\vec{k}$;

$\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1)\vec{i} + (a_2 - b_2)\vec{j} + (a_3 - b_3)\vec{k}$;

$m\vec{a} = (ma_1)\vec{i} + (ma_2)\vec{j} + (ma_3)\vec{k}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– Chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1 và Nhóm 3 làm câu a. Nhóm 2 và Nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

– GV yêu cầu HS đọc phần Nhận xét và phần Chú ý.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:**

– Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

– Thông qua đại diện các nhóm trình bày, HS đã hình dung được định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS hiểu và xác định được các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $4\vec{a} = (8; -20; 12)$, $\frac{1}{3}\vec{b} = \left(0; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$, $3\vec{c} = (3; 21; 6)$.

Suy ra $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c} = \left(11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3}\right)$.

b) Ta có $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $4\vec{b} = (0; 8; -4)$, $2\vec{c} = (2; 14; 4)$. Suy ra $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c} = (4; 1; 11)$.

c) Ta có $\vec{m} = (-6; 15; -9) = -3(2; -5; 3) = -3\vec{a}$. Do đó $\vec{a}$ cùng phương với vector $\vec{m}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.

– Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét và yêu cầu các HS sửa bài vào tập.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\vec{v} + \vec{w} = (13, 5; 9; -3)$.

b) Vì $\vec{u} = (7; 2; 0) = 2(3, 5; 1; 0) = 2\vec{w}$ nên vector của thiết bị thăm dò cùng hướng và độ lớn gấp hai lần vector vận tốc của dòng hải lưu.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và làm HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.

– Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức các phép toán tọa độ để giải quyết một bài toán thực tế.

2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc HĐKP 2 và trả lời câu hỏi trong đề bài.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}, \vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}.$$

$$b) \vec{i}^2 = \vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}| \cdot |\vec{i}| \cos(\vec{i}, \vec{i}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1;$$

$$\vec{j}^2 = \vec{j} \cdot \vec{j} = |\vec{j}| \cdot |\vec{j}| \cos(\vec{j}, \vec{j}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1;$$

$$\vec{k}^2 = \vec{k} \cdot \vec{k} = |\vec{k}| \cdot |\vec{k}| \cos(\vec{k}, \vec{k}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1;$$

$$\text{Vì } \vec{i} \perp \vec{j}, \vec{j} \perp \vec{k}, \vec{k} \perp \vec{i} \text{ nên } \vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \vec{j} \cdot \vec{k} = 0, \vec{k} \cdot \vec{i} = 0.$$

$$c) \vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}) \cdot (b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k})$$

$$= a_1b_1\vec{i}^2 + a_1b_2\vec{i} \cdot \vec{j} + a_1b_3\vec{i} \cdot \vec{k} + a_2b_1\vec{j} \cdot \vec{i} + a_2b_2\vec{j}^2 + a_2b_3\vec{j} \cdot \vec{k} + a_3b_1\vec{k} \cdot \vec{i} + a_3b_2\vec{k} \cdot \vec{j} + a_3b_3\vec{k}^2$$

$$= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV chia lớp thành ba nhóm. Nhóm 1 làm câu a, Nhóm 2 làm câu b, Nhóm 3 làm

câu c. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

– GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 2.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

– GV rút ra nhận xét.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn về biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày.

– Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:**

– Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

– Thông qua đại diện các nhóm trình bày, HS đã hiểu được định nghĩa biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hiểu và tính được tích vô hướng của hai vector, độ dài và góc giữa hai vector.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \vec{m} \cdot \vec{n} = -5 \cdot 2 + 4 \cdot (-7) + 9 \cdot 0 = -38, \vec{m} \cdot \vec{p} = -5 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 9 \cdot (-4) = -54;$$

$$b) |\vec{m}| = \sqrt{(-5)^2 + 4^2 + 9^2} = \sqrt{122}, |\vec{n}| = \sqrt{2^2 + (-7)^2 + 0^2} = \sqrt{53};$$

$$\cos(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{-38}{\sqrt{122} \cdot \sqrt{53}} = -\frac{38}{\sqrt{6466}};$$

c) Ta có $\vec{p} \cdot \vec{q} = 6 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + (-4) \cdot 0 = 0$. Vậy $\vec{q}$ vuông góc với $\vec{p}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 2.2: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

c) **Sản phẩm:** $A = \vec{f} \cdot \vec{a} = 5 \cdot 70 + 4 \cdot 20 + (-2) \cdot (-40) = 510 \text{ J}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và tính công sinh bởi lực $\vec{f}$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để giải quyết bài toán thực tế.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để giải quyết một bài toán thực tế.

3. Vận dụng

3.1. Xác định tọa độ của vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được tọa độ của một vector khi biết được tọa độ điểm đầu và điểm cuối.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:** Ta có $\vec{OB} = (x_B; y_B; z_B)$, $\vec{OA} = (x_A; y_A; z_A)$.

Suy ra $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 3.

– GV rút ra nhận xét về độ dài của vector $\vec{AB}$.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, qua đó HS hiểu rõ hơn tọa độ của vectơ khi biết tọa độ của điểm đầu và điểm cuối, độ dài của vectơ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và làm việc cá nhân.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Gọi một HS xung phong lên trình bày kết quả của mình, các HS còn lại theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bạn trình bày kết quả trên bảng, HS đã hình dung được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS hiểu và xác định được tọa độ của vectơ khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối, tính được độ dài của vectơ.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\overrightarrow{MN} = (-16; 2; 4)$, $\overrightarrow{NP} = (9; -6; 1)$, $\overrightarrow{MP} = (-7; -4; 5)$.

b) Ta có $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(-16)^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{69}$, $NP = |\overrightarrow{NP}| = \sqrt{9^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{97}$;

$MP = |\overrightarrow{MP}| = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2 + 5^2} = 3\sqrt{10}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.

– Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét và yêu cầu các HS sửa bài vào tập.

3.2. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

Hoạt động 3.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:** Ta có $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A; z_A)$, $\overrightarrow{OB} = (x_B; y_B; z_B)$, $\overrightarrow{OC} = (x_C; y_C; z_C)$.

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(x_A + x_B; y_A + y_B; z_A + z_B)$ hay $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C; y_A + y_B + y_C; z_A + z_B + z_C)$

hay $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:

- GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 4.
- GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm tọa độ trung điểm, trọng tâm.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập: HS suy nghĩ và làm việc cá nhân.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Gọi một HS xung phong lên trình bày kết quả của mình, các HS còn lại theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bạn trình bày kết quả trên bảng, HS đã nhận biết được tọa độ của trung điểm, trọng tâm.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hiểu và tính được tọa độ của trung điểm, trọng tâm.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) **Sản phẩm**

a) Ta có tọa độ các trung điểm là $M'\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $N'\left(-\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$, $P'\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 3\right)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác $M'N'P'$ là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 2\right)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 3.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua vận dụng các biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ trong giải toán hình học.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

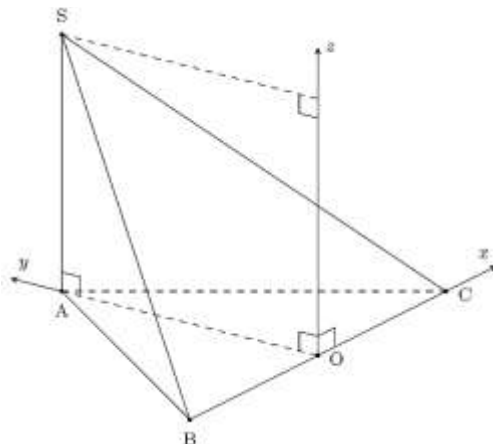
c) **Sản phẩm:**

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có AO là đường cao trong tam giác đều ABC nên

$$AO = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

a) $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right)$, $B\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$,
 $C\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$.



$$b) M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- Mỗi HS quan sát hình và tìm tọa độ các điểm theo yêu cầu của HĐVD 3.
- Chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1 và Nhóm 3 làm câu a. Nhóm 2 và Nhóm 4 làm câu b.
- Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vector để xác định tọa độ các điểm theo yêu cầu của HĐVD 3.

- GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5, 6, qua đó HS hiểu rõ hơn các phép toán tọa độ các vector.

Hoạt động 3.2.4: Thực hành

a) Mục tiêu: Hiểu và tìm được tọa độ chân đường cao, độ dài các cạnh và góc giữa hai vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) Sản phẩm

a) Ta có $\overrightarrow{NP} = (2; -1; -1)$. Vì K là chân đường cao kẻ từ M nên $K \in NP$ và $MK \perp NP$.

Gọi $K(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{NK} = (x - 5; y - 9; z - 3)$.

Vì $\overrightarrow{NK}, \overrightarrow{NP}$ cùng phương nên tồn tại số thực $t \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{NK} = t\overrightarrow{NP}$.

Do đó $x - 5 = 2t, y - 9 = -t, z - 3 = -t$, suy ra $K(5 + 2t; 9 - t; 3 - t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} = (5 + 2t; 8 - t; 1 - t)$.

$$\overrightarrow{MK} \perp \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 10 + 4t - 8 + t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow 6t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } K\left(\frac{16}{3}; \frac{56}{3}; \frac{17}{6}\right).$$

b) Ta có $\overrightarrow{MN} = (5; 8; 1), \overrightarrow{MP} = (7; 7; 0)$.

$$\text{Suy ra } MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{5^2 + 8^2 + 1^2} = 3\sqrt{10}, MP = |\overrightarrow{MP}| = \sqrt{7^2 + 7^2 + 0^2} = 7\sqrt{2}.$$

$$c) \cos M = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}}{MN \cdot MP} = \frac{5 \cdot 7 + 8 \cdot 7 + 1 \cdot 0}{3\sqrt{10} \cdot 7\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{5}}{30}, \text{ suy ra } M \approx 14^\circ 19'.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 3.5: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 4.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 6; 8)$, $\overrightarrow{AC} = (8; 10; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (4; 4; -5)$.

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2} = 2\sqrt{29}, \quad AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8^2 + 10^2 + 3^2} = \sqrt{173};$$

$$BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{57}.$$

$$b) \cos BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{4 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 3}{2\sqrt{29} \cdot \sqrt{173}} = \frac{116}{2\sqrt{5017}}, \text{ suy ra } BAC \approx 35^\circ 2'.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐVD 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vector để giải quyết bài toán thực tế.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vector để giải quyết một bài toán thực tế.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại công thức các phép toán tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

– Xem lại biểu thức tọa độ của tích vô hướng, công thức trung điểm, trọng tâm.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

– Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương II**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 4: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

(1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập củng cố về:

- Nhận biết được vector và các phép toán vector trong không gian (tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector, tích vô hướng của hai vector).
- Nhận biết được tọa độ của một vector đối với hệ trục tọa độ.
- Xác định được độ dài của một vector khi biết tọa độ hai đầu mút của nó và biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Xác định được biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Vận dụng được tọa độ của vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS xác định được đúng đắn động cơ, thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc thảo luận các bài toán trong SGK.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề Toán học: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi; phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Ham học hỏi, có ý thức tìm tòi, khám phá.
- Trung thực: Đưa ra các kết quả bài tập một cách chính xác.
- Trách nhiệm: Có ý thức làm việc nhóm; sẵn sàng chịu trách nhiệm với lời nói và việc làm của bản thân; hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1: Câu hỏi thực hành, vận dụng

a) Mục tiêu: HS vận dụng các kiến thức về tọa độ điểm, tọa độ vector đối với hệ trục tọa độ, các phép toán vector trong không gian, xác định được tọa độ trung điểm đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm tam giác, góc giữa hai vector, tích vô hướng của hai vector, ... để tìm đáp án đúng trong các phương án lựa chọn ở các câu hỏi trắc nghiệm.

b) Nội dung: HS đọc và thực hiện giải các câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm: Đáp án: 1. D; 2. D; 3. B; 4. D; 5. A; 6. B; 7. D; 8. A.

1. Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow M(2;1;0)$.

2. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 3)$.

3. Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $I(1;0;4)$.

4. Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 4 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $G(1;4;2)$.

5. Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$, $\overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 5 - y_D; 1 - z_D)$.

$ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_D = 1 \\ 5 - y_D = -1 \\ 1 - z_D = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 6 \\ z_D = 3 \end{cases}$.

Vậy $D(-4;6;3)$.

6. Ta có $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{0 \cdot \sqrt{3} + (-1) \cdot 1 + 0}{\sqrt{0^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2 + 0^2}} = -\frac{1}{2}$. Suy ra $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

7. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (6; -6; 5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-3) \cdot 6 + 4 \cdot (-6) + (-2) \cdot 5 = -52$.

8. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -1)$, $\overrightarrow{MA} = (-1 - x_M; 2 - y_M; 3 - z_M)$.

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -2 - 2x_M \\ -2 = 4 - 2y_M \\ -1 = 6 - 2z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = 3 \\ z_M = \frac{7}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân, đọc và thực hiện các câu hỏi trắc nghiệm, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS còn lại theo dõi, nhận xét, đánh giá.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS sử dụng các kiến thức đã học trong chương để giải quyết các bài tập tự luận vận dụng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện giải các bài tập trong Bài tập tự luận.

c) **Sản phẩm:**

9. a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật là: $O'(0; 0; 5)$, $A'(2; 0; 5)$, $C'(0; 3; 5)$, $O(0; 0; 0)$, $B(2; 3; 0)$, $A(2; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$.

$$\text{b) } \overrightarrow{OB'} = (2; 3; 5) \Rightarrow OB' = \sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{38}.$$

10. Dựa vào Hình 2 trong SGK ta có: tọa độ điểm $P(2; 3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{OP} = (2; 3; 3)$.

Vậy khoảng cách $OP = \sqrt{2^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{22}$.

11. Ta có $4\vec{v} = (0; 8; -4)$, $2\vec{w} = (2; 14; 4)$. Suy ra $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w} = (0; -27; 3)$.

12. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$. $\overrightarrow{MB} = (1 - x_M; 2 - y_M; 3 - z_M)$,

$$\overrightarrow{MC} = (1 - x_M; -2 - y_M; -5 - z_M).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -3 + 3x_M \\ 2 - y_M = 6 + 3y_M \\ 3 - z_M = 15 + 3z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -1 \\ z_M = -3 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1; -3).$$

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (1; -2; -5) \Rightarrow AM = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{30}$.

13. Ta có $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ + 4^2 = 28 \Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{7}$.

14. a) Ta có $\overrightarrow{OB} = (0; -2; 3)$. Gọi toạ độ điểm $H(x; y; z)$.

Suy ra $\overrightarrow{OH} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1)$.

Vì $H(x; y; z)$ là chân đường cao kẻ từ A nên $H \in OB$ và $AH \perp OB$,

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{OH} = t\overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \end{cases}, \text{ với } t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ 0(x-1) - 2(y-2) + 3(z+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ -2y + 3z + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ 4t + 9t + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{14}{13} \\ z = \frac{-21}{13} \\ t = \frac{-7}{13} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } H\left(0; \frac{14}{13}; \frac{-21}{13}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-1; -\frac{12}{13}; -\frac{8}{13}\right)$$

$$\Rightarrow AH = |\overrightarrow{AH}| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{12}{13}\right)^2 + \left(-\frac{8}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{377}}{13}.$$

$$\text{b) Diện tích tam giác } OAB \text{ là } S = \frac{1}{2} AH \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{377}}{13} \cdot \sqrt{13} = \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

15. a) Toạ độ vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B là $\vec{b} = 3\vec{a} = (900; 600; 1200)$.

$$\text{b) Tốc độ của máy bay B là } |\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1616 \text{ km/h.}$$

16. Xét tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Gọi M là trung điểm của BC ; O và G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và BCD . H là giao điểm của AG và DO .

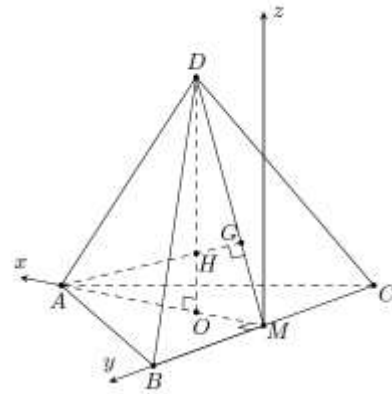
Xét hệ trục toạ độ $Mxyz$ (với $M(0; 0; 0)$) như hình vẽ, ta có:

$$B\left(0; \frac{a}{2}; 0\right), C\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right).$$

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ suy ra } A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right).$$

$$MO = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \text{ suy ra } O\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right).$$

$$\text{Tương tự ta có } GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



$$AO = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$AG = \sqrt{AM^2 - GM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Ta có $\triangle AOH \sim \triangle AGM$ (g-g), suy ra $\frac{AO}{AG} = \frac{OH}{GM}$, từ đó suy ra

$$OH = \frac{AO \cdot GM}{AG} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

$$\overrightarrow{HB} = \left(-\frac{a\sqrt{3}}{6}; \frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right), \overrightarrow{HC} = \left(-\frac{a\sqrt{3}}{6}; -\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

Ta có

$$\cos BHC = \cos(\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = \frac{\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}}{|\overrightarrow{HB}| \cdot |\overrightarrow{HC}|} = \frac{\frac{3a^2}{36} - \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}}{\sqrt{\frac{3a^2}{36} + \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}} \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{36} + \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}}} = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow BHC = 109,5^\circ$. Ta thấy góc liên kết chính là BHC nên ta có đpcm.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm, đọc và thực hiện các bài tập thực hành, vận dụng, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, kết quả thực hiện của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất.

– GV chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

– HS về nhà thông lại các kiến thức đã học trong chương II.

– Chuẩn bị bài mới “Chương III. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được vector pháp tuyến, cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.
- Nhận biết được phương trình tổng quát của mặt phẳng, thiết lập được phương trình tổng quát của mặt phẳng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ theo ba cách cơ bản: qua một điểm và biết vector pháp tuyến, qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương, qua ba điểm không thẳng hàng.
- Thiết lập được điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc với nhau.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài, xem lại kiến thức tọa độ vector để tính toán và trả lời những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: Giải quyết được những bài toán liên quan đến mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các công thức tọa độ vector đã học để tính toán, phân tích, tổng hợp để từ bài toán cụ thể khái quát hoá để đi đến công thức như: lập phương trình tổng quát, điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc hay tính khoảng cách.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục tọa độ, hệ trục tọa độ $Oxyz$; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở kết nối HS vào bài phương trình mặt phẳng bằng cách quan sát một mặt phẳng được đặt trong không gian $Oxyz$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời đúng câu hỏi: Xác định một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng và vector $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và trả lời câu hỏi của HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) Cho $\vec{n}$ khác $\vec{0}$, qua M_0 cố định trong không gian chỉ có duy nhất một mặt phẳng (α) vuông góc với giá của $\vec{n}$.

b) Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, qua M_0 cố định trong không gian chỉ có duy nhất một mặt phẳng (α) song song hoặc chứa giá của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát Hình 1 trong SGK, suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua Hình 1 trong SGK và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, dựa vào hình vẽ GV lưu ý HS phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1 để hiểu rõ hơn về vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

Hoạt động 1.2. Thực hành

a) Mục tiêu: HS tính tọa độ của vector khi biết tọa độ của điểm đầu và điểm cuối, từ đó tìm vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS tìm tọa độ của vector có giá song song hoặc nằm trong (ABC) , (OAB) .

c) Sản phẩm:

a) Cặp vector chỉ phương của (ABC) là: $\overrightarrow{AB} = (-3; 4; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 5)$.

b) Vì $A \in Ox$, $B \in Oy \Rightarrow (OAB) = (Oxy)$.

Nên vector pháp tuyến của (OAB) là $\overrightarrow{OC} = (0; 0; 5)$ hoặc $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS sử dụng công thức để tính tọa độ các vector.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác và nắm vững hệ trục tọa độ $Oxyz$.

Hoạt động 1.3. Vận dụng

a) Mục tiêu: Mô hình hoá các hình trong thực tế, chọn được hệ trục $Oxyz$ thích hợp, từ đó xác định được vector pháp tuyến và vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) Nội dung: HS xác định được vector chỉ pháp tuyến và vector chỉ phương của $(A'B'C')$.

c) Sản phẩm:

Cặp vector chỉ phương của $(A'B'C')$ là: $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$, $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$, ...

Vector pháp tuyến của $(A'B'C')$ là: $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{A'A}$, $\overrightarrow{BB'}$, ...

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm đều trả lời câu hỏi của HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm thực hiện trao đổi, vẽ hình và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

2. Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vector chỉ phương

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá cách xây dựng phương pháp xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương, từ đó biết được công thức tính tích có hướng của hai vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

a) $\vec{n} \neq \vec{0}$ vì không cùng phương.

b) $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ và $\vec{b} \cdot \vec{n} = 0$.

c) Từ câu b suy ra $\vec{n} \perp \vec{a}, \vec{n} \perp \vec{b}$ nên $\vec{n}$ có giá vuông góc với (α) .

Vậy $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của (α) .

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu và thực hiện HĐKP 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, áp dụng tính chất hai vector không cùng phương, công thức tính vô hướng của hai vector để tính toán và trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc trả lời 3 câu hỏi ở HĐKP 2, HS biết cách xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV gọi HS khác đọc phần Chú ý để ghi nhớ cách xác định.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn cũng như biết xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học để tìm vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng (Q) : $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (9; 6; -2)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) : $\vec{n} = -\frac{1}{4}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -8; 2)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để tính tọa độ các vector.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bản trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng công thức tọa độ vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối, công thức tích có hướng của hai vector.

Hoạt động 2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính tích có hướng của hai vector.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức tích có hướng của hai vector.

c) **Sản phẩm:** Vector có giá song song với ngón cái là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; 1; -5)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức tích có hướng để tính $\vec{n}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bản trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng công thức tích vô hướng của hai vector.

3. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

3.1. Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Dẫn dắt và giúp HS hiểu được khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Tính tích vô hướng của $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$ theo x, y, z .

c) Sản phẩm:

$$\overrightarrow{M_0M} = (x-1; y-2; z-3), \quad \vec{n} = (7; 5; 2).$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 7x + 5y + 2z - 23.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính toạ độ $\overrightarrow{M_0M}$ và tích vô hướng $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc tính tích vô hướng $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$, tìm điều kiện để $M \in (\alpha)$, GV dẫn dắt HS tiếp cận khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) .

– GV gọi HS đọc phần KTTT, cũng từ HĐKD 3 GV hướng dẫn HS rút ra hai nhận xét.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để hiểu rõ hơn phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng khi biết phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Xác định vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng của mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.

c) Sản phẩm:

a) Vector pháp tuyến của $(\alpha), (\beta)$ lần lượt là: $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; 2; -3), \vec{n}_{(\beta)} = (1; 4; 0)$.

b) $N(1; 1; 0) \in (\alpha)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng để trả lời câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hiểu rõ hơn về khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng.

3.2. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết điểm và vector pháp tuyến

Hoạt động 3.2.1 Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm thuộc mặt phẳng và một vector pháp tuyến.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 4.

c) Sản phẩm:

a) $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0).$

b) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0).$

c) Vì $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M} \Leftrightarrow A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0) = 0$

Vậy phương trình tổng quát của (α) : $A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0) = 0.$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích vô hướng của hai vector để trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức tích vô hướng của hai vector, nhận biết mặt phẳng (α) là tập hợp tất cả các điểm M thuộc (α) , từ đó suy ra phương trình tổng quát của (α) .

– GV gọi HS đọc cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và vector pháp tuyến của mặt phẳng.

3.3. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết điểm và cặp vector chỉ phương

Hoạt động 3.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm thuộc mặt phẳng và cặp vector chỉ phương.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 5.

c) Sản phẩm:

a) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3; 1; -6).$

b) Phương trình mặt phẳng (α) : $3x + y - 6z + 4 = 0.$

d) Tổ chức thực hiện

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích có hướng để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.
 - ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.
 - ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.
 - ❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức tích có hướng của hai vector, biết cách lập phương trình mặt phẳng.
- GV gọi HS đọc các bước lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và cặp vector chỉ phương.
 - GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

3.4. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng

Hoạt động 3.4.1: Khám phá

- a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 6.
- c) **Sản phẩm:**

- a) Một cặp vector chỉ phương của (α) : $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 2), \overrightarrow{AC} = (5; 2; 0)$.
- b) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; 10; -11)$.
- c) Phương trình mặt phẳng (α) : $4x - 10y + 11z - 1 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tọa độ vector, tích có hướng của hai vector để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.
 - ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.
 - ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.
 - ❖ **Kết luận nhận định:** HS biết tìm vector pháp tuyến, biết cách lập phương trình mặt phẳng.
- GV gọi HS đọc các bước lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
 - GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6, 7 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng, từ Ví dụ 7 GV đưa ra công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Hoạt động 3.4.2: Thực hành

- a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành lập phương trình tổng quát của mặt phẳng theo ba cách cơ bản.
- b) **Nội dung:** Xác định vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng của mặt phẳng, từ đó viết phương trình mặt phẳng.
- c) **Sản phẩm:**

a) $(P) : 5x - 2y + 7z - 3 = 0$.

b) $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}, \vec{v}] = (1; -3; -4)$, suy ra $(P) : x - 3y - 4z + 11 = 0$.

c) Một cặp vector chỉ phương của (P) là $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2), \overrightarrow{AC} = (2; 0; 1)$.

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 3; -2)$. Vậy $(P) : x + 3y - 2z + 5 = 0$.

d) $(P) : \frac{x}{7} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 18x - 63y + 14z - 126 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm làm một câu.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

Hoạt động 3.4.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp.

b) **Nội dung:** Xác định được tọa độ của điểm trên hệ trục $Oxyz$, vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng, từ đó viết phương trình tổng quát của mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

$(O'AB)$ có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{O'A} = (-2; 0; 5), \overrightarrow{O'B} = (0; -3; 5)$.

Suy ra $(O'AB)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{O'A}, \overrightarrow{O'B}] = (15; 10; 6)$.

Phương trình tổng quát của $(O'AB)$ là: $15x + 10y + 6z - 30 = 0$.

$(O'A'B')$ có vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Phương trình tổng quát của $(O'A'B')$ là: $z - 5 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

4. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

4.1. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

Hoạt động 4.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của HĐKP 7.

c) **Sản phẩm:**

a) (α) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$, (β) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -4; 6)$.

Suy ra $\vec{n}_2 = 2\vec{n}_1$ nên $\vec{n}_2, \vec{n}_1$ cùng phương.

b) $M \in (\alpha), M \notin (\beta)$.

c) Vì vector pháp tuyến của $(\alpha), (\beta)$ cùng phương nên $(\alpha) // (\beta)$ hoặc $(\alpha) \equiv (\beta)$.

Mà $M \in (\alpha), M \notin (\beta)$ nên $(\alpha), (\beta)$ phân biệt, suy ra $(\alpha) // (\beta)$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng kiến thức tọa độ vector để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã hình dung được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

– GV gọi HS đọc điều kiện, dựa vào HĐKP 7, GV nhấn mạnh phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 8 giúp hiểu rõ hơn điều kiện để hai mặt phẳng song song, nhận biết được hai mặt phẳng trùng nhau, cắt nhau.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 9, giúp HS lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và song song với mặt phẳng cho trước.

Hoạt động 4.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Nhận biết hai mặt phẳng song song.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi dựa vào điều kiện vừa học.

c) **Sản phẩm:** $(E) // (F), (E) \equiv (H), (E)$ cắt (S) .

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 4.1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng trong các mô hình thực tế.

b) **Nội dung:** HS xác định được vector pháp tuyến và viết phương trình mặt phẳng.

c) **Sản phẩm:**

Vì $(Q) // (P)$ nên $(Q): 6x + 5y + z + d = 0$. $M(1; 1; 1) \in (Q)$, suy ra $d = -12$.

Vậy $(Q): 6x + 5y + z - 12 = 0$

d) Tổ chức thực hiện

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS xung phong trả lời cá nhân.
- ❖ *Kết luận nhận định:* Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

4.2. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

Hoạt động 4.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của HĐKP 8.

c) Sản phẩm:

a) (α) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

(β) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -10; 5)$.

b) $\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 \perp \vec{n}_1$. Vậy $(\alpha) \perp (\beta)$.

d) Tổ chức thực hiện

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tìm vector pháp tuyến, tích vô hướng của hai vector từ đó nêu nhận xét về hai mặt phẳng.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS trả lời câu hỏi, từ đó nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
- ❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã hình dung được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
 - GV gọi HS đọc điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
 - GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 10 giúp khắc sâu điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

Hoạt động 4.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Nhận biết hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi dựa vào điều kiện vừa học.

c) **Sản phẩm:** $(F) \perp (H)$.

d) Tổ chức thực hiện

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS xung phong trả lời cá nhân.
- ❖ *Kết luận nhận định:* Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 4.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Lập phương trình mặt phẳng trong bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình, tìm tọa độ của các điểm dựa vào mô hình hoá bài toán trên hệ trục $Oxyz$, từ đó lập phương trình mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

Dựa vào hệ trục $Oxyz$, (P) song song (Oyz) nên có vector pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$M(3; 4; 0) \in (P)$. Vậy $(P): x - 3 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

5.1. Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Hoạt động 5.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá công thức khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi của HĐKP 9.

c) Sản phẩm:

a) Dựa vào hình 17 ta thấy $\overrightarrow{M_1M_0}$ và $\vec{n}$ cùng phương.

b) $\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n} = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)$.

c) Ta có $\overrightarrow{M_1M_0}$ cùng phương $\vec{n}$ nên $\overrightarrow{M_1M_0} = t\vec{n}$ ($t \neq 0$)

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_1 = x_0 - At \\ y_1 = y_0 - Bt \\ z_1 = z_0 - Ct \end{cases}; \text{ Mà } M_1 \in (\alpha) \text{ nên } t = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2}$$

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{M_1M_0}| = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2} = \sqrt{t^2 (A^2 + B^2 + C^2)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right)^2 (A^2 + B^2 + C^2)} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \Rightarrow |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{n}| = |Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|$$

$$|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}| = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1) = |Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{n}| = |\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}|$$

$$c) d(M_0, (\alpha)) = \frac{|\overrightarrow{M_1 M_0}|}{|\vec{n}|} = \frac{|\overrightarrow{M_1 M_0} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng kiến thức tọa độ vector, độ lớn của vector để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã chứng minh được công thức khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 11, 12, 13 giúp hiểu rõ hơn công thức tính khoảng cách bằng phương pháp tọa độ.

Hoạt động 5.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Thực hành tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS áp dụng công thức vừa học để tính.

c) Sản phẩm:

a) Mặt phẳng (MNP) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; 2; 1), \overrightarrow{MP} = (2; 4; 4)$.

Suy ra (MNP) có vector pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (2; -1; 0)$.

Phương trình tổng quát của (MNP) là $2x - y - 3 = 0$.

Chiều cao của hình chóp $O.MNP$ là $d(O, (MNP)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

b) (R) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (8; 6; 0)$, (S) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (16; 12; 0)$

suy ra $(R) // (S)$.

Chọn $M(-5; -5; 0) \in (R)$, suy ra khoảng cách giữa hai mặt phẳng (R) và (S) là

$$d(M, (S)) = \frac{|16 \cdot (-5) + 12 \cdot (-5) - 2|}{\sqrt{16^2 + 12^2}} = \frac{71}{10}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng công thức để tính chiều cao và khoảng cách.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 5.3. Vận dụng

a) Mục tiêu: Chọn hệ trục thích hợp cho khối đa diện để tìm được tọa độ các điểm, từ đó lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) Nội dung: HS xác định tọa độ điểm, tọa độ vectơ, phương trình mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

Từ hình vẽ ta có: $S(0;0;2a), A(-a;0;0), B(0;a;0), C(a;0;0)$.

Mặt phẳng (SAB) có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AS} = (a;0;2a), \overrightarrow{AB} = (a;a;0)$.

Suy ra (SAB) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \frac{1}{a^2} [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}] = (-2;2;1)$.

Phương trình (SAB) : $-2x + 2y + z - 2a = 0$.

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = \frac{|-2.a + 2.0 + 0 - 2a|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4a}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng đúng công thức tọa độ vectơ, tích có hướng, phương trình mặt phẳng và khoảng cách để tính.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại vectơ pháp tuyến, cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng, cách lập phương trình mặt phẳng theo ba cách cơ bản.

– Xem lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc và công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

– Chuẩn bị bài mới “**Phương trình đường thẳng trong không gian**”

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được vector chỉ phương, phương trình chính tắc, phương trình tham số của đường thẳng.
- Thiết lập được phương trình của đường thẳng trong hệ trục tọa độ theo một trong hai cách cơ bản: qua một điểm và biết một vector chỉ phương, qua hai điểm của đường thẳng trong không gian.
- Xác định được điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.
- Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng trong không gian để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài, xem lại kiến thức tọa độ vector để tính toán và trả lời những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: Giải quyết được những bài toán liên quan đến mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các công thức tọa độ vector đã học để tính toán, phân tích, tổng hợp để từ bài toán cụ thể khái quát hoá để đi đến công thức như: lập phương trình tham số của đường thẳng, xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng, tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục tọa độ, hệ trục tọa độ $Oxyz$; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Từ phương trình đường thẳng trong mặt phẳng Oxy , gợi mở cho HS hình dung được phương trình đường thẳng trong không gian $Oxyz$, khơi gợi trí tò mò của HS.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời được hoặc không.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương trình đường thẳng trong không gian

1.1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Hoạt động 1.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector chỉ phương của đường thẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và trả lời câu hỏi của HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:** Có duy nhất một đường thẳng d qua M_0 và song song hoặc trùng với giá của $\vec{a}$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình, liên hệ với đường thẳng trong hệ trục Oxy để trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua quan sát hình và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa vector chỉ phương của đường thẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, dựa vào hình vẽ GV nhấn mạnh phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1 để hiểu rõ hơn về vector chỉ phương của đường thẳng.

Hoạt động 1.1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS sử dụng công thức tọa độ vector để tìm vector chỉ phương của đường thẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS tìm vector chỉ phương của đường thẳng $AB, A'C', BB'$.

c) Sản phẩm:

AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (6; 3; 2)$.

$A'C'$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (3; 0; -1)$.

BB' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AA'} = (3; 7; 8) \cdot \vec{a}, \vec{b}$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS sử dụng công thức tọa độ, tính chất lăng trụ tam giác để tìm tọa độ của vectơ chỉ phương.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận: HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

1.2. Phương trình tham số của đường thẳng

Hoạt động 1.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, từng bước tìm được phương trình tham số của đường thẳng.

b) **Nội dung:** HS giải thích được $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{a} \ (t \in \mathbb{R})$, từ đó tính được x, y, z theo x_0, y_0, z_0 và a_1, a_2, a_3 .

c) Sản phẩm:

a) Vì $\overrightarrow{M_0M}, \vec{a}$ cùng phương nên tồn tại số $t \in \mathbb{R} : \overrightarrow{M_0M} = t\vec{a}$

$$b) \overrightarrow{M_0M} = t\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = ta_1 \\ y - y_0 = ta_2 \\ z - z_0 = ta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm đều trả lời câu hỏi của HĐKP 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm quan sát hình, trao đổi, tính toán và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, từ đó giáo viên dẫn dắt để HS nhận biết được phương trình tham số của đường thẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, nhấn mạnh các yếu tố trong phương trình tham số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn về phương trình tham số của đường thẳng, cách tìm một điểm thuộc đường thẳng dựa vào phương trình tham số, từ đó đưa ra chú ý ở mục a, b.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để biết cách nhận biết đường thẳng có đi qua một điểm cho trước hay không.

Hoạt động 1.2.1 Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tìm vectơ chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng.

b) Nội dung: Dựa vào các yếu tố của phương trình tham số để trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm:

a) Vector chỉ phương của d là $\vec{a} = (8; -4; 12)$.

b) Ba điểm thuộc d là: $A(-1; 0; 3), B(7; -4; 15), C(-9; 4; -9)$.

c) Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 5 + 9t \\ y = 0 \\ z = -7 - 2t \end{cases}$$

d) Điểm $M(-4; 0; 5)$ thuộc d .

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS làm độc lập.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* Áp dụng công thức để tìm tọa độ các vector, tọa độ điểm thuộc đường thẳng đối với HĐTH 2, áp dụng công thức viết phương trình tham số của đường thẳng đối với HĐTH 3.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS dựa vào các yếu tố của phương trình tham số để tìm tọa độ các vector, tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1.3. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Hoạt động 1.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, từng bước tìm được phương trình chính tắc của đường thẳng.

b) Nội dung: Từ phương trình tham số đã cho của đường thẳng, so sánh các biểu thức

$$\frac{x - x_0}{a_1}; \frac{y - y_0}{a_2}; \frac{z - z_0}{a_3}.$$

c) Sản phẩm:

$$\text{Điểm } M(x; y; z) \in d \text{ nên } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{x_0 + a_1 t - x_0}{a_1} = t, \text{ tương tự ta có } \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} = t$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* HS trả lời câu hỏi của HĐKP 3.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* Từ phương trình tham số, HS biến đổi để tìm tọa độ M và so sánh các biểu thức.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ việc so sánh các biểu thức, HS nhận biết được phương trình chính tắc của đường thẳng.

– GV yêu cầu HS đọc công thức phương trình chính tắc của đường thẳng và nhấn mạnh điều kiện khi sử dụng dạng này.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4 để nắm rõ hơn cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng khi biết điểm và vectơ chỉ phương.

Hoạt động 1.3.1 Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình chính tắc.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học viết phương trình chính tắc.

c) **Sản phẩm:** Phương trình chính tắc của d : $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{-4}$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng công thức thực hiện HĐTH 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình chính tắc của đường thẳng.

1.4. Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm

Hoạt động 1.4.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm.

b) **Nội dung:** Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm, từ đó viết phương trình tham số và phương trình chính tắc.

c) Sản phẩm:

a) Vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 2)$

b) Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKP 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, áp dụng công thức để thực hiện HĐKP 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ đó GV đưa ra công thức viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm.

– GV gọi HS đọc hai công thức và nhấn mạnh các yếu tố cần có, điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 để nắm rõ công thức đã đưa ra.

Hoạt động 1.4.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình tham số và phương trình chính tắc.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học viết phương trình.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{Phương trình tham số của } d : \begin{cases} x = 2 + (4 - 2)t \\ y = 0 + (3 - 0)t \\ z = -1 + (1 + 1)t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

$$\text{Phương trình chính tắc của } d : \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để thực hiện HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình chính tắc của đường thẳng.

Hoạt động 1.4.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình tham số của đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học để viết phương trình.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{Phương trình tham số của } d : \begin{cases} x = 4 + (4 - 4)t \\ y = 3 + (1000 - 3)t \\ z = 20 + (20 - 20)t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 + 997t \\ z = 20 \end{cases}$$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để viết.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình tham số của đường thẳng.

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc.

2.1. Điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 4; 6)$;

d'' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (2; 4; 6)$. Vậy ba vectơ này cùng phương.

b) $M(4; 1; 1) \notin d', M(4; 1; 1) \in d$

c) Vì ba vectơ chỉ phương của cùng phương d, d', d'' cùng phương nên ba đường thẳng này song song hoặc trùng nhau. Mà $M(4; 1; 1) \notin d', M(4; 1; 1) \in d \Rightarrow d // d', d \equiv d''$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ HĐKP 5, GV tổng quát dẫn dắt HS có được điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6 để giúp HS hiểu rõ hơn điều kiện vừa tìm được, từ đó nhấn mạnh phần chú ý ở mục a, b là có thể sử dụng cách khác để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Hoạt động 2.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác kiểm tra tính song song, trùng nhau của hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** Tìm các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng, sau đó vận dụng các điều kiện vừa học để xác định.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (4; -2; -2) = 2\vec{u}_2$.

d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$

Chọn $M(3; 5; 4) \in d'$, thay tọa độ M vào phương trình của d ta có:

$$\begin{cases} 3 = 7 + 4t \\ 5 = 3 - 2t \Leftrightarrow t = -1. \text{ Suy ra } M \text{ thuộc } d. \text{ Vậy } d \equiv d' \\ 4 = 2 - 2t \end{cases}$$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; 3; 4)$

d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 3; 4) = \vec{u}_1$.

Chọn $M(0; 0; 1) \in d, N(2; 9; 5) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2; 9; 4)$.

Suy ra $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1, \overrightarrow{MN}$ không cùng phương. Vậy $d // d'$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng để tìm vector chỉ phương và toạ độ điểm thuộc đường thẳng, từ đó xác định vị trí tương đối.

Hoạt động 2.1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) **Nội dung:** Vận dụng điều kiện đã học.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (0; 0; 1)$; d' có vector chỉ phương là

$$\vec{u}_2 = (0; 0; 5) = 5\vec{u}_1.$$

Chọn $M(1; 1; 1) \in d, N(10; 20; 5) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (9; 19; 4)$.

Suy ra $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1, \overrightarrow{MN}$ không cùng phương. Vậy $d // d'$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức tích có hướng để tính $\vec{n}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng để tìm vector chỉ phương và toạ độ điểm thuộc đường thẳng, từ đó xác định vị trí tương đối.

2.2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội thực hành bài toán cụ thể từ đó tổng quát lên biết được điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 6.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-2; 1; 3)$

d'' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3) = \vec{u}_2$. Suy ra d không song song với d' và d'' .

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1+t=2-2t' \\ 2+3t=-2+t' \\ 3-t=1+3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+2t'=1 \\ 3t-t'=-4 \\ -t-3t'=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t'=1 \end{cases}$$

Vì d và d' có 1 điểm chung. Vậy d cắt d' tại điểm $A(0; -1; 4)$

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1+t=2-2t'' \\ 2+3t=-2+t'' \\ 3-t=3+3t'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+2t''=1 \\ 3t-t''=-4 \\ -t-3t''=0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Vì d và d' không song song nhau và không có điểm chung. Vậy d và d'' chéo nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vectơ chỉ phương, xét điều kiện hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, giải hệ phương trình và nêu nhận xét.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, tính toán chính xác và có nhận xét đúng vị trí của các đường thẳng. Từ đó, GV nêu ra điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau.

– GV gọi HS đọc các điều kiện và chú ý là trước hết phải kiểm tra tính cùng phương của hai vectơ chỉ phương.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7 để hiểu rõ hơn điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau, từ đó đưa ra chú ý là có thể kiểm tra tính cùng phương của hai vectơ chỉ phương cùng với vectơ tạo bởi hai điểm thuộc hai đường thẳng.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

b) Nội dung: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng khi biết phương trình tham số và phương trình chính tắc, khi biết hai phương trình chính tắc.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; -3)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (4; 7; 11)$.

Suy ra d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn $M(0;1;2) \in d, N(2;0;-1) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2;-1;-3)$

Ta có: $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} \right] \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ nên d và d' cắt nhau.

Có thể xét hệ phương trình để tìm ra giao điểm của d và d' là $A(2;0;-1)$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = (1;2;2)$; d' có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_2} = (3;2;9)$.

