

CHƯƠNG 5: CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

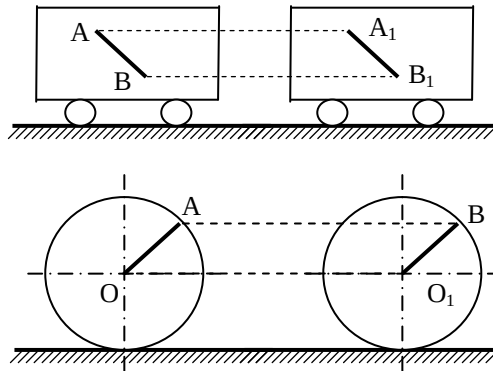
1. CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN:

1.1. Định nghĩa

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó lấy bất kỳ đoạn thẳng nào trên vật cũng luôn song song với vị trí ban đầu của nó.

Trong thực tế gặp rất nhiều trường hợp vật chuyển động tịnh tiến. Vật chuyển động tịnh tiến thường gặp là:

- Tịnh tiến thẳng: Toa xe lửa chuyển động trên đường ray.
- Tịnh tiến cong: Thanh truyền AB trong cơ cấu hình bình hành của đầu máy xe lửa.

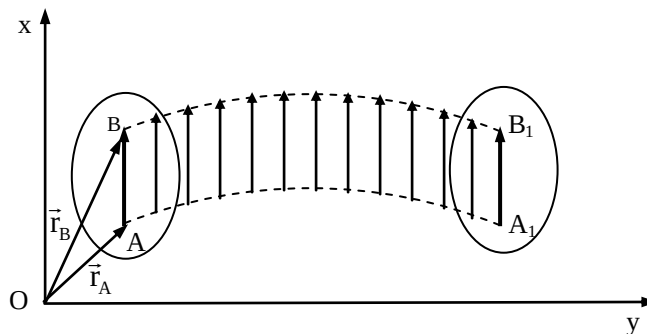


1.2. Tính chất của chuyển động tịnh tiến:

Định lý: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, các điểm thuộc vật vẽ nên những quỹ đạo đồng nhất (có thể đặt trùng khít lên nhau). Tại mỗi thời điểm, các điểm thuộc vật có vận tốc và gia tốc bằng nhau.

Chứng minh:

Lấy 2 điểm A, B bất kỳ thuộc vật. Giả sử vị trí của chúng tại thời điểm t được xác định bởi các vector $\vec{r}_A$ và $\vec{r}_B$



Dựng $\vec{AB}$, ta có: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$

Trong đó: $\vec{AB}$ là vector có môđun và phương chiều không đổi (vật rắn chuyển động tịnh tiến). Do đó, vị trí của điểm B có được bằng cách dịch chuyển song song các điểm trên quỹ đạo của A đi cùng một vector không đổi $\vec{AB}$. Vậy quỹ đạo của điểm A và B là những đường cong giống nhau (tức là có thể đặt trùng khít lên nhau)

Để xác định vận tốc các điểm A và B ta lấy đạo hàm hai vế $\vec{r}_B = \vec{r}_A + A\vec{B}$ theo thời gian:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d(A\vec{B})}{dt}$$

Vì $\frac{d(A\vec{B})}{dt} = 0$ nên $\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt}$ hay $\vec{v}_A = \vec{v}_B$

Tiếp tục lấy đạo hàm theo 2 vế của đẳng thức $\vec{v}_A = \vec{v}_B$, ta được:

$$\frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_B}{dt} \text{ hay } \vec{a}_A = \vec{a}_B$$

Vậy, về mặt động học vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng chuyển động của điểm bất kỳ thuộc vật. Do đó, việc khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến được đưa về bài toán động học điểm.

2. CHUYỂN ĐỘNG QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH CỦA VẬT RẮN:

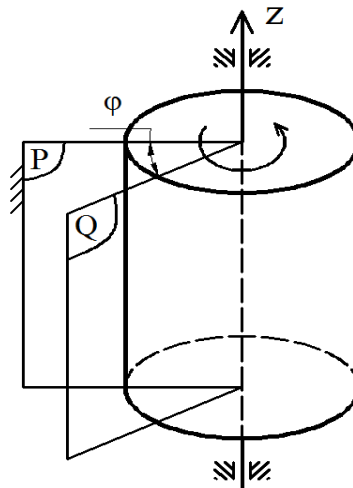
2.1. Định nghĩa:

Vật rắn quay quanh một trục cố định là trong quá trình chuyển động, dễ dàng tìm được hai điểm bất kỳ cố định thuộc vật rắn. Đường thẳng đi qua hai điểm cố định này được gọi là trục quay của vật rắn.

Ví dụ: Quạt trần quay quanh trục, cánh cửa quay quanh trục bản lề, ...