Suy ra d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn $M(4;1;1) \in d, N(2;1;1) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2;0;0)$

Ta có: $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} \right] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$ nên d và d' chéo nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vector chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng hoặc tìm xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 2.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) **Nội dung:** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = (0;0;1)$; d' có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_2} = (0;1;0)$

Vì $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow d \perp d'$. Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} 0 = 20 \\ 0 = t' \\ 50 + t = 50 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Suy ra d và d' chéo nhau và vuông góc nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** tìm vector chỉ phương, xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

2.3. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Hoạt động 2.3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** : Giúp HS có cơ thực hành bài toán cụ thể từ đó tổng quát lên biết được điều kiện để hai đường thẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 7

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; 2; -1)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{a}' = (1; 4; 9)$.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{a}'$. Vậy $d \perp d'$.

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vectơ chỉ phương, tính tích vô hướng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, tính toán chính xác và có nhận xét đúng vị trí của các đường thẳng. Từ đó, GV nêu ra điều kiện để hai đường thẳng vuông góc nhau.

– GV gọi HS đọc các điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 8 để hiểu rõ hơn điều kiện hai đường thẳng vuông góc nhau.

Hoạt động 2.3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng

b) **Nội dung:** Kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; -3; 1)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{a}' = (1; 1; 2)$.

Xét $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$. Vậy d và d' vuông góc nhau.

b) Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (7; 3; 1)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{a}' = (2; 2; 2)$.

Xét $\vec{a} \cdot \vec{a}' \neq 0$. Vậy d và d' không vuông góc nhau.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 2.3.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

c) **Sản phẩm:**

Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 0; 0)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (0; 0; 3)$.

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} t = 10 \\ 20 = 20 \\ 9 = 1 + 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t' = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Suy ra d và d' cắt nhau tại $A(10; 20; 9)$

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$. Vậy d và d' cắt nhau và vuông góc nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** tìm vector chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng hoặc tìm xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3. Góc

3.1. Góc giữa hai đường thẳng

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Dẫn dắt và giúp HS hiểu công thức góc giữa hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 8.

c) Sản phẩm:

a) Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) , là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b .

b) Vì $\vec{b} = -\vec{a}$ nên $\vec{b}$ cũng là vector chỉ phương của d .

c) Vì $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ nên $|\cos(\vec{a}, \vec{a}')| = |\cos(\vec{b}, \vec{a}')|$.

Theo định nghĩa góc giữa hai đường thẳng trong không gian, ta có (d, d') cũng bằng góc giữa hai đường thẳng qua một điểm và song song hoặc trùng với giá của hai vector chỉ phương.

Mà $0^\circ \leq (d, d') \leq 90^\circ$, nên $\cos(d, d') = |\cos(\vec{a}, \vec{a}')| = |\cos(\vec{b}, \vec{a}')|$.

d) Nếu d và d' có vector chỉ phương lần lượt là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{a}' = (a_1'; a_2'; a_3')$.

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{a}') = \frac{a_1 \cdot a_1' + a_2 \cdot a_2' + a_3 \cdot a_3'}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{a_1'^2 + a_2'^2 + a_3'^2}}$.

Nên $\cos(d, d') = \frac{|a_1 \cdot a_1' + a_2 \cdot a_2' + a_3 \cdot a_3'|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{a_1'^2 + a_2'^2 + a_3'^2}}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

– GV gọi HS đọc công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 9 để nắm rõ hơn công thức vừa tìm được.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính góc giữa hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** Xác định vector chỉ phương, áp dụng công thức.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 5; 4)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (2; 5; -4)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|3 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot (-4)|}{\sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2} \cdot \sqrt{2^2 + 5^2 + (-4)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \Rightarrow (d, d') \approx 71^\circ 33'.$$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 6; 6)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (-10; -10; 5)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|3 \cdot (-10) + 6 \cdot (-10) + 6 \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} \cdot \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2 + 5^2}} = \frac{4}{9} \Rightarrow (d, d') \approx 63^\circ 36'.$$

c) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; -5)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (1; 1; 1)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 5 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{10}}{15} \Rightarrow (d, d') \approx 77^\circ 49'.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng công thức vừa học.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 3.1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính góc giữa hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) **Nội dung:** Xác định vector chỉ phương, áp dụng công thức.

c) **Sản phẩm:**

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; -1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (3; 3; 9)$.

Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$. Vậy $(d, d') = 90^\circ$.

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng công thức vừa học.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Hoạt động 3.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 9.

c) Sản phẩm:

a) Định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian:

Nếu đường thẳng a vuông góc với (P) thì góc giữa a và (P) bằng 90° .

Nếu đường thẳng a không vuông góc với (P) thì ta nói góc giữa a và hình chiếu a' của a trên (P) là góc giữa a và (P) .

b) Theo giả thiết $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$.

c) Từ câu b, ta có $\cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha) \Leftrightarrow \cos \beta = \sin \alpha$.

Theo định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, ta có: $(d, (P)) = (d, d')$

$\Rightarrow \sin(d, (P)) = \sin(d, d') = \sin \alpha = \cos \beta$.

Mà $\cos \beta = |\cos(\vec{n}, \vec{a})|$. Vậy $\sin(d, (P)) = |\cos(\vec{a}, \vec{n})|$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao. Từ HĐKP 9, GV dẫn dắt HS tìm được công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 10 để nắm rõ hơn về công thức, từ đó nhấn mạnh cho HS phần Chú ý về đường thẳng vuông góc mặt phẳng.

Hoạt động 3.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 1; -2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 2; -4)$.

Vì $\vec{n} = 2\vec{a}$ nên $\vec{n}, \vec{a}$ cùng phương. Vậy $d \perp (P)$.

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 4; 2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -4)$

$$\sin(d, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow (d, (P)) \approx 9^\circ 35'.$$

c) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (4; 4; 2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 0; -4)$.

Vì $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{n}$ nên $d \parallel (P)$. Vậy $(d, (P)) = 0^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích có hướng để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức, chú ý đến hai vector có cùng phương hay vuông góc để suy ra kết quả nhanh hơn.

Hoạt động 3.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ trong bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (0; 1; 1)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

$$\sin(d, (P)) = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d, (P)) = 45^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS áp dụng công thức.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính toán và áp dụng công thức để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3.3. Góc giữa hai mặt phẳng

Hoạt động 3.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS trải nghiệm khám phá để tìm ra phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) Nội dung: So sánh góc giữa hai mặt phẳng và góc giữa hai vectơ pháp tuyến.

c) Sản phẩm: Theo định nghĩa thì góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

$$\text{Suy ra } ((P), (P')) = (d, d') \Rightarrow \cos((P), (P')) = \cos(d, d') = |\cos(\vec{n}, \vec{n}')|.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm thảo luận và trả lời câu hỏi, ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ HĐKP 10, GV đã dẫn dắt HS tìm được công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức vừa tìm được.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 11 giúp khắc sâu công thức tính góc giữa hai mặt phẳng, qua đó nhấn mạnh phần chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 12 để HS biết cách áp dụng phương pháp tọa độ vào bài toán tính góc quen thuộc của lớp 11.

Hoạt động 3.3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng.

b) Nội dung: HS áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 11

a) Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; 7; -1)$; (P') có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 1; -10)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|3 \cdot 1 + 7 \cdot 1 - 1 \cdot (-10)|}{\sqrt{3^2 + 7^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-10)^2}} = \frac{20}{\sqrt{6018}} \Rightarrow ((P), (P')) \approx 75^\circ 3'$$

b) Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$; (P') có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; -5; 1)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|1 \cdot 3 + 1 \cdot (-5) - 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{210}} \Rightarrow ((P), (P')) \approx 73^\circ 58'$$

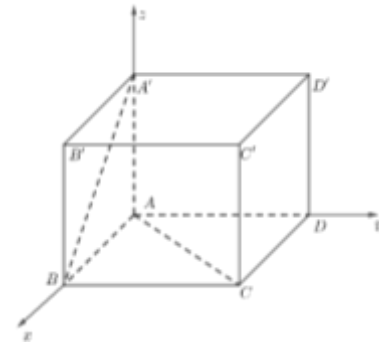
c) Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 0; 1)$; (P') có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 3; 3)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|1 \cdot 0 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 3^2 + 3^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P), (P')) = 60^\circ.$$

Hoạt động Thực hành 12

Theo toạ độ của các điểm trong đề bài, ta chọn được hệ trục toạ độ như hình bên.

Suy ra $C(1;5;0)$, $C'(1;5;3)$.



a) Ta có: AC có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (1;5;0)$

BA' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA'} = (-1;0;3)$

$$\begin{aligned}\cos(AC, BA') &= \frac{|1 \cdot (-1) + 5 \cdot 0 + 0 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 3^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{260}} \Rightarrow (AC, BA') \approx 86^\circ 26'\end{aligned}$$

b) Ta có: $(BDD'B')$ có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$, $\overrightarrow{BD} = (-1;5;0)$

$\Rightarrow (BDD'B')$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\vec{k}, \overrightarrow{BD}] = (-5; -1; 0)$.

$(AA'C'C)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;5;0)$.

$\Rightarrow (AA'C'C)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = [\vec{k}, \overrightarrow{AC}] = (-5; 1; 0)$.

$$\cos((BB'D'D), (ACC'A')) = \frac{|-5 \cdot (-5) - 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0|}{\sqrt{(-5)^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{12}{13}.$$

$\Rightarrow ((BB'D'D), (ACC'A')) \approx 22^\circ 37'$.

c) Ta có: AC' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC'} = (1;5;3)$.

$(A'BD)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B} = (1;0;-3)$, $\overrightarrow{A'D} = (0;5;-3)$.

$\Rightarrow (AA'C'C)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'D}] = (15; 3; 5)$.

$$\sin(AC', (A'BD)) = \frac{|1 \cdot 15 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 5|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 3^2} \cdot \sqrt{15^2 + 3^2 + 5^2}} = \frac{45}{\sqrt{9065}} \Rightarrow (AC', (A'BD)) \approx 28^\circ 12'$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 3.3.4: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính góc giữa hai mặt phẳng trong bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS áp dụng công thức.

c) **Sản phẩm:**

(P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4; 0; 11)$.

(Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 11 \cdot 1|}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 11^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{11}{\sqrt{137}} \Rightarrow ((P), (Q)) \approx 19^\circ 58'$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tìm vector pháp tuyến của hai mặt phẳng và áp dụng công thức.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ *Kết luận nhận định:* Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại vector chỉ phương, nhận biết được phương trình chính tắc, phương trình tham số của đường thẳng.
- Xem lại cách thiết lập được phương trình của đường thẳng trong hệ trục tọa độ theo một trong hai cách cơ bản.
- Xác định được điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.
- Xem lại công thức tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
- Chuẩn bị bài mới “**Phương trình mặt cầu**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết, viết được các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.
- Xác định được toạ độ tâm, bán kính của mặt cầu trong không gian.
- Hiểu, vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu giải các bài toán thực tế liên quan đến mặt cầu trong không gian.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được các câu hỏi trong HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm giải quyết các bài toán vận dụng nhằm xác định tâm, bán kính mặt cầu.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo: HS sử dụng kiến thức bài học giải quyết các bài toán thực tế.

Năng lực đặc thù:

- Giải quyết vấn đề toán học: xác định được tâm và bán kính mặt cầu trong không gian.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng kiến thức về mặt cầu trong không gian để giải quyết các bài toán thực tế.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: chuẩn bị bài trước ở nhà, ôn tập các kiến thức về đường tròn trên mặt phẳng toạ độ đã được học ở lớp 10; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS học tập các cách giải và kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập thực hành.
- Trách nhiệm: tham gia nghiêm túc trong quá trình giải toán, hoàn thành tốt các nhiệm vụ được giao khi hoạt động nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, bài trình chiếu, thiết bị trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở, kết nối HS vào bài học; bước đầu giúp HS hình dung được hình ảnh mặt cầu trong không gian, phương trình mặt cầu trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát hình vẽ và thực hiện yêu cầu ở HĐKP.

c) **Sản phẩm:** Phương trình mặt cầu có dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐKP.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:**

– HS thực hiện tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

– GV dẫn dắt HS tìm hiểu Khái niệm mặt cầu trong không gian.

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương trình mặt cầu trong không gian

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS xác định, nhận biết được cách biểu diễn mặt cầu bằng phương pháp toạ độ.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 2, lần lượt thực hiện các yêu cầu trong HĐKP 1, HĐKP 2; hình thành các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Khám phá 1

a) $IM = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$

b) Điều kiện cần và đủ của x, y, z để điểm $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu $S(I; R)$ là x, y, z thoả $IM = R$.

.

Hoạt động Khám phá 2

a) (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính $R = 5$.

b) $(**)$ không là phương trình mặt cầu.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 2, lần lượt thực hiện các yêu cầu trong HĐKP 1, HĐKP 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để trả lời yêu cầu từ HĐKP 1, HĐKP 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu câu trả lời cá nhân đã tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** thông qua hình ảnh minh hoạ, kiến thức cũ được nhắc lại, HS hình thành được phương trình mặt cầu trong không gian.

– GV yêu cầu một HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét.

- Lưu ý HS các xác định tâm, bán kính của mặt cầu khi biết được các dạng phương trình mặt cầu.
- GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành viết phương trình mặt cầu trong nhiều tình huống khác nhau để rèn luyện kỹ năng theo yêu cầu cần đạt.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HĐTH 1, HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 1

a) $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 100.$

b) $(S): (x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 21.$

c) $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 81.$

Hoạt động Thực hành 2

a) Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(0;0;-2)$ bán kính $R = 6.$

b) Phương trình đã cho không là phương trình mặt cầu.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia nhóm HS thảo luận thực hiện các nhiệm vụ cụ thể:

- Nhóm 1, 2 thảo luận thực hiện HĐTH 1;
- Nhóm 3, 4 thảo luận thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để thực hiện các nhiệm vụ được phân công.

– HS áp dụng kiến thức từ phần KTTT, Nhận xét để thực hiện HĐTH 1, 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm cử đại diện lên bảng trình bày bài giải HĐTH 1, 2; HS chú ý theo dõi đặt ra các câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, Nhận xét.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Liên hệ phương trình mặt cầu trong không gian vào thực tế để khắc sâu các kiến thức đã học cho HS.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐVD 1.

c) Sản phẩm: HS sử dụng kiến thức đã học trả lời được câu hỏi của HĐVD 1.

– Quả bóng có tâm $I(300;400;2000)$ bán kính $R = 1.$

– Khoảng cách từ tâm của quả bóng đến mặt đất: $d = 2000$ m.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐVD 1.

- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** HS sử dụng kiến thức đã học về mặt cầu trong không gian trả lời được câu hỏi của HĐVD 1, hình thành, khắc sâu các kiến thức về mặt cầu trong không gian.

2. Vận dụng của phương trình mặt cầu

Hoạt động 2.1: Khám phá

- a) **Mục tiêu:** truyền đạt, khắc sâu KTTT về phương trình mặt cầu trong không gian cho HS, liên hệ phương trình mặt cầu trong không gian vào nhiều dạng toán thực tế.
- b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.
- c) **Sản phẩm:** HS được tìm hiểu thêm nhiều dạng toán, ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tế.
- d) **Tổ chức thực hiện:**

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc và phân tích cách giải Ví dụ 3, Ví dụ 4.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày và giải thích cách giải của Ví dụ 3, Ví dụ 4.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá phần trình bày của HS về phương trình mặt cầu trong không gian.

Hoạt động 2.2: Vận dụng

- a) **Mục tiêu:** HS hiểu, vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu thực hiện các bài toán có liên quan trong thực tế.
- b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐVD 2, HĐVD 3.
- c) **Sản phẩm:**

- **Hoạt động Vận dụng 2:** Mặt cầu có tâm $I(100; 300; 2000)$ bán kính $R = 10$.
- **Hoạt động Vận dụng 3:** Khoảng cách từ đầu in phun đến tâm mặt cầu: $d = \frac{5\sqrt{2}}{16}$.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi, cùng đọc và thực hiện câu hỏi của các HĐVD 2, HĐVD 3.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** từng nhóm HS đọc, suy nghĩ, thảo luận vận dụng kiến thức đã biết thực hiện các yêu cầu của hoạt động.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**
 - GV gọi hai HS bất kì trình bày kết quả các phép toán đã tìm được từ HĐVD 2, HĐVD 3.
 - HS còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.
- ❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại khái niệm mặt cầu trong không gian, các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.
- Xem lại cách xác định toạ độ tâm, bán kính của mặt cầu từ các dạng phương trình mặt cầu.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5.
- Chuẩn bị kiến thức để thực hiện tiết học **“Bài tập cuối chương V”**.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 4: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

(1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập củng cố về:

- Nhận biết được phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng trong không gian, phương trình mặt cầu trong không gian.
- Xác định được vector pháp tuyến của mặt phẳng, vector chỉ phương của đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.
- Xác định được vị trí tương đối giữa đường thẳng với đường thẳng trong không gian.
- Xác định được góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa mặt phẳng và mặt phẳng trong không gian.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu để giải một số bài toán có liên quan đến thực tế.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS xác định được đúng đắn động cơ, thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận biết được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc thảo luận các bài toán.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi; phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Ham học hỏi, có ý thức tìm tòi, khám phá.
- Trung thực: Đưa ra các kết quả bài tập một cách chính xác.
- Trách nhiệm: Có ý thức làm việc nhóm; sẵn sàng chịu trách nhiệm với lời nói và việc làm của bản thân; hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1: Câu hỏi thực hành, vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng các kiến thức đã được học để tìm đáp án đúng trong các phương án lựa chọn ở các câu hỏi trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện giải các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm:** *Đáp án các câu trắc nghiệm:*

1. D 2. B 3. C 4. A 5. C 6. C 7. B 8. A 9. A 10. A 11. C

2. Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$

3. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

$$1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0.$$

4. Ta có $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}}.$

5. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1$; mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$ ta có:

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} (k \in \mathbb{R}); (P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0.$$

7. Phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0; -2)$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}.$$

8. Đường thẳng (d) có vector chỉ phương $\vec{u}_1$; đường thẳng (d') có vector chỉ phương $\vec{u}_2$ ta có:

$$(d) \perp (d') \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0.$$

9. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1$; mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$ ta có:

$$\cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

11. Mặt cầu tâm I đi qua điểm A có bán kính $R = IA$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, đọc và thực hiện các câu hỏi trắc nghiệm, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm đôi, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS còn lại theo dõi, nhận xét, đánh giá.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS sử dụng các kiến thức đã học trong chương để giải quyết các bài tập tự luận vận dụng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện giải các bài tập trong Bài tập tự luận.

c) Sản phẩm:

12. a) Phương trình mặt phẳng $(ABC): x + y + z - 1 = 0$

Thay tọa độ $D(-2; 1; -1)$ vào phương trình mặt phẳng (ABC) ta được: $-2 + 1 - 1 - 1 \neq 0$

Vậy $D \notin (ABC)$ hay A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình chóp.

b) Góc giữa hai đường thẳng AB và $CD: (AB, CD) = 45^\circ$.

c) Độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD: h = d(A, (BCD)) = 1$.

13. a) Phương trình mặt phẳng $(BCD): 8x - 3y - 2z + 4 = 0$.

Ta thấy điểm A không thuộc mặt phẳng (BCD) nên ABCD là một tứ diện.

b) Chiều cao của tứ diện $ABCD: AH = d(A, (BCD)) = \frac{36\sqrt{77}}{77}$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với $CD: (\alpha): x - z + 5 = 0$

14. Khoảng cách từ đầu in đến khay đặt vật in: $d = 20cm$

15. (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -1; 0)$.

H là hình chiếu vuông góc của O xuống $(Q) \Rightarrow (Q)$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1; -2)$

Tính được góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) là $((P), (Q)) = 45^\circ$.

16. a) $A(70; 0; 0), B(70; 0; -60), C(70; 80; 0), D(50; 0; 0)$.

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - 70 = 0$.

Phương trình mặt phẳng $(ACD): z = 0$.

c) Phương trình tham số đường thẳng $AC: \begin{cases} x = 70 \\ y = 70t \\ z = 0 \end{cases}$

d) Khoảng cách từ $M(0; 60; 40)$ đến mặt phẳng $(ABC): d = 70$.

17. a) Phương trình mặt phẳng $(O'AC): 6x + 2y + 3z - 12 = 0$

b) Phương trình đường thẳng CO' :
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -6t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$$

c) Phương trình mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z = 0$$

18. Ta có:

$$\begin{aligned} MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 12 = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Vì M thỏa mãn $(*)$ nên M thuộc một mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, đọc và thực hiện các bài tập thực hành, vận dụng, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm được gọi lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, kết quả thực hiện của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất; chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

C. NHIỆM VỤ

- HS hệ thống lại các kiến thức đã học trong Chương V.
- Chuẩn bị bài mới trong “Chương VI. Xác suất có điều kiện”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 1: KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được các số đặc trưng đo mức độ phân tán: khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên.
- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng nói trên để giải quyết bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về việc đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ liên quan đến việc tập thể dục đều đặn.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa các số đặc trưng để giải các HĐTH, HĐVD.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở kết nối HS vào bài khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bài toán thực tế về biểu đồ cột liên quan đến thời gian tập thể dục buổi sáng của hai nhân vật.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Nhìn vào biểu đồ, HS thấy các cột biểu thị thời gian tập thể dục của bác Bình cao gần bằng nhau nên có thể lầm tưởng thời gian tập của bác Bình đều hơn, nhưng cần tính các số đặc trưng khác của mẫu số liệu ghép nhóm để kết luận.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Khoảng biến thiên

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS đối chiếu các số liệu tìm ra khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bảng số liệu.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát bảng số liệu và thực hiện HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:** Ý kiến đó đúng. Vì ta thấy trong bảng số liệu, cân nặng lớn nhất quả xoài có thể đạt được là 450g, còn cân nặng bé nhất quả xoài có thể đạt được là 250g. Do đó, bất kì hai quả nào cũng có hiệu số cân nặng không vượt quá 200g.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.

– GV rút ra ý nghĩa khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV hướng HS tìm hiểu Ví dụ 2, HS có thể trả lời câu hỏi ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu và trả lời được câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trả lời câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bảng số liệu về khoảng cân nặng của các quả xoài, HS đã hình dung được định nghĩa khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Bước đầu hình thành cách tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm. Bên cạnh đó, HS nêu được ý nghĩa thực tiễn liên quan đến câu hỏi.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm. Dựa vào Ví dụ 2 để thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30$ (cm).

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25$ (cm).

Vậy nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán lớn hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Khoảng tứ phân vị

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết cách tìm tứ phân vị và nắm được ý nghĩa của tứ phân vị.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc quan sát bảng số liệu và trả lời câu hỏi ở HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

a) Cỡ mẫu $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là mẫu số liệu gốc gồm số hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [200; 250)$; $x_{25}, \dots, x_{86} \in [250; 300)$; $x_{87}, \dots, x_{120} \in [300; 350)$;

$x_{121}, \dots, x_{141} \in [350; 400)$; $x_{142}, \dots, x_{150} \in [400; 450)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [250; 300)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là $Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} \cdot (300 - 250) = \frac{16175}{62} \approx 260,89$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{113} \in [300; 350)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3 = 300 + \frac{\frac{3.150}{4} - (24 + 62)}{34} \cdot (350 - 300) = \frac{11525}{34} \approx 338,97.$$

b) Doanh nghiệp cần hướng đến các gia đình có mức thu nhập trong khoảng

$$[Q_1; Q_3) = [269,89; 338,97) \text{ (triệu đồng)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát kĩ bảng số liệu và phần chú ý trong sách giáo khoa liên quan đến công thức tính tứ phân vị thứ i .

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu, trả lời từng câu hỏi của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình dung được cách tính tứ phân vị thứ i thông qua công thức.

– GV gọi một HS đọc phần Chú ý và kiến thức về khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.

– GV rút ra ý nghĩa khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kĩ năng tìm tứ phân vị thứ i của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) **Nội dung:**

– GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 2 và trả lời câu hỏi: So sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của 2 nhân vật trong HĐKD.

– GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 3 và trả lời câu hỏi a, b.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Thực hành 2

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

Thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình

Cỡ mẫu $n = 5 + 12 + 8 + 3 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm số ngày tập của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_5 \in [15; 20)$; $x_6, \dots, x_{17} \in [20; 25)$; $x_{18}, \dots, x_{25} \in [25; 30)$;

$x_{26}, x_{27}, x_{28} \in [30; 35)$; $x_{29}, x_{30} \in [35; 40)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{12} \cdot (25 - 20) = \frac{505}{24}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_3 = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 12)}{8} \cdot (30 - 25) = \frac{455}{16}.$$

$$\text{Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta_Q = \frac{455}{16} - \frac{505}{24} = \frac{355}{48} \approx 7,4.$$

Thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An

$$\text{Cỡ mẫu } n' = 25 + 5 = 30.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm số ngày tập của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Ta có: } y_1, \dots, y_{25} \in [20; 25); y_{26}, \dots, y_{30} \in [25; 30).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q'_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} \cdot (25 - 20) = \frac{43}{2}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q'_3 = 20 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4}}{25} \cdot (25 - 20) = \frac{49}{2}.$$

$$\text{Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta'_Q = \frac{49}{2} - \frac{43}{2} = 3.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An

Hoạt động Thực hành 3

a) Dựa vào kết quả của ví dụ 4, ta tính được

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

$$\text{Khoảng biến thiên: } R = 33 - 15 = 18 \text{ (phút)}$$

Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

$$\text{Suy ra } x > \frac{68}{3} + 1,5 \cdot \frac{505}{114} = \frac{6683}{228} \approx 29,31 \text{ hoặc } x < \frac{693}{38} - 1,5 \cdot \frac{505}{114} = \frac{881}{76} \approx 11,59.$$

Vậy các giá trị ngoại lệ thuộc khoảng $[30;33)$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm sau khi loại bỏ giá trị ngoại lệ:

$$30 - 15 = 15 \text{ (phút)}.$$

Gọi $z_1; z_2; \dots; z_{99}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 99 lần đi xe buýt của ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan được xếp theo thứ tự không giảm, sau khi đã loại bỏ các giá trị ngoại lệ

Ta có: $z_1, \dots, z_{22} \in [15;18); z_{23}, \dots, z_{60} \in [18;21); z_{61}, \dots, z_{87} \in [21;24);$

$z_{88}, \dots, z_{95} \in [24;27); z_{96}, \dots, z_{99} \in [27;30).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $z_{25} \in [18;21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q'_1 = 18 + \frac{\frac{99}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{2769}{152}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $z_{75} \in [21;34)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q'_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 99}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{271}{12}.$$

$$\text{Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta'_Q = \frac{271}{12} - \frac{2769}{152} = \frac{1991}{456} \approx 4,37.$$

Nhận xét: Sau khi loại bỏ giá trị ngoại lệ, khoảng biến thiên mới giảm mạnh còn khoảng tứ phân vị mới không bị ảnh hưởng nhiều.

b)

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	1	0

Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C

$$\text{Cỡ mẫu } n = 2 + 7 + 12 + 3 + 1 = 25.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2 \in [155;160); x_3, \dots, x_9 \in [160;165); x_{10}, \dots, x_{21} \in [165;170);$

$x_{22}, x_{23}, x_{24} \in [170;175); x_{25} \in [180;185).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{7} \cdot (165 - 160) = \frac{4565}{28}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.25}{4} - (2 + 7)}{12} \cdot (170 - 165) = \frac{2705}{16}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = \frac{2705}{16} - \frac{4565}{28} = \frac{675}{112} \approx 6,03.$$

Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 5 + 9 + 8 + 2 + 1 = 25.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Ta có: } y_1, \dots, y_5 \in [155; 160); y_6, \dots, y_{14} \in [160; 165); y_{15}, \dots, y_{22} \in [165; 170);$$

$$y_{23}, y_{24} \in [170; 175); y_{25} \in [175; 180).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_6 + y_7) \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 5}{9} \cdot (165 - 160) = \frac{5785}{36}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{19} + y_{20}) \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.25}{4} - (5 + 9)}{8} \cdot (170 - 165) = \frac{5375}{32}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta'_Q = \frac{5375}{32} - \frac{5785}{36} = \frac{2095}{288} \approx 7,27.$$

Có $\Delta'_Q > \Delta_Q$ nên chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D có độ phân tán lớn hơn lớp 12C

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc HĐTH 2, 3 và trả lời câu hỏi ở phần nội dung.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– Đối với HĐTH 2: HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

– Đối với HĐTH 3: HS tiến hành các bước tính toán tương tự Ví dụ 4a.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kĩ năng tìm tứ phân vị thứ i và khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS biết được các bước tìm khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc và trả lời câu hỏi ở HĐVD.

c) **Sản phẩm:**

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là:

$$34 - 19 = 15 \text{ (tuổi)}.$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là:

$$31 - 19 = 12 \text{ (tuổi)}.$$

Tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 10 + 27 + 31 + 25 + 7 = 100.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{10} \in [19; 22); x_{11}, \dots, x_{37} \in [22; 25); x_{38}, \dots, x_{68} \in [25; 28);$

$$x_{69}, \dots, x_{93} \in [28; 31); x_{94}, \dots, x_{100} \in [31; 34).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} \cdot (25 - 22) = \frac{71}{3}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [28; 31)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 28 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (10 + 27 + 31)}{25} \cdot (31 - 28) = \frac{721}{25}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = \frac{721}{25} - \frac{71}{3} = \frac{388}{75} \approx 5,17.$$

Tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực B.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 47 + 40 + 11 + 2 = 100.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$y_1, \dots, y_{47} \in [19; 22); y_{48}, \dots, y_{87} \in [22; 25); y_{88}, \dots, y_{98} \in [25; 28); y_{99}, y_{100} \in [28; 31).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{25} + y_{26}) \in [19; 22)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 19 + \frac{\frac{100}{47} - 19}{47} \cdot (22 - 19) = \frac{968}{47}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{75} + y_{76}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_3 = 22 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{40} - 22}{40} \cdot (25 - 22) = \frac{241}{10}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta'_Q = \frac{241}{10} - \frac{968}{47} = \frac{1647}{470} \approx 3,5.$$

b) Có $\Delta'_Q < \Delta_Q$ nên phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị theo yêu cầu đề bài.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính toán, trả lời từng câu hỏi của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình dung được các bước tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại cách tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Xem lại ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4.
- Chuẩn bị bài mới “**Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

Giáo án số: 33

Thời gian thực hiện: Học kỳ II / 2025 – 2026

Tên chương: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

Thực hiện ngày 23/03 đến 28/03/2026

BÀI 2: PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để biết mức độ phân tán của dữ liệu xung quanh giá trị trung bình.
- Tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để đo lường sự chênh lệch của dữ liệu.
 - So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của phương sai, độ lệch chuẩn.
- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn để giải quyết bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ mô tả chiều cao của học sinh nữ lớp 12.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa của phương sai, độ lệch chuẩn để giải HĐTH 1, 2 trong SGK.

2. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài học phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bài toán thực tế về biểu đồ cột liên quan đến chiều cao của các học sinh nữ lớp 12.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD và đặt ra các vấn đề để khởi động bài học:

c) **Sản phẩm:** HS lập được bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ở HĐKD, xác định giá trị đại diện của mỗi nhóm và tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trong biểu đồ.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKP.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương sai và độ lệch chuẩn

Hoạt động 1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS đối chiếu các số liệu lập được bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bảng số liệu.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát bảng số liệu và thực hiện HĐKP ở đầu bài học.

c) **Sản phẩm:**

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Bảng số liệu cho biết số lượng nữ sinh trong từng nhóm chiều cao. GV yêu cầu HS hãy quan sát bảng và thực hiện HĐKP ở đầu bài, từ đó hãy nêu nhận xét đúng hoặc sai về kết quả tính được và giải thích. (các kết quả tính sai này sẽ được GV thu thập để làm đáp án nhiều trong các câu hỏi trắc nghiệm).

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu và trả lời được câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày kết quả HĐKP. Các HS còn lại quan sát và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bảng số liệu về nhóm chiều cao của các nữ sinh lớp 12, HS đã hình dung được định nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa về phương sai và độ lệch chuẩn, cùng phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức mới học.

- Ở Ví dụ 2 sẽ giúp HS biết xử lí dữ liệu gốc để chuyển bài toán về dạng Ví dụ 1, đồng thời biết cách tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.
- GV rút ra ý nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- GV tiếp tục củng cố công thức mới học qua Ví dụ 3, đồng thời qua Ví dụ 3 này, sẽ giúp HS thấy được sự phân tán rõ hơn bằng cách so sánh độ lệch chuẩn của điểm số 2 lớp 11A và 11B.
- GV hướng dẫn HS Ví dụ 4, HS thấy được sự đồng đều trong mức lương khởi điểm của công nhân ở 2 khu vực nhờ kết quả tính Phương sai và độ lệch chuẩn.
- GV hướng dẫn HS Ví dụ 5, HS thấy được ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn với độ rủi ro của giá cổ phiếu.

Hoạt động 2: Thực hành

- a) Mục tiêu:** Bước đầu thực hành cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm. Bên cạnh đó, HS nêu được ý nghĩa thực tiễn liên quan đến câu hỏi.
- b) Nội dung:** HS hoạt động nhóm để hoàn thành phiếu học tập.

PHIẾU HỌC TẬP - HOẠT ĐỘNG NHÓM					
• Hoạt động Thực hành 1					
Bước 1: Lập bảng giá trị đại diện					
Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Giá trị đại diện					
Tần số					
Bước 2: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:					
Bước 3: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:					
Bước 4: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là					
• Hoạt động Thực hành 2					
Bảng thống kê số bước theo giá trị đại diện:					
Số bước (đơn vị: nghìn)					
Mai					
Ngọc					
• Xét mẫu số liệu số bước của Mai:					
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:					
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....					
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:					
• Xét mẫu số liệu số bước của Ngọc:					
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....					
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....					

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

Do, nên nếu đánh giá độ đều đặn theo phương sai và độ lệch chuẩn thì số bước của bạn đều đặn hơn số bước của bạn

c) Sản phẩm:

KẾT QUẢ PHIẾU HỌC TẬP - HOẠT ĐỘNG NHÓM

• Hoạt động Thực hành 1

Bước 1: Lập bảng giá trị đại diện

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Giá trị đại diện	162	166	170	174	178
Tần số	3	5	8	4	1

Bước 2: số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{3.162 + 5.166 + 8.170 + 4.174 + 1.178}{21} = \frac{3550}{21} = 169,05$$

Bước 3: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{21}(3.162^2 + 5.166^2 + 8.170^2 + 4.174^2 + 1.178^2) - \left(\frac{3550}{21}\right)^2 = \frac{8000}{441} \approx 18,14$$

Bước 4: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21} \approx 4,26.$$

• Hoạt động Thực hành 2

Ta có bảng thống kê số bước theo giá trị đại diện:

Số bước (đơn vị: nghìn)	4	6	8	10	12
Mai	6	7	6	6	5
Ngọc	2	5	13	8	2

• Xét mẫu số liệu số bước của Mai:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{6.4 + 7.6 + 6.8 + 6.10 + 5.12}{30} = \frac{234}{30} = \frac{39}{5} = 7,80.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{30}(6.4^2 + 7.6^2 + 6.8^2 + 6.10^2 + 5.12^2) - (7,80)^2 = \frac{189}{25} = 7,56.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{\frac{189}{25}} = \frac{3\sqrt{21}}{5} \approx 2,75.$

• Xét mẫu số liệu số bước của Ngọc:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{2.4 + 5.6 + 13.8 + 8.10 + 2.12}{30} = \frac{246}{30} = \frac{41}{5} = 8,20.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{30}(2.4^2 + 5.6^2 + 13.8^2 + 8.10^2 + 2.12^2) - (8,20)^2 = \frac{287}{75} \approx 3,83.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{\frac{287}{75}} \approx 1,96.$

Vậy $S_2 < S_1$, nên nếu đánh giá độ đều đặn theo phương sai và độ lệch chuẩn thì số bước của bạn Ngọc đều đặn hơn số bước của bạn Mai.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ, mỗi tổ nhận một Phiếu học tập. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào Phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào Phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm ghi kết quả lên Phiếu học tập, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

Kết luận nhận định: Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm được phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, đồng thời biết được ý nghĩa về sự phân tán (độ đồng đều) trong dữ liệu nghiên cứu.

C. NHIỆM VỤ:

- Xem lại cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Xem lại ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối Chương III**”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

(1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được các số đặc trưng đo mức độ phân tán: khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên.
- Tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để biết mức độ phân tán của dữ liệu xung quanh giá trị trung bình.
- Tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để đo lường sự chênh lệch của dữ liệu.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của phương sai, độ lệch chuẩn.
- Chỉ ra được những kết luận (so sánh độ đồng đều hay phân tán) nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng, phương sai và độ lệch chuẩn khi giải quyết các bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương III ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: giải bài toán thực tế về việc đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ số liệu.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa các số đặc trưng, phương sai và độ lệch chuẩn để giải các bài tập liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương I và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm:** Đáp án

1. a) A	b) D	c) C	d) D
2. a) A	b) D	c) D	
3. a) C	b) C	c) C	

1. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $4,2 - 2,7 = 1,5$. Chọn A.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm quãng đường đi bộ mỗi ngày của Bác Hương (km) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [2,7; 3,0)$; $x_4, \dots, x_9 \in [3,0; 3,3)$; $x_{10}, \dots, x_{14} \in [3,3; 3,6)$;

$x_{15}, \dots, x_{18} \in [3,6; 3,9)$; $x_{19}, x_{20} \in [3,9; 4,2)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3,0; 3,3)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6} \cdot (3,3 - 3,0) = \frac{31}{10} = 3,1$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3,6; 3,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4} \cdot (3,9 - 3,6) = \frac{147}{40} = 3,675$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 3,675 - 3,1 = 0,575$. Chọn D.

c) Bảng giá trị đại diện

Quãng đường (km)	$[2,7; 3,0)$	$[3,0; 3,3)$	$[3,3; 3,6)$	$[3,6; 3,9)$	$[3,9; 4,2)$

Giá trị đại diện (km)	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2) - 3,39^2 = 0,1314. \text{ Chọn C.}$$

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{0,1314} \approx 0.362491379$. Chọn D.

2. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $45 - 20 = 25$ (phút). Chọn A.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian tập nhảy của Chi (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_6 \in [20; 25); x_7, \dots, x_{12} \in [25; 30); x_{13}, \dots, x_{16} \in [30; 35);$

$$x_{17} \in [35; 40); x_{18} \in [40; 45).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6} \cdot (25 - 20) = \frac{95}{4} = 23,75.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [30; 35)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_3 = 30 + \frac{\frac{3.18}{4} - (6+6)}{4} \cdot (35 - 30) = \frac{255}{8} = 31,875.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 31,875 - 23,75 = 8,125$. Chọn D.

c) Bảng giá trị đại diện

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Giá trị đại diện (phút)	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 1.37,5 + 1.42,5}{18} = \frac{510}{18} = \frac{85}{3} \approx 28,33333.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{18} (6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 1.37,5^2 + 1.42,5^2) - \left(\frac{85}{3} \right)^2 = \frac{125}{4} = 31,25.$$

Chọn D.

3. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $18 - 8 = 10$ (giây). Chọn C.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 4 + 6 + 8 + 4 + 3 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian giải rubik của Dũng (giây) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3, x_4 \in [8; 10); x_5, \dots, x_{10} \in [10; 12); x_{11}, \dots, x_{18} \in [12; 14);$

$x_{19}, \dots, x_{22} \in [14; 16); x_{23}, x_{24}, x_{25} \in [16; 18).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [10; 12)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot (12 - 10) = \frac{43}{4} = 10,75$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [14; 16)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3.25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4} \cdot (16 - 14) = \frac{115}{8} = 14,375$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 14,375 - 10,75 = 3,625$. Chọn C.

c) Bảng giá trị đại diện

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện (giây)	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = \frac{317}{25} = 12,68.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{25} (4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2) - \left(\frac{317}{25} \right)^2 = 5,9776.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S = \sqrt{5,9776} \approx 2,44491. \text{ Chọn C.}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và thực hiện cá nhân các câu hỏi trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và thực hiện cá nhân các câu hỏi trắc nghiệm.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV yêu cầu ba HS lên bảng thực hiện ba câu trắc nghiệm. Các HS còn lại quan sát và nhận xét

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lý thuyết, công thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, đồng thời phải luyện tập kỹ năng tính toán cẩn thận, chính xác để giải quyết tốt các bài trắc nghiệm.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận.

c) Sản phẩm:

4. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $300 - 50 = 250$ (km).

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm độ dài quãng đường bác tài xế đã lái mỗi ngày (km) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [50; 100)$; $x_6, \dots, x_{15} \in [100; 150)$; $x_{16}, \dots, x_{24} \in [150; 200)$;

$$x_{25}, \dots, x_{28} \in [200; 250); x_{29}, x_{30} \in [250; 300).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} \cdot (150 - 100) = \frac{225}{2} = 112,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3 = 150 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} \cdot (200 - 150) = \frac{575}{3}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{575}{3} - \frac{225}{2} = \frac{475}{6} \approx 79,16666.$$

Bảng giá trị đại diện của mẫu số liệu ghép nhóm

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{30} (5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2) - (155)^2 = 3100.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{3100} \approx 55,67764$.

5.

a) Số thửa ruộng đã được khảo sát là $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$ (thửa ruộng).

b) Bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Tần số	3	4	6	5	5	2
Tần số tương đối	0.12	0.16	0.24	0.2	0.2	0.08

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $6,7 - 5,5 = 1,2$ (tấn/ha).

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc gồm năng suất của các thửa ruộng (tấn/ha) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [5,5; 5,7); x_4, \dots, x_7 \in [5,7; 5,9); x_8, \dots, x_{13} \in [5,9; 6,1);$

$$x_{14}, \dots, x_{18} \in [6,1; 6,3); x_{19}, \dots, x_{23} \in [6,3; 6,5); x_{24}, x_{25} \in [6,5; 6,7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [5,7; 5,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4} \cdot (5,9 - 5,7) = \frac{469}{80} = 5,8625.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [6,3; 6,5)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3.25}{4} - (3+4+6+5)}{5} \cdot (6,5 - 6,3) = \frac{633}{100} = 6,33.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 6,33 - 5,8625 = 0,4675..$

Bảng giá trị đại diện

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số	3	4	6	5	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3. 5,6 + 4. 5,8 + 6. 6,0 + 5. 6,2 + 5. 6,4 + 2. 6,6}{25} = \frac{152,2}{25} = 6,088.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{25} (3. 5,6^2 + 4. 5,8^2 + 6. 6,0^2 + 5. 6,2^2 + 5. 6,4^2 + 2. 6,6^2) - (6,088)^2 = 0,086656.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{0,086656} \approx 0,294373912.$

6.

Ta có bảng giá trị đại diện như sau:

Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5
Học sinh trường X	8	10	13	10	9
Học sinh trường Y	4	12	17	14	3

a)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X: Cỡ mẫu là $n_1 = 8 + 10 + 13 + 10 + 9 = 50.$

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường X là

$$\bar{x}_1 = \frac{8. 6,5 + 10. 7,5 + 13. 8,5 + 10. 9,5 + 9. 10,5}{50} = \frac{427}{50} = 8,54.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y: Cỡ mẫu là $n_2 = 4 + 12 + 17 + 14 + 3 = 50.$

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường Y là

$$\bar{x}_2 = \frac{4. 6,5 + 12. 7,5 + 17. 8,5 + 14. 9,5 + 3. 10,5}{50} = \frac{425}{50} = 8,50.$$

Vì $\bar{x}_2 < \bar{x}_1$, nên, nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn học sinh trường X.

b)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_8 \in [6; 7); x_9, \dots, x_{18} \in [7; 8); x_{19}, \dots, x_{31} \in [8; 9);$

$$x_{32}, \dots, x_{41} \in [9; 10); x_{42}, \dots, x_{50} \in [10; 11).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 8}{10} \cdot (8 - 7) = \frac{149}{20} = 7,45.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (8 + 10 + 13)}{10} \cdot (10 - 9) = \frac{193}{20} = 9,65.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trường X là: $\Delta_Q = 9,65 - 7,45 = 2,2$.