2.2. Phương trình chuyển động:

Cho vật rắn hình trụ quay quanh trục cố định z. Dựng mặt phẳng cố định P và mặt phẳng Q gắn vào vật di động.



Khi vật chưa chuyển động, có mặt phẳng P trùng với vị trí của mặt phẳng Q. Khi vật quay, lúc này vị trí mặt phẳng Q thay đổi so với P một góc φ. Ứng với mỗi thời điểm ta có mỗi góc quay φ khác nhau. Vậy phương trình chuyển động của vật rắn:

$$\varphi = \varphi(t) \text{ (rad)}$$

Tuy nhiên, trong kỹ thuật, góc quay của vật thường được tính theo số vòng quay N. liên hệ giữa N và φ:

$$\varphi = 2\pi N \text{ (rad)}$$

Góc quay φ là đại lượng đại số. Trường hợp vật quay theo một chiều cố định thì ta chọn chiều quay đó là chiều dương.

2.3. Vận tốc góc:

Khi vật quay, góc quay φ biến thiên theo thời gian. Để biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật, ta đưa ra khái niệm vận tốc góc. Ký hiệu là ω

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)$$

Đơn vị đo của ω là rad/s

Vậy, Vận tốc góc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của góc quay theo thời gian cũng tại thời điểm đó.

Trong kỹ thuật, vận tốc góc thường được đo bằng số vòng quay trong một phút gọi là vận tốc vòng. Ký hiệu: n (vòng/phút)

Liên hệ giữa n và ω :

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ (rad/s)}$$

2.4. Gia tốc góc:

Vận tốc nói chung mỗi lúc quay nhanh chậm khác nhau, có khi còn thay đổi cả chiều quay. Đại lượng biểu thị cho sự thay đổi đó của vận tốc góc theo thời gian gọi là gia tốc góc. Ký hiệu là ε

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega'(t) = \varphi''(t)$$

Đơn vị đo của ε là rad/s²

Vậy, Gia tốc tức thời của vật rắn quay quanh một trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của vận tốc theo thời gian hoặc bằng đạo hàm cấp hai của góc quay theo thời gian tại thời điểm đó.

Dấu hiệu nhận biết chuyển động nhanh dần, chậm dần:

- $\omega \cdot \varepsilon > 0$: vật chuyển động quay nhanh dần
- $\omega \cdot \varepsilon < 0$: vật chuyển động quay chậm dần

2.5. Các chuyển động quay thường gặp:

2.5.1. Chuyển động quay đều:

Vận tốc góc: $\omega = \text{hằng số}$

Gia tốc góc: $\varepsilon = \omega'(t) = 0$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$

2.5.2. Chuyển động quay biến đổi đều (nhanh dần đều, chậm dần đều)

Gia tốc góc $\varepsilon = \text{hằng số}$

Vận tốc góc: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

Phương trình chuyển động: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Nếu chọn chiều dương trùng với chiều quay ban đầu của vật thì:

- $\varepsilon > 0$: Vật quay nhanh dần đều

- $\varepsilon < 0$: Vật quay chậm dần đều

• Ví dụ 1:

Vật quay quanh trục cố định theo phương trình: $\varphi = 2t^2 + t + 2$ (φ tính bằng rad, t tính bằng giây). Xác định:

- Góc quay của vật trong 3 giây đầu.
- Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.
- Trong quá trình chuyển động, vật có đổi chiều quay hay không.

Giải:

a) Góc quay của vật trong 3 giây đầu.

- Ở thời điểm đầu $t_0 = 0$ thì $\varphi_0 = 2$ rad
- Ở thời điểm đầu $t_1 = 3$ thì $\varphi_1 = 23$ rad

Vậy, góc quay $\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = 21$ rad

b) Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$.

$$\omega = \dot{\varphi}(t) = 4t + 1 = 4 \cdot 3 + 1 = 13 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon = \dot{\omega}(t) = 4 \text{ rad/s}^2$$

c) Vật không đổi chiều quay vì $\omega = 4t + 1 > 0 \quad \forall t$

• Ví dụ 2:

Một trục máy trong giai đoạn tăng tốc quay nhanh dần đều, từ vận tốc 1200 vòng/phút lên 1800 vòng/phút, với số vòng quay được là 250 vòng.

- Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó
- Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

Giải:

a) Xác định gia tốc góc của trục và thời gian trong giai đoạn tăng tốc đó

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot n_0}{30} = \frac{1200 \cdot \pi}{30} = 40\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{1800 \cdot \pi}{30} = 60\pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi = 2\pi N = 500\pi \text{ rad}$$

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \\ \omega = \omega_0 + \varepsilon t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 500\pi = 40\pi t + \frac{1}{2} \left(\frac{20\pi}{t} \right) \cdot t^2 \\ \varepsilon = \frac{20\pi}{t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 10s \\ \varepsilon = 2\pi \text{ rad/s}^2 \end{cases}$$

b) Xác định tốc độ quay của trục ứng với thời điểm trục quay được 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon.t = 40\pi + 2\pi.6 = 52\pi \text{ rad/s}$$

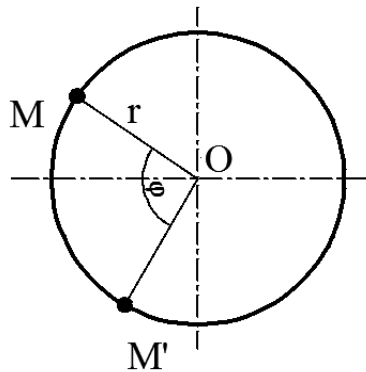
$$\omega = \frac{\pi.n}{30}$$

$$n = \frac{30.\omega}{\pi} = 1560 \text{ vòng/phút}$$

2.6. Chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định:

2.6.1. Phương trình chuyển động:

Xét điểm M bất kỳ thuộc vật rắn với khoảng cách từ M đến trục quay không đổi $r = OM$. Sau thời gian t , vật quay được một góc φ , lúc này M di chuyển đến vị trí M'. Vậy vị trí của M được xác định thông qua cung tròn MM' .



Ta có công thức tính cung tròn:

$$\overline{MM'} = s = r.\varphi$$

Mặt khác φ thay đổi theo thời gian nên phương trình chuyển động của điểm M:

$$s = r.\varphi(t)$$

2.6.2. Vận tốc của điểm thuộc vật:

$$\text{Ta có: } \bar{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r.\varphi) = r. \frac{d\varphi}{dt} = r. \bar{\omega}$$

Vì chiều của $\bar{v}$ bao giờ cũng thuận chiều quay của vật tức là chiều của vận tốc góc ω , nên:

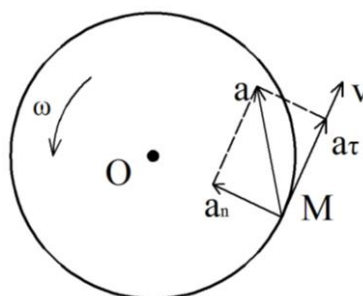
$$\bar{v} = r.\omega \text{ (m/s)}$$

Phương $\bar{v}$: tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm khảo sát

Chiều: cùng chiều chuyển động của vật

2.6.3. Gia tốc của điểm thuộc vật:

$$\text{Gia tốc toàn phần: } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



- a_t là gia tốc tiếp tuyến, có phương chiều cùng với phương chiều của vận tốc và có trị số: $a_t = v'(t) = r.\omega'(t) = r.\varepsilon$
- a_n là gia tốc pháp tuyến, có phương chiều hướng vào tâm quay và có trị số:

$$a_t = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega.R)^2}{R} = r.\omega^2$$

$$\text{Vậy } a = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

• Ví dụ:

Một vật quay quanh trục cố định O. Ở thời điểm khảo sát, Điểm A cách trục quay khoảng $r = 0,5\text{m}$ có vận tốc $v = 2\text{m/s}$ và gia tốc là $8\sqrt{3}\text{ m/s}^2$.

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.
- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

Giải:

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.

$$v_A = r.\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A}{r} = \frac{2}{0,5} = 4\text{ rad/s}$$

$$a_n = r.\omega^2 = 0,5.4^2 = 8\text{ m/s}^2$$

$$\text{Mà } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\Rightarrow a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2}\text{ m/s}^2$$

$$a_t = r.\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{8\sqrt{2}}{0,5} = 16\sqrt{2}\text{ rad/s}^2$$

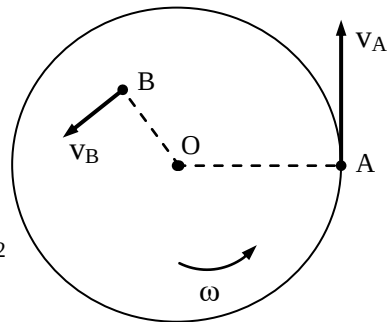
- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$.

$$v_B = r.\omega = 0,2.4 = 0,8\text{ m/s}$$

$$a_t = r.\varepsilon = 0,2.16\sqrt{2} = 3,2\sqrt{2}\text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v_B^2}{r} = \frac{0,8^2}{0,2} = 3,2\text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(3,2\sqrt{2})^2 + 3,2^2} = 3,2\sqrt{3}\text{ m/s}^2$$



CÂU HỎI ÔN TẬP

- Định nghĩa chuyển động tịnh tiến của vật rắn. Cho ví dụ minh họa ?
- Vì sao khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn ta chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật ?
- Thế nào là chuyển động quay của vật rắn quay quanh trục cố định. Cho ví dụ?
- Trình bày cách xác định vận tốc góc và gia tốc góc của. Cách nhận biết vật rắn quay nhanh hay chậm dần.