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y:

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1, \dots, y_4 \in [6; 7); y_5, \dots, y_{16} \in [7; 8); y_{17}, \dots, y_{33} \in [8; 9);$

$$y_{34}, \dots, y_{47} \in [9; 10); y_{48}, \dots, y_{50} \in [10; 11).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q'_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 4}{12} \cdot (8 - 7) = \frac{185}{24}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q'_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (4 + 12 + 17)}{14} \cdot (10 - 9) = \frac{261}{28}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta'_Q = \frac{261}{28} - \frac{185}{24} = \frac{271}{168} \approx 1,613095238$$

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$, nên, nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn học sinh trường X.

c)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{50}(8 \cdot 6,5^2 + 10 \cdot 7,5^2 + 13 \cdot 8,5^2 + 10 \cdot 9,5^2 + 9 \cdot 10,5^2) - (8,54)^2} \approx 1,326046756.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{50}(4 \cdot 6,5^2 + 12 \cdot 7,5^2 + 17 \cdot 8,5^2 + 14 \cdot 9,5^2 + 3 \cdot 10,5^2) - (8,50)^2} \approx 1,039230485.$$

Vì $S_2 < S_1$ nên, nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn học sinh trường X.

7. a)

• Xét mẫu số liệu của số năm ở Nha Trang:

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 1 + 1 + 1 + 8 + 7 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm số giờ nắng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1 \in [130; 160); x_2 \in [160; 190); x_3 \in [190; 220); x_4, \dots, x_{11} \in [220; 250);$

$$x_{12}, \dots, x_{18} \in [250; 280); x_{19}, x_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8} \cdot (250 - 220) = \frac{455}{2} = 227,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7} \cdot (280 - 250) = \frac{1870}{7}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\Delta_Q = \frac{1870}{7} - \frac{455}{2} = \frac{555}{14} \approx 39,6428571.$$

• Xét mẫu số liệu của số năm ở Quy Nhơn:

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 0 + 1 + 2 + 4 + 10 + 3 = 20$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm số giờ nắng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1 \in [160; 190); y_2, y_3 \in [190; 220); y_4, \dots, y_7 \in [220; 250);$

$y_8, \dots, y_{17} \in [250; 280); y_{18}, \dots, y_{20} \in [280; 310).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_5 + y_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4} \cdot (250 - 220) = 235.$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{15} + y_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+2+4)}{10} \cdot (280 - 250) = 274.$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta'_Q = 274 - 235 = 39.$

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$ nên, nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì số giờ nắng trong tháng 6 ở Quy Nhơn trong tháng 6 sẽ đồng đều hơn so với số giờ nắng trong tháng 6 ở Nha Trang.

b) Bảng giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	145	175	205	235	265	295
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

• Xét mẫu số liệu số năm ở Nha Trang:

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 145 + 1 \cdot 175 + 1 \cdot 205 + 8 \cdot 235 + 7 \cdot 265 + 2 \cdot 295}{20} = \frac{485}{2} = 242,5.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{20} (1 \cdot 145^2 + 1 \cdot 175^2 + 1 \cdot 205^2 + 8 \cdot 235^2 + 7 \cdot 265^2 + 2 \cdot 295^2) - \left(\frac{485}{2}\right)^2} \approx 35.33765697.$$

• Xét mẫu số liệu số năm ở Quy Nhơn:

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x}_2 = \frac{0 \cdot 145 + 1 \cdot 175 + 2 \cdot 205 + 4 \cdot 235 + 10 \cdot 265 + 3 \cdot 295}{20} = 253.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{20} (0 \cdot 145^2 + 1 \cdot 175^2 + 2 \cdot 205^2 + 4 \cdot 235^2 + 10 \cdot 265^2 + 3 \cdot 295^2) - (253)^2} \approx 30.59411708.$$

Vì $S_2 < S_I$ nên, nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì số giờ nắng ở Quy Nhơn đồng đều hơn số giờ nắng ở Nha Trang.

8.

a) Bảng giá trị đại diện

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

b) • Xét mẫu số liệu của học sinh trường A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 4 + 5 + 3 + 4 + 2 = 18$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm điểm trung bình của các học sinh trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_4 \in [5; 6)$; $x_5, \dots, x_9 \in [6; 7)$; $x_{10}, \dots, x_{12} \in [7; 8)$;

$$x_{13}, \dots, x_{16} \in [8; 9); x_{17}, x_{18} \in [9; 10).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5} \cdot (7 - 6) = \frac{61}{10} = 6,1.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4} \cdot (9 - 8) = \frac{67}{8} = 8,375.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 8,375 - 6,1 = 2,275$.

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 2 + 5 + 4 + 3 + 1 = 15$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc gồm điểm trung bình của các học sinh trường B được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có:

$$y_1, y_2 \in [5; 6); y_3, \dots, y_7 \in [6; 7); y_8, \dots, y_{11} \in [7; 8); y_{12}, \dots, y_{14} \in [8; 9); y_{15} \in [9; 10).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5} \cdot (7 - 6) = \frac{127}{20} = 6,35.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3} \cdot (9 - 8) = \frac{97}{12}.$$

$$\text{Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta'_Q = \frac{127}{20} - \frac{97}{12} = \frac{26}{15} \approx 1,73333.$$

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$, nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn học sinh trường A.

c)

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường A:

$$\text{Cỡ mẫu là } n_1 = 4 + 5 + 3 + 4 + 2 = 18.$$

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường A là

$$\bar{x}_1 = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 3 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{18} = \frac{65}{9}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{18} (4 \cdot 5,5^2 + 5 \cdot 6,5^2 + 3 \cdot 7,5^2 + 4 \cdot 8,5^2 + 2 \cdot 9,5^2) - \left(\frac{65}{9}\right)^2} \approx 1.325206716.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường B:

$$\text{Cỡ mẫu là } n_2 = 2 + 5 + 4 + 3 + 1 = 15.$$

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường B là

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 4 \cdot 7,5 + 3 \cdot 8,5 + 1 \cdot 9,5}{15} = \frac{108,5}{15} = \frac{217}{30}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{15} (2 \cdot 5,5^2 + 5 \cdot 6,5^2 + 4 \cdot 7,5^2 + 3 \cdot 8,5^2 + 1 \cdot 9,5^2) - \left(\frac{217}{30}\right)^2} \approx 1.123486636.$$

Vì $S_2 < S_1$, nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn học sinh trường A.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 4, 5, 6, 7, 8.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về:

khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm; đồng thời nhắc nhở HS hiểu được ý nghĩa của những kết quả này để so sánh về sự đồng đều hay phân tán của đối tượng nghiên cứu.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC *(Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)*

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

Bài 1: BIẾN CỐ GIAO VÀ QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

(3 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Hiểu được khái niệm biến cố giao.
- Biết được khi nào hai biến cố xung khắc, biến cố độc lập.
- Hiểu được quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong bài tập thực hành.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các kiến thức trọng tâm, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Học sinh

- Nắm vững các khái niệm cơ bản: phép thử, không gian mẫu, biến cố liên quan đến một phép thử, tập hợp mô tả biến cố

- Biết tính xác suất của biến cố
- Sách giáo khoa, vở ghi chép, đồ dùng học tập

2. Giáo viên

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phần, thước kẻ, máy chiếu....

III. Tiến trình dạy học

A. ỔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) *Mục tiêu:* Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) *Nội dung:* Hãy trả lời câu hỏi:

Nguyệt và Nhi cùng tham gia một cuộc thi bắn cung. Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là 0,9 và của Nhi là 0,8. Tính xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia.

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi và hiểu đúng. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS: + Mô tả được phép thử để hai bạn bắn trúng. + Huy động các kiến thức đã học để tính xác suất để cả hai bạn bắn trúng bia.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

I. BIẾN CỐ GIAO

Hoạt động 2.1: Tìm hiểu về biến cố giao

a) *Mục tiêu:* Nắm được khái niệm về biến cố giao. Mô tả được các kết quả xảy ra của biến cố giao

b) *Nội dung:*

Ví dụ tìm hiểu khái niệm: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”, B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”.

a) Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.

b) Hãy liệt kê các kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.

Kiến thức trọng tâm:

Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB hoặc $A \cap B$

được gọi là biến cố giao của A và B .

Chú ý: Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai A và B xảy ra.

Ví dụ 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao AC và BC .

Lời giải

Biến cố $C = \{(1; 6); (6; 1); (1; 5); (5; 1); (1; 4); (4; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 2); (2; 1); (1; 1)\}$.

Kết hợp tập hợp mô tả biến cố A, B , ta có biến cố $AC = \{(1; 4); (4; 1)\}$; biến cố $BC = \{(1; 6); (6; 1)\}$.

c) *Sản phẩm:* Hình thành khái niệm về biến cố giao. Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố giao.

d) *Tổ chức thực hiện:* Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	H1? Nêu cách hiểu về biến cố giao H2?: Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố giao. H3? Tính số kết quả thuận lợi đó. * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nhấn mạnh khái niệm về biến cố giao. * GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Thực hành ví dụ 1 Nhóm 1+2: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C. Nhóm 3+4: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố AC. Nhóm 5+6: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố BC.

Thực hiện	* Học sinh quan sát nêu nhận xét và rút ra nội dung khái niệm. Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. Nhóm 1+2: Số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C Nhóm 3+4: Số kết quả thuận lợi cho biến cố $AC = \{(1; 4); (4; 1)\}$. Nhóm 5+6: Số kết quả thuận lợi cho biến cố $BC = \{(1; 6); (6; 1)\}$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

II. HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC

Hoạt động 2.2: Tìm hiểu về biến cố xung khắc

a) *Mục tiêu:* Nắm được khái niệm về biến cố xung khắc. Mô tả được các kết quả xảy ra của biến cố xung khắc.

b) *Nội dung:*

Ví dụ tìm hiểu khái niệm: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”, gọi B là biến cố “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”. Hai biến cố A và B có thể đồng thời cùng xảy ra không?

Kiến thức trọng tâm: Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.

Chú ý: Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$

Ví dụ 2. Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Hãy xác định các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

A : “Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh”

B : “Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ”

C : “Hai viên bi lấy ra cùng màu”

D : “Hai viên bi lấy ra khác màu”

Lời giải

Ta có hai biến cố A và B xung khắc

Biến cố C xảy ra khi lấy ra 2 viên bi xanh hoặc 2 viên bi đỏ hoặc 2 viên bi vàng. Khi lấy được 2 viên bi màu xanh thì biến cố A và biến cố C cùng xảy ra. Khi lấy được 2 viên bi màu đỏ thì biến cố B và biến cố C cùng xảy ra. Do đó biến cố C không xung khắc với biến cố A và biến cố B .

Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ ; hoặc 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng ; hoặc 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Do đó biến cố D xung khắc với biến cố A , xung khắc với biến cố B và xung khắc với biến cố C .

Vậy có 4 cặp biến cố xung khắc là: A và B ; A và D ; B và D ; C và D .

c) *Sản phẩm*: Hình thành khái niệm về biến cố xung khắc. Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố xung khắc.

d) *Tổ chức thực hiện*: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	H1? Nêu cách hiểu về biến cố xung khắc H2?: Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố xung khắc. H3? Tính số kết quả thuận lợi đó. * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nhấn mạnh khái niệm về biến cố xung khắc. * GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Thực hành ví dụ 2 Nhóm 1+2: Kiểm tra hai biến cố A và B; C và D. Nhóm 3+4: Kiểm tra hai biến cố C với A và B. Nhóm 5+6: Kiểm tra hai biến cố D với A và B.
Thực hiện	* Học sinh quan sát nêu nhận xét và rút ra nội dung khái niệm. Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. Nhóm 1+2: Kết quả A và B xung khắc, C và D xung khắc Nhóm 3+4: Kết quả C không xung khắc với A, B Nhóm 5+6: Kết quả A và D xung khắc, B và D xung khắc
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

III. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Hoạt động 2.3: Tìm hiểu về biến cố độc lập

a) *Mục tiêu:* Nắm được khái niệm về biến cố độc lập. Mô tả được các kết quả xảy ra của biến cố độc lập

b) *Nội dung:*

Ví dụ tìm hiểu khái niệm: An và Bình mỗi người gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. gọi A là biến cố “An gieo được mặt 6 chấm” và B là biến cố “Bình gieo được mặt 6 chấm”

a) Tính xác suất của biến cố B .

b) Nếu A xảy ra hay không xảy ra thì xác suất của biến cố B như thế nào.

Kiến thức trọng tâm: Hai biến cố A và B được gọi là **độc lập** nếu việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Nhận xét: Nếu hai biến cố A và B độc lập thì A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và B ; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

Ví dụ 3. Trong hộp có một quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi A_k là biến cố quả bóng lấy ra lần thứ k là quả bóng xanh ($k \in \{1, 2\}$).

a) A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

Lời giải

a) Nếu A_1 xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp vẫn có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ta thấy khi A_1 xảy ra hay không xảy ra thì xác suất của biến cố A_2 luôn bằng $\frac{1}{3}$. Do quả bóng lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp nên biến cố A_2 xảy ra hay không xảy ra không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 là hai biến cố độc lập.

b) Giả sử quả bóng lấy ra lần đầu tiên không được trả lại hộp.

Nếu A_1 xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Do đó xác suất xảy ra A_2 là 0.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 2 quả bóng, trong đó có đúng 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{2}$.

Ta thấy xác suất xảy ra của biến cố A_2 phụ thuộc vào sự xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 không là hai biến cố độc lập.

c) *Sản phẩm*: Hình thành khái niệm về biến cố độc lập. Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố độc lập.

d) *Tổ chức thực hiện*: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	H1? Nêu cách hiểu về biến cố độc lập H2?: Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố độc lập. H3? Tính số kết quả thuận lợi đó. * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nhấn mạnh khái niệm về biến cố độc lập. * GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Thực hành ví dụ 1 Nhóm 1+2+3: Kiểm tra hai biến cố A_1, A_2 có độc lập không. Nhóm 4+5+6: Kiểm tra hai biến cố A_1, A_2 có độc lập không trong trường hợp mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp.

Thực hiện	* Học sinh quan sát nêu nhận xét và rút ra nội dung khái niệm. Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. Nhóm 1+2+3: Kết quả hai biến cố A_1, A_2 có độc lập. Nhóm 4+5+6: Kết quả hai biến cố A_1, A_2 không độc lập.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

3. Hoạt động 3: Hoạt động luyện tập

a) *Mục tiêu:* Học sinh biết áp dụng cách xác định hai biến cố xung khắc, hai biến cố độc lập và tính xác suất.

b) *Nội dung:* bài tập thực hành 2 và 4.

Bài tập thực hành 2: Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả ba biến cố A, B và C trong Ví dụ 1.

Bài tập thực hành 4: Hãy chỉ ra 2 biến cố độc lập trong phép thử tung 2 đồng xu cân đối và đồng chất.

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Bài tập thực hành 2:

Biến cố D "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 10"

Bài tập thực hành 4:

Biến cố A "Đồng xu thứ nhất là mặt sấp"

Biến cố B "Đồng xu thứ hai là mặt ngựa"

d) *Tổ chức thực hiện:* Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS đọc SGK, nghiên cứu cách giải bài toán trong bài tập thực hành 2, 4
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm

	- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

: Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) *Mục tiêu:* Tạo tâm thế học tập cho học sinh, dẫn dắt vào Quy tắc nhân của hai biến cố độc lập

b) *Nội dung:*

Ví dụ hình thành quy tắc: An và Bình mỗi người gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. gọi A là biến cố “An gieo được mặt 6 chấm” và B là biến cố “Bình gieo được mặt 6 chấm”

Hãy tính và so sánh $P(AB)$ với $P(A)P(B)$

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh

$$P(AB) = \frac{1}{36}$$

$$P(A).P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS thực hiện hoạt động khám phá 4
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi, tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Đếm số kết quả thuận lợi của biến cố A, tính xác suất của A + Đếm số kết quả thuận lợi của biến cố B, tính xác suất của B + Đếm số kết quả thuận lợi của biến cố AB, tính xác suất của AB
Báo cáo thảo luận	- Đại diện cặp đôi báo cáo, các cặp đôi còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hoạt động hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1: Quy tắc nhân của hai biến cố độc lập

a) *Mục tiêu:* Học sinh hiểu được và thực hiện quy tắc nhân của hai biến cố độc lập.

b) *Nội dung:*

Kiến thức trọng tâm: Cho hai biến cố A và B độc lập. Khi đó: $P(AB) = P(A).P(B)$

Chú ý: Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

c) *Sản phẩm:* Quy tắc nhân của hai biến cố độc lập.

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, tìm công thức tính xác suất của biến cố $A \cap B$ dựa vào nội dung khám phá 3
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi tìm câu trả lời
Báo cáo thảo luận	- Đại diện cặp đôi báo cáo, các cặp đôi còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.2: Hoạt động luyện tập

a) *Mục tiêu:*

- Củng cố, khắc sâu các kiến thức đã được học.
- Áp dụng Quy tắc nhân của hai biến cố độc lập để tính xác suất của biến cố.

b) *Nội dung:* Ví dụ 4, bài 1 (SGK/93).

Ví dụ 4: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,6; P(B) = 0,8$. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B, A\bar{B}$.

Bài 1 (SGK/93): Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính $P(AB)$.

b) Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B .

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Ví dụ 4: Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,48$.

Vì $\bar{A}$ là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$.

Do $\bar{A}$ và B độc lập nên $P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,32$.

Vì $\bar{B}$ là biến cố đối của B nên $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$.

Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,08$.

Bài 1 (SGK/93):

a) $AB = \{(1,5); (3,3)\}$

$$P(AB) = P(A).P(B) = \frac{3}{15} \cdot \frac{6}{15} = 0,08$$

b) C là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ bằng 6"

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS đọc SGK, nghiên cứu cách giải bài toán trong ví dụ 4, sau đó áp dụng làm bài 1 (SGK/93) - GV giao nhiệm vụ cụ thể cho các nhóm Tất cả các nhóm: Đọc ví dụ 4 Nhóm 1+2+3: Làm bài tập 1a (SGK/93) Nhóm 4+5+6: Làm bài tập 1b (SGK/93)
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm

Báo cáo thảo luận	- Đại diện các nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) *Mục tiêu:*

- Củng cố, khắc sâu các kiến thức đã được học.
- Áp dụng Quy tắc nhân của hai biến cố độc lập để tính xác suất của biến cố.

b) *Nội dung:* Bài tập 2, 3, 4 (SGK/Tr93)

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Bài tập 2 (SGK/Tr93)

a) AB là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6"

b) Hai biến cố A và B độc lập. Do nếu biến cố A xảy ra hay không thì xác suất xảy ra biến cố B không đổi.

Bài tập 3 (SGK/Tr93)

$$a) P(AB) = 0,7.0,2 = 0,14$$

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B) = (1 - 0,7).0,2 = 0,06$$

$$P(\overline{B}A) = P(\overline{B})P(A) = (1 - 0,2).0,7 = 0,56$$

$$b) P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B) = (1 - 0,5).0,6 = 0,3$$

Bài tập 4 (SGK/Tr93)

a) Xác suất cả hai lần bắn đều trúng đích là 0,54

b) Xác suất cả hai lần bắn đều không trúng đích là 0,04

c) Xác suất thứ nhất trúng đích, lần thứ hai không trúng đích là 0,36

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Nhóm 1+2: Giải bài tập Bài tập 2 (SGK/Tr93)

	Nhóm 3+4: Giải bài tập Bài tập 3 (SGK/Tr93) Nhóm 5+6: Giải bài tập Bài tập 4 (SGK/Tr93) - Học sinh tiếp nhận nhiệm vụ
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm thực hiện nhiệm vụ. Phân công đại diện nhóm trình bày kết quả ra bảng phụ. Treo bảng phụ lên bảng và thuyết trình kết quả. - GV quan sát, theo dõi các nhóm. Nhận xét, đánh giá. - Sử dụng MTCT đối chiếu với kết quả làm ở bảng phụ.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận (Dán kết quả của nhóm lên bảng). - Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) *Mục tiêu:* Vận dụng kiến thức bài học vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) *Nội dung:*

Vận dụng: Bài tập 5 (SGK/Tr93)

Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Lâm tiếp xúc với 1 người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Lâm bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

c) *Sản phẩm:* Kết quả bài làm của học sinh.

Xác suất anh Lâm bị lây bệnh là: $0,1.0,8 = 0,08$

d) *Tổ chức thực hiện:* Thảo luận theo nhóm

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ cho các nhóm học sinh
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm nếu cần

<i>Báo cáo thảo luận</i>	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng. - Chốt kiến thức

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

Bài 2: BIẾN CỐ HỢP VÀ QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT

(3 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Hiểu được khái niệm biến cố hợp.
- Biết được khi nào hai biến cố xung khắc, biến cố đối.
- Hiểu được quy tắc cộng xác suất.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong bài tập thực hành.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các kiến thức trọng tâm, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Học sinh

- Nắm vững các khái niệm cơ bản: phép thử, không gian mẫu, biến cố liên quan đến một phép thử, tập hợp mô tả biến cố

- Biết tính xác suất của biến cố
- Sách giáo khoa, vở ghi chép, đồ dùng học tập

2. Giáo viên

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu....

III. Tiến trình dạy học

A. ÔN ĐỊNH LỚP

Điểm danh, nhắc nhở các trường hợp gần bị cấm thi, các đơn xin phép vắng.

B. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) *Mục tiêu:* Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) *Nội dung:* Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi:

Tỉ lệ nảy mầm của một loại hạt giống là 0,8. Gieo 2 hạt giống một cách độc lập với nhau. Tính xác suất có đúng 1 trong 2 hạt giống đó nảy mầm.



c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi và hiểu đúng. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Tính được xác suất để 1 hạt nảy mầm + Huy động các kiến thức đã học để tính xác suất của hạt mầm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

C. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC I. BIẾN CỐ HỢP

Hoạt động 2.1: Tìm hiểu về biến cố hợp

a) *Mục tiêu:* Hiểu được khái niệm về biến cố hợp. Mô tả được các kết quả xảy ra của biến cố hợp

b) *Nội dung:*

Ví dụ tìm hiểu khái niệm: Trong hộp có 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn"; B là biến cố "Thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số chẵn" và C là biến cố "Tích các số ghi trên hai thẻ lấy ra là số chẵn". Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.

Kiến thức trọng tâm: Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là biến cố hợp của A và B .

Chú ý: Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

Ví dụ 1. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh", B là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ".

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?

b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Lời giải

a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_3^2 = 3$.

b) $A \cup B$ là biến cố "Hai viên bi lấy ra có cùng màu". Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_5^2 + C_3^2 = 13$.

c) *Sản phẩm:* Hình thành khái niệm về biến cố hợp. Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố hợp.

d) *Tổ chức thực hiện:* Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	H1? Nêu cách hiểu về biến cố hợp H2?: Mô tả được các kết quả thuận lợi của biến cố hợp. H3? Tính số kết quả thuận lợi đó.

	* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nhấn mạnh khái niệm về biến cố hợp. *GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Thực hành ví dụ 1 Nhóm 1+2: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A. Nhóm 3+4: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố B. Nhóm 5+6: Tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$
Thực hiện	* Học sinh quan sát nêu nhận xét và rút ra nội dung khái niệm. Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. Nhóm 1+2: Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$. Nhóm 3+4: Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_3^2 = 3$. Nhóm 5+6: Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_5^2 + C_3^2 = 13$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

II. QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT

Hoạt động 2.2: Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

a) *Mục tiêu:* Học sinh hiểu được và thực hiện quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc.

b) *Nội dung:*

Ví dụ hình thành quy tắc: Cho hai biến cố xung khắc A và B. Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A và 12 kết quả thuận lợi cho biến cố B. Hãy so sánh với $P(A) + P(B)$.

Kiến thức trọng tâm: Cho hai biến cố xung khắc A và B. Khi đó:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ví dụ 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối".

Lời giải

Gọi A là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 10" và B là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\text{Ta thấy } P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3} \text{ và } P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}, \text{ nên } P(A \cup B) = \frac{C_9^3 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}.$$

c) *Sản phẩm*: Quy tắc cộng cho hai hay nhiều biến cố xung khắc.

d) *Tổ chức thực hiện*: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	GV nêu nội dung bài toán: GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, sử dụng quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc tìm lời giải cho bài toán. GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, sử dụng quy tắc cộng cho hai biến cố độc lập tìm lời giải cho bài toán.
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

3. Hoạt động 3: Hoạt động luyện tập

a) *Mục tiêu*: Học sinh biết áp dụng quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc để tính xác suất.

b) *Nội dung*: Ví dụ 4 và bài tập thực hành 2.

Ví dụ 4. Ở lúa, hạt gạo đục là tính trạng trội hoàn toàn so với hạt gạo trong. Cho cây lúa có hạt gạo đục thuần chủng thụ phấn với cây lúa có hạt gạo trong được F1 toàn hạt gạo đục. Tiếp tục cho các cây lúa F1 thụ phấn với nhau và thu được các hạt gạo mới. Lần lượt chọn ra ngẫu nhiên 2 hạt gạo mới, tính xác suất của biến cố "Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra".

Bài tập thực hành 2: Hãy trả lời câu hỏi ở Mở đầu.

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Bài tập thực hành 2: Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố "Hạt giống thứ nhất nảy mầm" và biến cố "Hạt giống thứ hai nảy mầm"

Ta có A_1, A_2 là hai biến cố độc lập và $P(A_1)=P(A_2)=0,8$.

Xác suất của biến cố "Có đúng 1 trong 2 hạt giống nảy mầm" là:

$$P(A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2) = P(A_1\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1A_2) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = 0,8.0,2 + 0,2.0,8 = 0,32.$$

d) *Tổ chức thực hiện:* Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn.

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS đọc SGK, nghiên cứu cách giải bài toán trong ví dụ 4, sau đó áp dụng làm bài tập thực hành 2
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Tiết 2: Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) *Mục tiêu:* Tạo tâm thế học tập cho học sinh, dẫn dắt vào Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì

b) *Nội dung:*

Ví dụ hình thành quy tắc: Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của biến cố "Lá bài được chọn có màu đỏ hoặc là lá có số chia hết cho 5".

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh

Xác suất của biến cố "Lá bài được chọn có màu đỏ hoặc là lá có số chia hết cho 5"

là: $\frac{30}{52} = \frac{15}{26}$

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS thực hiện hoạt động khám phá 3
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi, tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Đếm số lá bài có màu đỏ + Đếm số lá bài là lá có số chia hết cho 5 + Trừ số lá bài trùng nhau: vừa màu đỏ và vừa chia hết cho 5
Báo cáo thảo luận	- Đại diện cặp đôi báo cáo, các cặp đôi còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hoạt động hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.3: Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì

a) *Mục tiêu:* Học sinh hiểu được và thực hiện quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì.

b) *Nội dung:*

Kiến thức trọng tâm: Cho hai biến cố A và B . Khi đó:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

c) *Sản phẩm:* Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kỳ.

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	Gọi A là biến cố “Lá bài được chọn có màu đỏ” Gọi B là biến cố “Lá bài được chọn là lá có số chia hết cho 5” GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, tìm công thức tính xác suất của biến cố $A \cup B$ dựa vào nội dung khám phá 3
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi tìm câu trả lời
Báo cáo thảo luận	- Đại diện cặp đôi báo cáo, các cặp đôi còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các

	học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

D. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) *Mục tiêu:* Học sinh biết áp dụng quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì để tính xác suất.

b) *Nội dung:* Ví dụ 5 và bài tập thực hành 3.

Ví dụ 5: Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Bài tập thực hành 3: Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,9$ và $P(B) = 0,6$ Hãy tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

Bài 3 (SGK/97): Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau.

a) Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,2$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

b) Biết $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,7$. Tính xác suất của biến cố A .

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Bài tập thực hành 3: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,9 + 0,6 - 0,9 \cdot 0,6 = 0,96$

Bài 3 (SGK/97):

a) $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ nên $P(B) = \frac{2}{3}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$$\Rightarrow 0,7 = P(A) + 0,5 - 0,5P(A) \Rightarrow P(A) = 0,4$$

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS đọc SGK, nghiên cứu cách giải bài toán trong ví dụ 5, sau đó áp dụng làm bài tập thực hành 3, Bài 3 (SGK/97) - GV giao nhiệm vụ cụ thể cho các nhóm Nhóm 1+2: Đọc ví dụ 5 và làm bài tập thực hành 3 Nhóm 3+4: Đọc ví dụ 5 và làm bài tập 3a (SGK/97) Nhóm 5+6: Đọc ví dụ 5 và làm bài tập 3b (SGK/97)

Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ , hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện các nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) *Mục tiêu:* Vận dụng kiến thức bài học vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) *Nội dung:*

Vận dụng: Khảo sát một trường trung học phổ thông, người ta thấy có 20% học sinh thuận tay trái và 35% học sinh bị cận thị. Giả sử đặc điểm thuận tay nào không ảnh hưởng đến việc học sinh có bị cận thị hay không. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái.

c) *Sản phẩm:* Kết quả bài làm của học sinh.

Gọi A là biến cố "Học sinh bị cận thị", $P(A) = 0,35$

Gọi B là biến cố "Học sinh thuận tay trái", $P(B) = 0,2$

Xác suất biến cố học sinh bị cận thị hoặc thuận tay trái là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,35 + 0,2 - 0,35.0,2 = 0,48$$

d) *Tổ chức thực hiện:* Thảo luận theo nhóm

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ cho các nhóm học sinh
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm nếu cần
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng.

	- Chốt kiến thức

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) *Mục tiêu:* Tạo tâm thế học tập cho học sinh, ôn tập kiến thức đã học

b) *Nội dung:*

Câu hỏi 1: Hãy nêu biến cố hợp, quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc?

Câu hỏi 2: Hãy nêu biến cố hợp, quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì?

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh

Biến cố hợp: Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là biến cố hợp của A và B .

Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc: Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì: Cho hai biến cố A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

d) *Tổ chức thực hiện:*

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS nhớ lại kiến thức để trả lời câu hỏi 1 và 2
Thực hiện	- HS nhớ lại kiến thức và suy nghĩ câu trả lời
Báo cáo thảo luận	- Hai HS trả lời - HS nhận xét và chỉnh sửa hoàn thiện
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hoạt động luyện tập

Hoạt động 2.1: Luyện tập bài tập tự luận

a) *Mục tiêu:*

- củng cố, khắc sâu các kiến thức đã được học.

- Áp dụng Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc, Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì để tính xác suất của biến cố.

b) *Nội dung:* Bài tập 1, 2, 5 (SGK/Tr97)

c) *Sản phẩm*: Câu trả lời của học sinh.

Bài tập 1 (SGK/Tr97)

a) Gọi A là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có màu xanh". $P(A) = \frac{C_5^3}{C_{13}^3}$

B là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có màu đỏ". $P(B) = \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$

C là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều màu vàng. $P(C) = 0$

Khi đó $A \cup B \cup C$ là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra cùng màu"

Do A, B, C là các biến cố xung khắc nên $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0,105$

b) Gọi D là biến cố "Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng được chọn".

$P(B) = \frac{C_5^2 \cdot C_8^1}{C_{13}^3}$ Khi đó $A \cup D$ là biến cố "Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng

lấy ra"

$$P(A \cup D) = P(A) + P(D) = 0,315$$

Bài tập 2 (SGK/Tr97)

A là biến cố "Bình vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(A) = \frac{1}{7}$

B là biến cố "Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(B) = \frac{1}{7}$

AB là biến cố "Bình và Minh ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(AB) = \frac{5!}{7!}$

$A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế của mình"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{11}{42}$$

Bài tập 5 (SGK/Tr97)

a) M là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số chẵn", $P(M) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

N là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số lẻ", $P(N) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

Biến cố A: "Tổng các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn" là $M \cup N$

Do M, N là 2 biến cố xung khắc nên $P(A) = P(M) + P(N) = \frac{24}{49}$

b) C là biến cố "Có 1 số chia hết cho 4, 1 số là số lẻ", $P(C) = \frac{C_{12}^1 + C_{25}^1}{C_{50}^2}$

Biến cố B: "Tích các số ghi trên 2 thẻ chia hết cho 4" là $M \cup C$

M và C là 2 biến cố xung khắc nên: $P(B) = P(M) + P(C) = \frac{24}{49}$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: - Nhóm 1+2: Giải bài tập Bài tập 1 (SGK/Tr97) - Nhóm 3+4: Giải bài tập Bài tập 2 (SGK/Tr97) - Nhóm 5+6: Giải bài tập Bài tập 5 (SGK/Tr97) - Học sinh tiếp nhận nhiệm vụ
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm thực hiện nhiệm vụ. Phân công đại diện nhóm trình bày kết quả ra bảng phụ. Treo bảng phụ lên bảng và thuyết trình kết quả. - GV quan sát, theo dõi các nhóm. Nhận xét, đánh giá. - Sử dụng MTCT đối chiếu với kết quả làm ở bảng phụ.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận (Dán kết quả của nhóm lên bảng) - Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.

Hoạt động 2.2: Luyện tập câu hỏi trắc nghiệm

a) Mục tiêu:

- củng cố, khắc sâu các kiến thức đã được học.
- Áp dụng Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc, Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì để tính xác suất của biến cố.

b) Nội dung: Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Tính P(B).

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Câu 2: Cho $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Biết A , B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 3: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A , B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là

- A. 0,24. B. 0,36. C. 0,16. D. 0,48.

Câu 4: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

- A. $P(X) = \frac{5}{18}$ B. $P(X) = \frac{5}{8}$ C. $P(X) = \frac{7}{18}$ D.

$$P(X) = \frac{11}{18}$$

Câu 5: Hai máy bay ném bom một mục tiêu, mỗi máy bay ném 1 quả với xác suất trúng mục tiêu là 0,7 và 0,8. Xác suất mục tiêu bị ném bom là

- A. 0,94 B. 0,15 C. 0,56 D. 0,32

c) *Sản phẩm:* Câu trả lời của học sinh.

Câu 1: Cho A , B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải:

A , B là hai biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Câu 2: Cho $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Biết A , B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

$$A, B \text{ là hai biến cố xung khắc: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{4}.$$

Câu 3: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

A. 0,24 .

B. 0,36 .

C. 0,16 .

D. 0,48 .

Hướng dẫn giải:

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.

Câu 4: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

A. $P(X) = \frac{5}{18}$

B. $P(X) = \frac{5}{8}$

C. $P(X) = \frac{7}{18}$

D.

$$P(X) = \frac{11}{18}$$

Hướng dẫn giải:

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"; B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X) = P(A) + P(B) + P(C)$.

$$\text{Mà: } P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12}; P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Vậy } P(X) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18} .$$

Câu 5: Hai máy bay ném bom một mục tiêu, mỗi máy bay ném 1 quả với xác suất trúng mục tiêu là 0,7 và 0,8. Xác suất mục tiêu bị ném bom là

A. 0,94

B. 0,15

C. 0,56

D. 0,32

Hướng dẫn giải:

Gọi A là biến cố "máy bay 1 ném trúng mục tiêu"

Gọi B là biến cố "máy bay 2 ném trúng mục tiêu"

Suy ra $A \cup B$ là biến cố "mục tiêu bị ném bom."

Vì hai biến cố độc lập nhau nên $P(AB) = 0,7.0,8 = 0,56$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,8 + 0,7 - 0,56 = 0,94$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành nhóm để hoàn thành các câu hỏi trên. Quan sát theo dõi giúp đỡ các nhóm thực hiện nhiệm vụ. + Gọi hai học sinh trả lời tại chỗ câu hỏi 1 và 2 + Gọi ba học sinh đại diện ba nhóm trả lời câu hỏi 3, 4, 5. HS: Dựa vào kiến thức đã được ôn tập, thảo luận nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm thực hiện nhiệm vụ. - GV quan sát, theo dõi các nhóm. Giải thích câu hỏi nếu các nhóm chưa hiểu nội dung các vấn đề nêu ra.
Báo cáo thảo luận	- Hai học sinh trả lời tại chỗ câu hỏi 1 và 2. Các học sinh khác nhận xét và chỉnh sửa hoàn thiện. - Đại diện ba nhóm lên bảng trình bày lời giải câu 3, 4, 5. Các học sinh ba nhóm còn lại theo dõi, thảo luận, nhận xét, chỉnh sửa, hoàn thiện bài giải.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - GV chuẩn hóa kiến thức sau mỗi nhiệm vụ.

E. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức bài học vào giải quyết bài toán áp dụng quy tắc cộng cho nhiều biến cố xung khắc

b) Nội dung:

Bài tập: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2 ; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Tính xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi?

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

Gọi H là biến cố: “Xạ thủ bắn đạt loại giỏi”. A ; B ; C ; D là các biến cố sau:

A : “Ba viên trúng vòng 10”

B : “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9”

C : “Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9”

D : “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8”

Các biến cố A ; B ; C ; D là các biến cố xung khắc từng đôi một và

$$H = A \cup B \cup C \cup D$$

Ta có $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác $P(A) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,008$

$P(B) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,25) + (0,2)(0,25)(0,2) + (0,25)(0,2)(0,2) = 0,03$

$P(C) = (0,2) \cdot (0,25) \cdot (0,25) + (0,25)(0,2)(0,25) + (0,25)(0,25)(0,2) = 0,0375$

$P(D) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,15) + (0,2)(0,15)(0,2) + (0,15)(0,2)(0,2) = 0,018$

Do đó $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935$

d) *Tổ chức thực hiện:* Thảo luận theo nhóm

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ cho các nhóm học sinh
Thực hiện	- HS trao đổi thảo luận theo nhóm - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm nếu cần
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng. - Chốt kiến thức

IV. HƯỚNG DẪN TỰ HỌC:

- Ôn tập và ghi nhớ kiến thức vừa học ở bài vừa học.
- Hoàn thành bài tập SGK.
- Tìm hiểu nội dung bài kế tiếp
- Tài liệu tham khảo: từ internet

V. RÚT KINH NGHIỆM:

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX*(2 tiết)***I. Mục tiêu: Về Kiến thức, Kỹ năng:**

- Ghi nhớ các khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập, biến cố xung khắc.

- **Ghi nhớ Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc**

- **Ghi nhớ Công thức cộng xác suất**

- **Ghi nhớ Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**

2. Về phẩm chất: Trung thực, trách nhiệm với bản thân**II. Thiết bị dạy học và học liệu:** Sách giáo khoa; Phiếu học tập**III. Tiến trình dạy học****1. Hoạt động 1: Củng cố kiến thức cơ bản của chương VIII**

a) Mục tiêu: *Ghi nhớ các khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập. Các công thức tính xác suất biến cố*

b) Nội dung:

Trình bày lại khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập. Các công thức tính xác suất (công thức cộng; công thức nhân)

c) Sản phẩm: *Trình bày kết quả ra giấy*

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1 (Chuyển giao nhiệm vụ học tập)

Giáo viên đưa ra yêu cầu (ghi các nội dung kiến thức nêu trên ra giấy, thời gian thực hiện 5 phút)
Học sinh trình bày theo ghi nhớ cá nhân ra giấy.

Bước 2 (Thực hiện nhiệm vụ học tập): HS thực hiện cá nhân theo yêu cầu được giao, GV giám sát học sinh thực hiện.

Bước 3 (Báo cáo, thảo luận) HS nộp toàn bộ **sản phẩm cá nhân** và tự hoàn thiện lại lần nữa ra vở.

Bước 4 (Kết luận, nhận định, hợp thức hóa kiến thức) GV rà soát nhanh và đưa ra định hướng học tập.

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: “ A hoặc B xảy ra” được gọi là **biến cố hợp** của A và B , kí hiệu $A \cup B$. Biến cố hợp của A và B là tập con $A \cup B$ của không gian mẫu Ω .

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: “Cả A và B đều xảy ra” được gọi là **biến cố giao** của A và B , kí hiệu AB . Biến cố giao của A và B là tập con $A \cap B$ của không gian mẫu Ω .

Biến cố A và biến cố B được gọi là **xung khắc** nếu A và B không đồng thời xảy ra.

Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Công thức cộng xác suất

Cho hai biến cố A và B . Khi đó, ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB) = P(A).P(B)$. Công thức này gọi là **công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập**.

2. Hoạt động 2: Luyện tập giải toán

a) Mục tiêu: Vận dụng được các kiến thức cơ bản về xác suất giải các bài toán trắc nghiệm và tự luận cuối chương VIII

b) Nội dung: (Tùy theo đối tượng lựa chọn đủ hoặc một số bài)

A. TRẮC NGHIỆM

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.16, 8.17

Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ

trong hộp. Gọi A là biến cố : “ Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” ; B là biến cố : “ Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”

8.16 (NB). Số phần tử của $A \cup B$ là

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 13.

8.17 (NB). Số phần tử của AB là

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.18, 8.19

Tại một cuộc hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh,

21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp.

Chọn ngẫu

Nhiên một người hội thảo.

8.18 (TH). Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hay tiếng pháp là

- A. $\frac{47}{50}$. B. $\frac{37}{50}$. C. $\frac{39}{50}$. D. $\frac{41}{50}$.

8.19 (TH). Xác suất để người được chọn không thành thạo cả hai thứ tiếng Anh hay tiếng pháp là

A. $\frac{7}{50}$.

B. $\frac{3}{50}$.

C. $\frac{9}{50}$.

D. $\frac{11}{50}$.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời câu hỏi trong các Bài 8.20 , 8.21

Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ,

26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

8.20 (VD). Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là

A. $\frac{18}{40}$.

B. $\frac{14}{40}$.

C. $\frac{19}{40}$.

D. $\frac{21}{40}$.

8.21 (VD). Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là

A. $\frac{7}{40}$.

B. $\frac{9}{40}$.

C. $\frac{8}{40}$.

D. $\frac{11}{40}$.

B. TỰ LUẬN

8.22 (NB). Hai vận động viên bắn súng A và B mỗi người bắn một viên đạn vào tám bia một cách độc lập. Xét các biến cố sau:

M: “Vận động viên A bắn trúng vòng 10”

N: “Vận động viên B bắn trúng vòng 10”

Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố M và N:

- C: “ Có ít nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- D: “ Cả hai vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- E: “ Cả hai vận động viên bắn đều không bắn trúng vòng 10”;
- F: “ Vận động viên A bắn trúng và vận động viên B không bắn trúng vòng 10”;
- G: “ Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10 ”.

8.23 (TH). Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

8.24 (VD). Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau:

- A: “ Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1”;
- B: “ Ở lần gieo thứ hai , số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2”;
- C: “ Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8”;
- D: “ Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7”

Chứng tỏ rằng các cặp biến cố A và C; B và D không độc lập.

8.25 (VD). Hai chuyến bay của hai hãng hàng không X và Y, hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để chuyến bay của hãng X và hãng Y khởi hành đúng giờ tương ứng là 0,92 và 0,98. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Cả hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
- b) Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ
- c) Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ.

c) Sản phẩm:

8.16. $A \cup B = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 18; 20\}$. Đáp án A.

8.17. $AB = A \cap B = \{10; 12; 14\}$. Đáp án C.

8.18. Xét các biến cố A : “Người đó thành thạo tiếng Anh”, B : “Người đó thành thạo tiếng Pháp”.

Biến cố E : “Người đó thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp” là biến cố hợp của A và B .

Theo công thức cộng ta có $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Ta có $P(A) = \frac{31}{50}$; $P(B) = \frac{21}{50}$; $P(AB) = \frac{5}{50}$.

Thay vào ta được $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{21}{50} - \frac{5}{50} = \frac{47}{50}$.

Đáp án A.

8.19. Biến cố F : “Người đó không thành thạo cả hai thứ tiếng Anh hay Pháp” là biến cố đối của biến cố E .

$$\text{Vậy } P(F) = P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{47}{50} = \frac{3}{50}.$$

Đáp án B.

8.20. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó thích bóng chuyền”, B là biến cố: “Học sinh đó thích bóng rổ”. Ta có $P(A) = \frac{23}{40}$, $P(B) = \frac{18}{40}$, $P(A \cup B) = \frac{26}{40}$.

Gọi E là biến cố: “Học sinh đó không thích bóng chuyền lẫn bóng rổ”. Biến cố đối $\overline{E}$ là “Học sinh đó thích bóng chuyền hoặc bóng rổ”.

Vậy $\overline{E} = A \cup B$, suy ra

$$P(E) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{26}{40} = \frac{14}{40}.$$

Đáp án B.

8.21. Ta có $P(A) = \frac{23}{40}$, $P(B) = \frac{18}{40}$, $P(A \cup B) = \frac{26}{40}$, suy ra

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{23}{40} + \frac{18}{40} - \frac{26}{40} = \frac{15}{40}.$$

$A = AB \cup A\overline{B}$, suy ra $P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$. Do đó:

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{23}{40} - \frac{15}{40} = \frac{8}{40}.$$

Đáp án C.

8.22. $C = M \cup N$, $D = MN$, $E = \overline{MN}$, $F = M\overline{N}$, $G = \overline{M}\overline{N} \cup \overline{M}N$.

8.23. Xét các biến cố A : “Người đó đến từ Hà Nội”, B : “Người đó đến từ Hải Phòng”.

Biến cố E : “Người đó hoặc đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng” là biến cố hợp của A và B . Hai biến cố A và B xung khắc vì một người không thể đến từ hai nơi.

$$\text{Vậy } P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{31} + \frac{5}{31} = \frac{12}{31}.$$

8.24. Ta có: $A = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6)\}$; $B = \{(1,2); (2,2); (3,2); (4,2); (5,2); (6,2)\}$.

$$\text{Suy ra } P(A) = P(B) = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Ta có: } C = \{(2,6); (3,5); (4,4); (5,3); (6,2)\}. \text{ Suy ra } P(C) = \frac{5}{36}.$$

$D = \{(1,6); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (6,1)\}$. Suy ra $P(D) = \frac{1}{6}$.

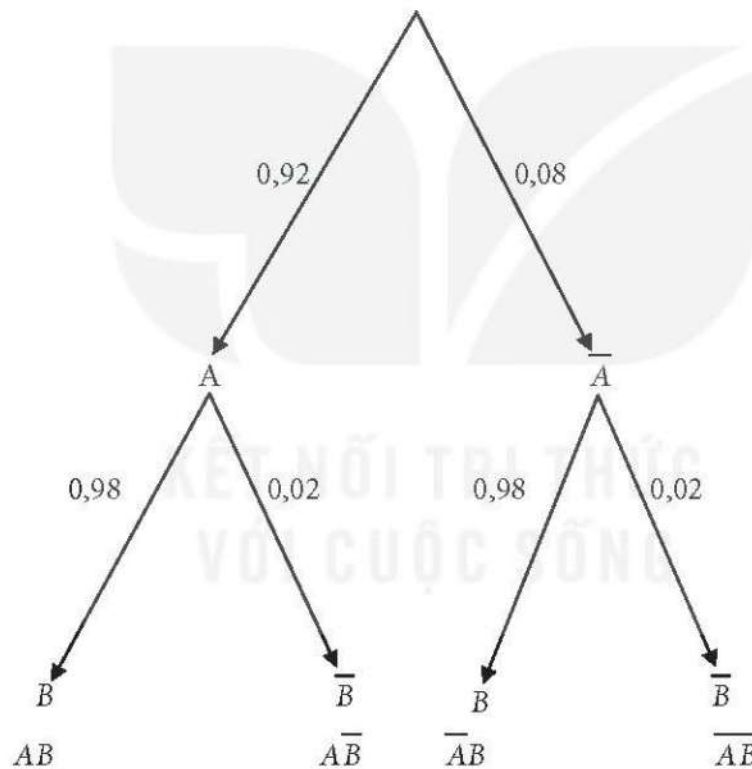
Ta có $AC = \emptyset$; $CD = \emptyset$; $BC = \{(6,2)\}$. Suy ra $P(CD) = 0$; $P(AC) = 0$; $P(BC) = \frac{1}{36}$.

Từ đó ta thấy $P(AC) \neq P(A)P(C)$; $P(BC) \neq P(B)P(C)$; $P(CD) \neq P(C)P(D)$.

Vậy các cặp biến cố (A,C) ; (B,C) ; (C,D) không độc lập.

- 8.25. a) Gọi A là biến cố: “Chuyến bay của hãng X khởi hành đúng giờ” và B là biến cố: “Chuyến bay của hãng Y khởi hành đúng giờ”. Từ giả thiết ta có A và B là hai biến cố độc lập.

Vẽ sơ đồ hình cây:



a) $P(AB) = 0,92 \cdot 0,98 = 0,9016$.

b) Gọi M là biến cố: “Chỉ có một chuyến bay khởi hành đúng giờ”. $M = A\bar{B} \cup \bar{A}B$, do đó $P(M) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B)$.

Ta có $P(A\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,02 = 0,0184$; $P(\bar{A}B) = 0,08 \cdot 0,98 = 0,0784$.

Suy ra $P(M) = 0,0184 + 0,0784 = 0,0968$.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,92 + 0,98 - 0,9016 = 0,9984$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1 (Chuyển giao nhiệm vụ học tập) Với những bài tập TN học sinh lựa chọn phương án đúng và giải thích vắn tắt cho phương án lựa chọn.

Với những bài tự luận học sinh cần trình bày rõ lời giải cho từng bài.

Bước 2 (Thực hiện nhiệm vụ học tập): HS thực hiện đầy đủ theo yêu cầu của GV. GV theo dõi và hỗ trợ học sinh yếu (nếu cần)

Bước 3 (Báo cáo, thảo luận) Với bài tập TN (học sinh đứng tại chỗ trình bày, tranh luận); Với bài tập TL học sinh lên bảng trình bày, thuyết minh lời giải, tổ chức trao đổi

Bước 4 (Kết luận, nhận định, hợp thức hóa kiến thức) GV theo dõi và chuẩn hóa kiến thức

4. Tổng kết và hướng dẫn học tập

- Xây dựng sơ đồ kiến thức cho toàn bộ nội dung đã học và các dạng toán thường gặp.
- Nhận xét về ý thức học tập của học sinh, tuyên dương học sinh tích cực.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

Giáo án số: 38

Thời gian thực hiện: Học kỳ II / 2025 – 2026

Tên chương: Xác suất có điều kiện

Thực hiện ngày 13/04 đến 18/04/2026

BÀI 1: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được khái niệm xác suất có điều kiện.
- Biết được công thức tính xác suất có điều kiện.
- Tính được xác suất có điều kiện bằng công thức.
- Sử dụng được sơ đồ cây để tính xác suất.
- Giải thích được ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong một số tình huống quen thuộc.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tính xác suất có điều kiện và vẽ sơ đồ cây.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải quyết các bài toán toán thực tế liên quan đến xác suất có điều kiện liên quan đến bài toán “đội mũ bảo hiểm và chấn thương vùng đầu”.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức tính xác suất có điều kiện và sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện trong HĐTH 1, 2, 3, 4 và HĐVD 3.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các kiến thức liên quan đến xác suất của biến cố, tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài xác suất có điều kiện thông qua bài toán thực tế về gieo xúc xắc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Nếu biết rằng xuất hiện mặt chẵn chấm thì xác suất xuất mặt 6 chấm là $\frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Xác suất có điều kiện

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với xác suất có điều kiện trong tình huống đơn giản.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc đề và thực hiện HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:** a) Khi biến cố A xảy ra, nghĩa là lần thứ nhất lấy ra được một viên bi màu xanh.

Sau đó bỏ vào hộp thứ hai. Lúc này, trong hộp thứ hai có 3 viên bi màu xanh và 3 viên bi màu đỏ. Khi đó,

xác suất lấy ra viên bi màu đỏ ở lần thứ hai là: $\frac{3}{6} = 0,5$.

b) Khi biến cố A không xảy ra, nghĩa là lần thứ nhất lấy ra được một viên bi màu đỏ.

Sau đó bỏ vào hộp thứ hai. Lúc này, trong hộp thứ hai có 2 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu đỏ. Khi đó,

xác suất lấy ra viên bi màu đỏ ở lần thứ hai là: $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành 8 nhóm. Nhóm 1, 3, 5, 7 trả lời câu a. Nhóm 2, 4, 6, 8 trả lời câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày trong phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi và thống nhất ý kiến vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm nộp lại phiếu học tập. Đại diện nhóm trình bày kết quả của nhóm mình, các nhóm khác nhận xét kết quả và đặt câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả trả lời của các nhóm HS đã trình bày, HS thấy khả năng xảy ra của biến cố B phụ thuộc vào việc biến cố A có xảy ra hay không

– GV gọi một HS đọc định nghĩa xác suất có điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu cách tính xác suất có điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tính xác suất có điều kiện.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Bước đầu thực hành tính xác suất có điều kiện.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 1 hãy thực hiện HĐTH 1: tìm xác suất của biến cố “Thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lớn hơn 1” khi biến cố A và B xảy ra; dựa vào Ví dụ 2 hãy thực hiện HĐTH 2. tìm xác suất của biến cố “thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng”

Giải:

c) Sản phẩm: HS trả lời:

Hoạt động Thực hành 1

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $\{(1;2);(1;3);(2;3);(3;2)\}$.

Khi biến cố A xảy ra thì kết quả của phép thử là $(1;2)$ hoặc $(1;3)$. Cả hai kết quả đều thuận lợi cho biến cố D. Do đó $P(D|A) = 1$.

Khi biến cố B xảy ra thì kết quả của phép thử là $(2;1)$ hoặc $(2;3)$. Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả $(2;3)$ là thuận lợi cho biến cố D. Do đó $P(D|B) = \frac{1}{2}$.

Hoạt động Thực hành 2

Sử dụng cách gọi biến cố như trong Ví dụ 2.

Theo đề bài, trong số 25 thành viên biết chơi cờ vua có 10 thành viên biết chơi cờ tướng và có 15 người không biết chơi cờ tướng.

Vậy xác suất thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng biết rằng thành viên đó biết chơi cờ vua là:

$$P(\overline{A}|B) = \frac{15}{25} = 0,6.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành 8 nhóm. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm xác suất có điều kiện.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức vừa được học giải quyết bài toán khởi động.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS tính xác suất có điều kiện ở HĐKD.

c) Sản phẩm:

Gọi A là biến cố “xuất hiện mặt chẵn chấm”. B là biến cố “mặt 6 chấm xuất hiện”

Khi biến cố A xảy ra thì các kết quả của phép thử là 2,4,6. Trong 3 kết quả này có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố B.

Do đó $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS giải quyết bài toán ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tính xác suất có điều kiện ở HĐKD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời câu hỏi. HS khác nhận xét câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm xác suất có điều kiện.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện.

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS nhận ra mối liên hệ giữa $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ và $P(A|B)$; $\frac{P(C \cap A)}{P(A)}$ và $P(C|A)$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc HĐKP 2 và thực hiện yêu cầu tính xác suất.

c) Sản phẩm: HS trả lời:

a) Ta có số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6^2$.

Biến cố $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$.

Biến cố $B = \{(2;6);(3;5);(4;4);(5;3);(6;2)\} \Rightarrow n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{5}{36}$.

Biến cố $A \cap B = \{(4;4)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

Khi đó $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}$.

Khi biến cố B xảy ra, có 5 kết quả có thể xảy ra, trong đó chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố A là

$(4;4)$ do đó $P(A|B) = \frac{1}{5}$.

b) Theo câu a ta có $n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$.

Biến cố $C = \{(1;6);(2;6);(3;6);(4;6);(5;6);(6;6);(6;5);(6;4);(6;3);(6;2);(6;1)\}$.

Biến cố $C \cap A = \{(6;6)\} \Rightarrow n(C \cap A) = 1 \Rightarrow P(C \cap A) = \frac{1}{36}$.

Khi đó $\frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$.

Khi biến cố A xảy ra, có 6 kết quả có thể xảy ra, trong đó chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố C là

$$(6;6) \text{ do đó } P(C|A) = \frac{1}{6}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành 8 nhóm, các nhóm thực hiện theo yêu cầu đề bài đưa ra. Các nhóm lần lượt thực hiện câu a, các nhóm lẻ thực hiện câu b

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thảo luận nhóm, hoàn thành phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Nhóm HS trình bày kết quả của nhóm. Các nhóm khác trao đổi, thảo luận, đặt câu hỏi để thống nhất kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét, đánh giá kết quả của HS. GV khẳng định: Ở HĐKP 2 ta nhận

thấy $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A|B)$ và $\frac{P(C \cap A)}{P(A)} = P(C|A)$.

– GV nhấn mạnh phần KTTT và phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 3 và rút ra phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 4 và phần Chú ý.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành tính xác suất có điều kiện bằng công thức.

b) Nội dung: HS đọc và thực hiện HĐTH 3.

c) Sản phẩm: Gọi A là biến cố “Hai bạn được chọn được chọn cùng giới tính”, B là biến cố “Có ít nhất một bạn nam”.

Ta có số cách chọn 2 HS trong 9 HS: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Số cách chọn 2 HS nữ: C_4^2 ; Số cách chọn hai HS nam: C_5^2 .

Biến cố hai HS được chọn cùng giới tính và có ít nhất một bạn nam là cả hai HS được chọn là nam. Do đó

$$n(AB) = C_5^2 = 10 \Rightarrow P(AB) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Ta có: $\bar{B}$ là biến cố: “Không có bạn nam được chọn”. $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Xác suất có ít nhất một bạn nam được chọn là: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{5}{6}$.

Xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nam được chọn là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HĐTH 2
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện tính xác suất có điều kiện.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày. Các HS khác theo dõi, nhận xét.
- ❖ **Kết luận nhận định:** Đối chiếu kết quả của HS và GV. GV nhận xét bài làm của HS.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

- a) **Mục tiêu:** HS sử dụng kiến thức liên quan đến xác suất có điều kiện để giải quyết HĐVD 2.
- b) **Nội dung:** HS thực hiện HĐVD 2.
- c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu” và B là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80% do đó $P(A) = 0,8$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90% do đó $P(B) = 0,9$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18% do đó $P(AB) = 0,18$.

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,9} = 0,2.$$

Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu $\frac{0,8}{0,2} = 4$ lần.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.
- ❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐVD 2.
- ❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.
- ❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng xác suất có điều kiện để giải bài toán thực tế.

3. Sơ đồ hình cây

Hoạt động 3.1: Khám phá

- a) **Mục tiêu:** HS hình dung được sơ đồ cây, các giá trị ghi trên sơ đồ cây. Biết sử dụng sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện.
- b) **Nội dung:** HS hoàn thành HĐKP 3. Điền các giá trị thích hợp vào ô chấm hỏi trong sơ đồ cây.
- c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Ngày thứ Bảy trời nắng” và B là biến cố “Ngày Chủ nhật trời mưa”.

Ta có $P(A) = 0,7; P(B|A) = 0,2; P(B|\bar{A}) = 0,3$.

Do đó

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,8; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,7.$$

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất trời nắng vào thứ Bảy và trời mưa vào Chủ nhật là

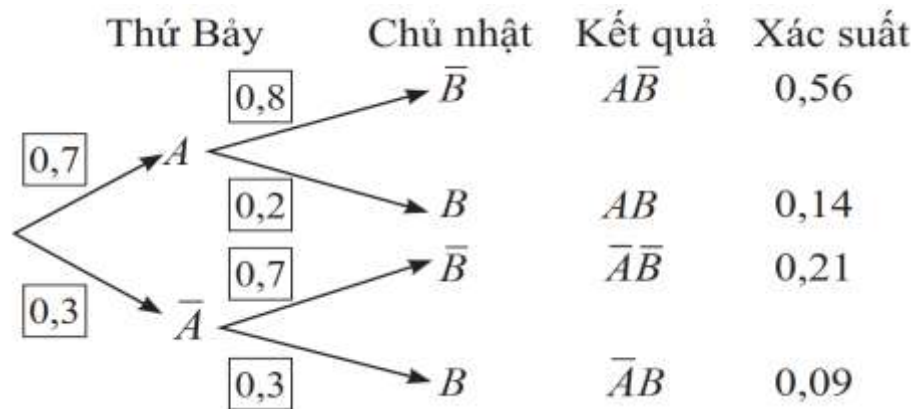
$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,7.0,2 = 0,14.$$

Tương tự ta có: $P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,3.0,7 = 0,21$.

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B|\overline{A}) = 0,3.0,3 = 0,09.$$

$$P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B}|A) = 0,7.0,8 = 0,56.$$

Ta có thể biểu diễn kết quả theo sơ đồ hình cây như sau



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm, đọc đề và hoàn thành sơ đồ cây.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc hướng dẫn và hoàn thành sơ đồ cây và giải thích.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Một nhóm cử đại diện trình bày những giải thích liên quan đến việc điền các giá trị vào sơ đồ cây. Các nhóm khác lắng nghe, đặt câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** GV thống nhất kết quả của các nhóm. GV nêu nhận xét và trình bày Ví dụ 5.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng sơ đồ cây để tính xác suất.

b) **Nội dung:** HS đọc đề và vẽ sơ đồ cây và tính xác suất của các biến cố trong HĐTH 4.

c) **Sản phẩm:** Gọi C là biến cố: “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh” và D là biến cố “Viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có màu xanh”.

Ta có: $P(C) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 0,6$.

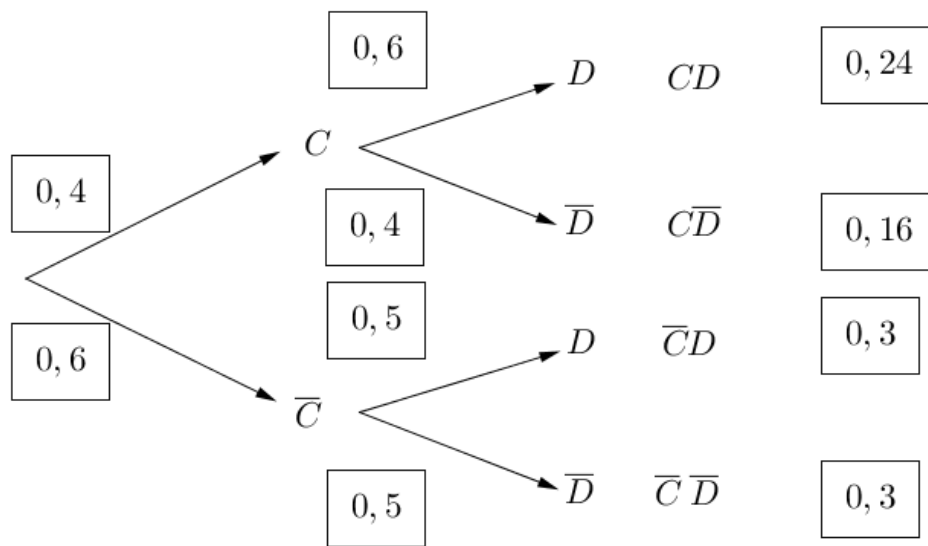
Nếu lấy được viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất, khi đó hộp thứ 2 sẽ có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Do

đó: $P(D|C) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(\overline{D}|C) = 1 - P(D|C) = 0,4$.

Nếu không lấy được viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất, khi đó hộp thứ 2 sẽ có 5 viên bi xanh và 5 viên bi

đỏ. Do đó: $P(D|\overline{C}) = \frac{5}{10} = 0,5$; $P(\overline{D}|\overline{C}) = 1 - P(D|\overline{C}) = 0,5$.

Ta có sơ đồ cây như hình vẽ sau:



Do $A = C\bar{D}$ nên $P(A) = P(C\bar{D}) = 0,16$

Do $B = CD \cap \bar{C}\bar{D}$ nên $P(B) = P(CD) + P(\bar{C}\bar{D}) = 0,24 + 0,3 = 0,54$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm đọc đề và thực hiện yêu cầu trong HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm làm việc, vẽ sơ đồ cây vào phiếu học tập và tính xác suất.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Một HS đại diện nhóm trình bày bài giải, các HS khác nhận xét, đóng góp ý kiến.

❖ **Kết luận nhận định:** GV đối chiếu đáp án và bài làm của HS. Nhận xét chỉnh sửa.

Hoạt động 3.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng sơ đồ cây để tính xác suất của biến cố.

b) **Nội dung:** HS vận dụng sơ đồ cây để tính xác suất trong HDVD 3.