- 5) Tại một thời điểm, vận tốc và gia tốc của các điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định phụ thuộc vào những yếu tố nào?

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

- 1) Một trục động cơ quay theo phương trình: $\varphi = \pi t^3$ (φ tính bằng rad và t tính bằng giây). Xác định vận tốc góc và gia tốc góc của trục tại thời điểm $t = 3$ giây (tốc độ tính ra vòng/phút).

- 2) Vật quay quanh trục cố định theo phương trình :

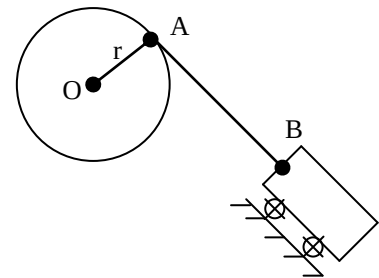
$$\varphi = 2t^2 - t + 1 \text{ (}\varphi \text{ tính bằng rad và } t \text{ tính bằng giây)}$$

- Xác định vận tốc góc và gia tốc ở thời điểm $t = 2s$?
- Tính góc quay được của vật trong khoảng thời gian $t_1 = 1s$ đến $t_2 = 3s$?
- Ở thời điểm $t = 2s$ vật quay nhanh dần hay chậm dần đều?

- 3) Vật nặng được kéo lên trên mặt phẳng nghiêng theo

phương trình $s = \frac{t^2}{4}$ (s tính bằng mét và t tính bằng

giây) nhờ dây cáp quấn quanh trục tời có bán kính $r = 10cm$. Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của tời. Sau đó tìm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của điểm M trên mép trục tời ở thời điểm $t = 1s$.



- 4) Bánh xe quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 phút bánh xe có tốc độ quay 120 vòng/phút. Xác định số vòng quay của bánh xe trong 10 phút đó.
- 5) Bánh đà có bán kính $r = 2m$ quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 giây, các điểm nằm trên vành có vận tốc $v = 100m/s$. Hãy tìm vận tốc và gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến của các điểm trên vành tại thời điểm $t = 15$ giây.
- 6) Một động cơ đang quay với vận tốc $n = 1200$ vòng/phút thì được hãm lại. Sau khi hãm, động cơ quay chậm dần đều và quay được 80 vòng thì dừng hẳn. Xác định gia tốc góc của trục và thời gian từ lúc hãm đến khi trục dừng.
- 7) Một vô lăng từ trạng thái đứng yên rồi quay nhanh dần đều, sau 2 phút nó quay được 300 vòng. Tính vận tốc góc và gia tốc góc sau khi quay được 3 phút.

- 8) Trục của máy tiện cần phải quay với vận tốc bao nhiêu vòng/phút để tiện chi tiết hình trụ dài 120mm hết 15 phút trong mỗi lần chạy dao. Biết bề rộng phoi tiện 0,2mm và trục máy tiện quay đều
- 9) Hai puli có đường kính $D_1 = 36\text{cm}$ và $D_2 = 84\text{cm}$ được gắn trên cùng một đai truyền. Vận tốc góc của puli thứ nhất là $n_1 = 42\text{v/phút}$. Hỏi vận tốc góc của puli thứ hai bằng bao nhiêu nếu vận tốc biên của 2 puli là như nhau.
- 10) Khi bánh xe quay quanh trục cố định, các điểm ở trên vành của nó có vận tốc $v_0 = 20\text{m/s}$. Đường kính của bánh xe là 1,08m. Sau 2 phút từ khi bắt đầu hãm, bánh xe dừng hẳn. Hãy xác định vận tốc góc của bánh xe trước khi hãm và trị số gia tốc góc trong thời gian hãm. Nếu coi chuyển động của bánh xe trong lúc hãm là chậm dần đều. Sau đó, tìm số vòng quay của bánh xe trong thời gian hãm.
- 11) Hãy xác định vận tốc góc của:
- Kim giây đồng hồ
 - Kim phút đồng hồ
 - Kim giờ đồng hồ
 - Trái đất quay quanh trục của nó.
- 12) Bánh xe 1 quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ. Sau 2 giây đạt được vận tốc góc 6 rad/s. Nó truyền chuyển động cho bánh xe 2 nhờ dây xích. Bánh xe 2 gồm 2 tầng. Ở tầng ngoài có gắn sợi dây mềm không giãn treo vật nặng A. Cho $r_1 = 5\text{cm}$, $r_2 = 3\text{cm}$, $r_3 = 8\text{cm}$
- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của bánh xe 1 sau 3 giây.
 - Tìm vận tốc, gia tốc vật A cũng như của điểm B (hình vẽ) sau 3 giây.