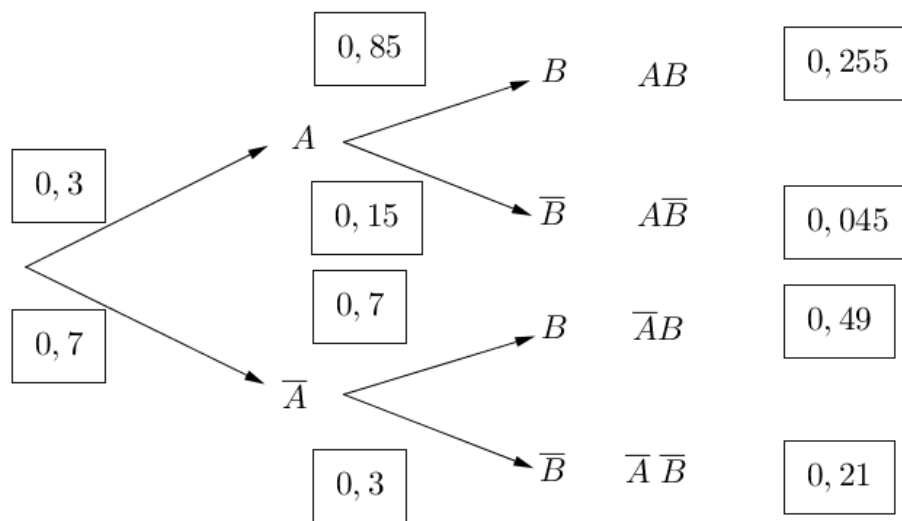
c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố: “Sinh viên được chọn tốt nghiệp loại giỏi” và B là biến cố: “Sinh viên được chọn làm đúng chuyên ngành”.

Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là 30%. Do đó $P(A) = 0,3$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7$

Tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là 85% đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và 70% đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Do đó $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,15$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,3$

Ta có sơ đồ cây như hình vẽ



Do $C = AB$ nên $P(C) = P(AB) = 0,225$

Do $D = \bar{A}B$ nên $P(D) = P(\bar{A}B) = 0,49$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV cho HS đọc đề bài, yêu cầu HS tính xác suất. Gợi ý sử dụng sơ đồ cây.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS làm việc cá nhân. Tính xác suất.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS làm nhanh nhất lên trình bày bài làm. Các HS khác nhận xét, đặt câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét, khen ngợi HS trình bày bài giải đúng và HS góp ý chính xác.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại công thức tính xác suất có điều kiện và sơ đồ cây.
- Hoàn thành bài tập 1,2,3,4.
- Chuẩn bị bài mới “Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes”.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 2: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Mô tả, nhắc lại được công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Hiểu được bảng số liệu 2×2 và biết tính xác suất dựa trên bảng số liệu 2×2 và sơ đồ cây.
- Sử dụng được công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện và giải quyết một số bài toán thực tế.
- Sử dụng được sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện và giải quyết một số bài toán thực tế.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tính xác suất có sử dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Giải quyết bài toán toán thực tế “mối liên hệ giữa điện thoại di động và tai nạn giao thông” thông qua công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện trong HĐTH 1, 2 và HĐVD.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các kiến thức liên quan đến xác suất toàn phần, công thức Bayes và tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- 2. Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở, kết nối HS với bài Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes thông qua bài toán thực tế về xét nghiệm SAR-CoV-2.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc đề và yêu cầu của HĐKD và trả lời câu hỏi làm sao biết khả năng người đó thực sự nhiễm virus là cao hay thấp?

c) **Sản phẩm:** HS trả lời được câu hỏi: đề biết khả năng người đó thực sự nhiễm virus là cao hay thấp cần tính xác suất nhiễm bệnh khi bị kết quả dương tính.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc đề và thực hiện yêu cầu của HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm ra câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu ý kiến, quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

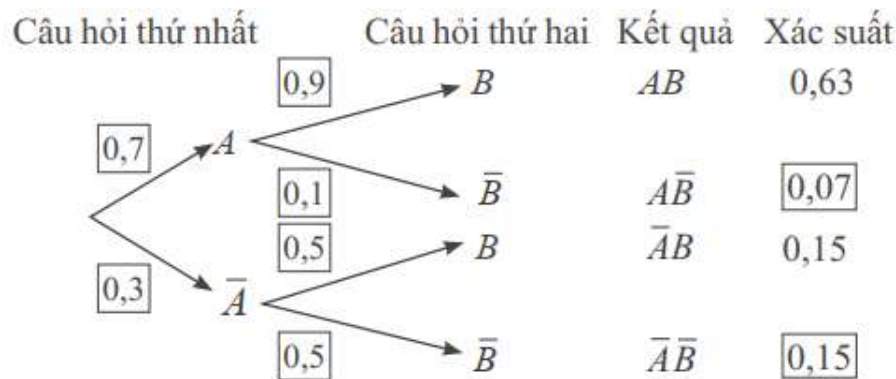
1. Công thức xác suất toàn phần

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhắc lại cho HS về sơ đồ cây, liên kết với công thức xác suất toàn phần.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1, hoàn thành sơ đồ cây.

c) Sản phẩm:



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát sơ đồ cây, đọc đề và điền các giá trị thích hợp vào dấu ?.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện bài tập cá nhân, đọc đề và điền giá trị thích hợp vào ?.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong điền giá trị thích hợp vào sơ đồ cây. HS khác nhận xét, đặt câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:**

– GV yêu cầu HS nêu ý nghĩa của biến cố AB và $\overline{AB}$. Ta thấy biến cố B là hợp của hai biến cố xung khắc AB và $\overline{AB}$. Do đó: $P(B) = P(AB) + P(\overline{AB}) = 0,63 + 0,15 = 0,78$.

– GV gọi HS đọc KTTT và phần Chú ý.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng công thức xác suất toàn phần để tính xác suất của biến cố.

b) **Nội dung:** HS tính xác suất tắc đường trong HĐTH 1.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Buổi sáng bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng trời mưa”

Do xác suất tắc đường khi trời mưa là 0,7 nên $P(A|B) = 0,7$.

Do xác suất tắc đường khi trời không mưa là 0,2 nên $P(A|\overline{B}) = 0,2$.

Do xác suất trời mưa vào buổi sáng là 0,1 nên $P(B) = 0,1$; xác suất trời không mưa là $P(\overline{B}) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất bị tắc đường là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B}) = 0,1 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,25.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm 4 HS. HS đọc HĐTH 1 và suy nghĩ cách làm bài, sau đó ghi ra phiếu học tập, chuẩn bị lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc HĐTH, trình bày chi tiết vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi nhóm, đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS khác đối chiếu, nhận xét bài làm của nhóm mình sau đó đóng góp ý kiến.

❖ **Kết luận nhận định:** HS luyện tập được kĩ năng tính xác suất của một biến cố bằng công thức xác suất toàn phần.

2. Công thức Bayes

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Hiểu được bảng dữ liệu thống kê 2×2 ; tính được xác suất có điều kiện dựa trên bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

b) **Nội dung:** HS đọc bảng số liệu và tính xác suất có điều kiện.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn bị tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nam”.

a) Có $12 + 18 = 30$ bạn bị tật khúc xạ. Trong đó có 18 bạn nam.

Do đó, xác suất bạn được chọn là nam khi biết bạn đó bị tật khúc xạ là: $P(B|A) = \frac{18}{12+18} = 0,6$

b) Có $18 + 32 = 50$ bạn nam. Trong đó có 18 bạn bị tật khúc xạ.

Do đó, xác suất bạn được chọn bị tật khúc xạ khi biết bạn đó là nam là: $P(A|B) = \frac{18}{32+18} = 0,36$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV cho học sinh đọc bảng dữ liệu và yêu cầu HS làm việc theo nhóm 4 HS. Các nhóm lần lượt trả lời câu a, các nhóm lẻ trả lời câu b điền vào phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS quan sát bảng và trả lời câu hỏi được giao trong HĐKP 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV chọn 2 nhóm, một nhóm chẵn, một nhóm lẻ. Nhóm HS được chọn cử đại diện lên bảng để trình bày kết quả của nhóm. Các nhóm khác ghi chép, đối chiếu, góp ý, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS tính được xác suất và hiểu bảng dữ liệu 2×2 .

– GV dẫn dắt HS xây dựng công thức Bayes.

– GV gọi HS đọc KTTT của công thức Bayes và phần Chú ý

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện.

b) **Nội dung:** HS tính xác suất “vật thể bay là mục tiêu thật khi radar phát tín hiệu cảnh báo” trong HĐTH 2.

c) **Sản phẩm:** Xác suất vật thể bay là mục tiêu thật là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,01.0,9}{0,0585} = \frac{2}{13}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm, hoàn thành phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS làm việc theo nhóm: trao đổi để trả lời câu hỏi xác suất vật thể bay là mục tiêu thật khi radar phát tín hiệu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV chọn một nhóm trình bày kết quả. Các nhóm khác đối chiếu kết quả trên bảng với bài làm của nhóm mình. Nhận xét, đặt câu hỏi và góp ý.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết được bài toán, tính đúng xác suất có điều kiện.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để trả lời được câu hỏi “sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?”.

b) **Nội dung:** HS trả lời câu hỏi trong HĐVD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời:

Việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 5 lần.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu học sinh đọc đề và trả lời câu hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS làm việc cá nhân, suy nghĩ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS có câu trả lời nhanh nhất lên bảng trình bày. Các HS khác nhận xét, đặt câu hỏi và đóng góp ý kiến?

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết được câu hỏi liên quan đến vấn đề thực tế.

C. NHIỆM VỤ

– Coi lại công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.

– Hoàn thành bài tập 1,2,3,4.

– HS chuẩn bị bài tập cuối chương VI.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga

BÀI 3: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Nhận biết được khái niệm về xác suất có điều kiện.
- Giải thích được ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong những tình huống thực tiễn quen thuộc.
- Mô tả được công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes thông qua bảng dữ liệu thống kê 2×2 và sơ đồ hình cây.
- Sử dụng được công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện và vận dụng vào một số bài toán thực tiễn.
- Sử dụng được sơ đồ hình cây để tính xác suất có điều kiện trong một số bài toán thực tiễn liên quan tới thống kê.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương VI ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Mô tả được sơ đồ tổng quát để tính xác suất có điều kiện trong một số bài toán từ cơ bản đến nâng cao.
- Mô hình hoá toán học: Sử dụng các công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Sinh học, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, ti vi, bài trình chiếu, phiếu học tập, bảng nhóm.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương VI và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) Nội dung: Câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm: Đáp án trắc nghiệm:

1. a) A	b) C	c) B	
2. a) C	b) A	c) C	
3. a) A	b) B	c) A	d) D

1. a) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $P(A|B)$

Ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$

b) Xác suất biến cố B không xảy ra với điều kiện biến cố A xảy ra là $P(\bar{B}|A)$

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$. Xác suất của $\bar{B}A$ (A xảy ra nhưng B không xảy ra):

$$P(\bar{B}A) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,2 = 0,6$$

$$\text{Vậy: } P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

c) Giá trị của biểu thức $\frac{P(A|B)}{P(A)} - \frac{P(B|A)}{P(B)} = ?$. Ta đã tính: $P(A|B) = 0,4$ và

$$P(A) = 0,8; P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25; P(B) = 0,5$$

$$\text{Vậy: } \frac{P(A|B)}{P(A)} - \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} - \frac{0,25}{0,5} = 0.$$

2. Để giải quyết bài toán này, ta sẽ tiến hành phân tích và tính toán xác suất dựa trên dữ liệu đã cho.

Dữ liệu:

+ Phân xưởng I: Hải lòng: 37 ; Không hải lòng: 13. Tổng: 50

+ Phân xưởng II: Hải lòng: 63 ; Không hải lòng: 27. Tổng: 90

+ Tổng số công nhân: 50 (I) + 90 (II) = 140 công nhân

Đặt các biến cố:

- A : “Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I”.
- B : “Công nhân đó hải lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng”.

a) Xác suất để một công nhân ngẫu nhiên làm việc tại phân xưởng I:

$$P(A) = \frac{37+13}{140} = \frac{50}{140} \approx 0,3571.$$

b) Để tính xác suất này, ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Trong đó:

- $P(A \cap B)$ là xác suất công nhân làm việc tại phân xưởng I và hài lòng.
- $P(B)$ là xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng.

$$\text{Cách 1: } P(A|B) = \frac{37}{37+63} = 0,37$$

$$\text{Cách 2: Ta tính được: } P(A \cap B) = \frac{37}{140} \approx 0,2643 ; P(B) = \frac{37+63}{140} \approx 0,7143$$

$$\text{Áp dụng công thức } P(A|B) = \frac{0,2643}{0,7143} \approx 0,37$$

c)

$$\text{Cách 1: } P(B|\bar{A}) = \frac{63}{63+27} = \frac{63}{90} \approx 0,7.$$

$$\text{Cách 2: } P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}; \text{ Có } P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(BA) = \frac{5}{7} - \frac{37}{140} \approx 0,45;$$

$$\text{Có } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{14} \approx 0,6423. \text{ Vậy } P(B|\bar{A}) = \frac{0,45}{0,6423} \approx 0,7.$$

3.

a) Xác suất của biến cố cả A và B đều không xảy ra là $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$\text{Cách 1: Theo sơ đồ } P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32.$$

$$\text{Cách 2: } P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

b) Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62.$$

c) Xác suất điều kiện $P(A|B)$ được tính bằng công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Chúng ta đã có $P(B|A) = 0,7$, $P(A) = 0,2$ và $P(B) = 0,62$ từ trước, nên:

$$P(A|B) = \frac{0,7 \cdot 0,2}{0,62} = \frac{7}{31} \approx 0,2258$$

d)

$$\text{Cách 1: } \frac{P(B)P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = P(B|\bar{A}) = 0,6 \text{ (theo sơ đồ)}$$

$$\text{Cách 2: Ta có } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8; P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,2258 = 0,7742$$

$$\text{Do đó: } \frac{P(B)P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,62 \cdot 0,7742}{0,8} \approx 0,6$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV phát phiếu học tập và yêu cầu HS điền vào chỗ trống trên phiếu, sau đó yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoàn thành các chỗ trống trên phiếu học tập rồi tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm dựa trên các kiến thức về: Nhận biết được khái niệm về xác suất có điều kiện để giải câu; phương pháp mô tả được công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes thông qua bảng dữ liệu thống kê 2×2 và sơ đồ hình cây để giải.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lý thuyết về xác suất có điều kiện để có thể làm nhanh các câu hỏi như dạng câu 1; nhận biết sơ đồ hình cây để giải câu 3. Để giải các bài toán thực tế cần đọc kỹ, phân tích đề và tìm ra mối liên hệ giữa bài toán với kiến thức toán học cần sử dụng, từ đó đưa ra cách giải phù hợp.

2. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về công thức tính xác suất có điều kiện (toàn phần, Bayes); ứng dụng ý nghĩa tính xác suất để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận 5.

c) Sản phẩm:

$$P(A|B) = 2P(B|A) \Rightarrow \frac{P(AB)}{P(B)} = 2 \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = 2 \text{ (do } P(AB) \neq 0).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: công thức tính xác suất có điều kiện để giải bài tập 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về các công thức tính xác suất có điều kiện, hiểu được ý nghĩa của chúng; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức cộng và nhân xác suất, đồng thời sử dụng các kiến thức về xác suất có điều kiện (công thức xác suất toàn phần, Bayes) vào giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 4, 6, 7, 8, 9.

c) Sản phẩm:

4. Đặt các biến cố sau:

E : “Hộ gia đình sử dụng điện để đun nước” ;

F : “Hộ gia đình sử dụng ấm điện siêu tốc”

Theo đề bài, ta có: $P(E) = 85\% = 0,85$; $P(F) = 21\% = 0,21$

Do mọi hộ sử dụng ấm điện siêu tốc đều được tính trong số các hộ sử dụng điện để đun nước nên

$$P(F \cap E) = P(F).$$

Sử dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(F | E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{P(F)}{P(E)} = \frac{0,21}{0,85} \approx 0,2471.$$

Như vậy, xác suất để một hộ gia đình sử dụng ấm điện siêu tốc, biết rằng họ sử dụng điện để đun nước, là khoảng 24.71%.

6. Đặt các biến cố:

A : “Cả 3 người được chọn đều là kỹ sư”;

B : “Có ít nhất 2 kỹ sư trong 3 người được chọn”.

Số cách chọn 3 kỹ sư từ 4 kỹ sư là $n(A) = C_4^3$ và tổng số cách chọn 3 người từ 10 người (4 kỹ sư và 6 kỹ

thuật viên) là $n(\Omega) = C_{10}^3$. Do đó $P(A) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$

• Số cách chọn 2 kỹ sư và 1 kỹ thuật viên: $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$.

• Số cách chọn 3 kỹ sư đã tính ở trên là $C_4^3 = 4$.

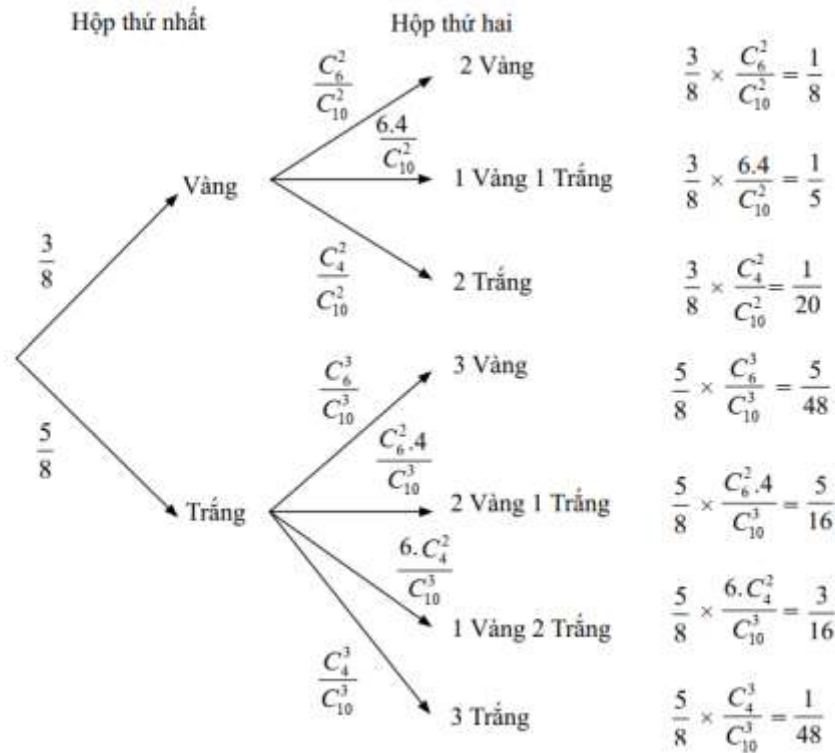
$$\text{Suy ra } P(B) = \frac{36 + 4}{120} = \frac{1}{3}.$$

Vì $A \subset B$ nên $P(A \cap B) = P(A)$.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{10}.$$

Như vậy, xác suất để cả 3 người được chọn đều là kĩ sư, biết rằng trong 3 người được chọn có ít nhất 2 kĩ sư, là $\frac{1}{10}$ hay 10%.

7.



a) Gọi các biến cố:

A : “quả bóng lấy từ hộp thứ nhất là màu vàng”.

B : “có đúng 1 quả bóng màu vàng được lấy ra từ hộp thứ hai”.

Xác suất các sự kiện ban đầu: $P(A) = \frac{5}{8}$; $P(\bar{A}) = \frac{3}{8}$.

+ Khi biến cố A không xảy ra: $P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^1 \cdot C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{3}{10}$.

+ Khi biến cố A xảy ra: $P(B|A) = \frac{C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{31}{80}$$

b) Gọi C là biến cố: “tất cả quả bóng lấy ra màu trắng”.

+ Nếu lấy 3 quả (từ hộp 1 là trắng): $P(C|\bar{A}) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

+ Nếu lấy 2 quả (từ hộp 1 là vàng): $P(C|A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap \bar{A})$

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{1}{30} \cdot \frac{5}{8} + \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{8} = \frac{17}{240}.$$

Áp dụng công thức Bayes: $P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{17}{240}} = \frac{12}{17}$.

Như vậy, xác suất để quả bóng lấy từ hộp thứ nhất có màu vàng, biết tất cả quả bóng từ hộp thứ hai đều trắng, là $\frac{12}{17}$.

8.

a) Gọi các biến có:

A : “lấy được 2 bi đỏ từ hộp 1”

B : “lấy được 2 bi đỏ từ hộp 2”.

Xác suất cho mỗi trường hợp: $P(A) = \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{2}{3}$; $P(\bar{A}) = \frac{C_1^1 \cdot C_5^1}{C_6^2} = \frac{1}{3}$.

Xác suất lấy 2 bi đỏ từ hộp 2 trong mỗi trường hợp:

$$P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}; \quad P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{45}.$$

b) Áp dụng của công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{19}{45}} = \frac{14}{19}$

Như vậy:

• Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ là $\frac{19}{45}$.

- Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là bi đỏ, biết rằng hai viên bi lấy từ hộp thứ hai là bi đỏ, là $\frac{14}{19}$.

9. a) Gọi các biến cố:

A : “nhân viên được chọn là nữ”.

B : “nhân viên được chọn mua bảo hiểm”.

Ta có: $P(A) = 0,45$; $P(\bar{A}) = 0,55$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,07 \cdot 0,45 + 0,05 \cdot 0,55 = 0,059.$$

Vậy xác suất một nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 5.9%.

b) Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,05 \cdot 0,55}{0,059} = \frac{55}{118} \approx 0,4661.$$

Vậy xác suất nhân viên được chọn là nam, biết rằng nhân viên đó đã mua bảo hiểm nhân thọ, là khoảng 46.61%.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 4, 6, 7, 8, 9.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp ý nghĩa thực tiễn vào các bài toán xác suất có điều kiện.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán xác suất có điều kiện, HS cần phân tích dữ liệu đề bài, xây dựng các biến cố cần thiết. Tạo mối quan hệ xác suất của biến cố A với điều kiện B .

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về xác suất có điều kiện thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 01 năm 2026

Trưởng bộ môn

Giảng viên

Phạm Thị Thu Nga