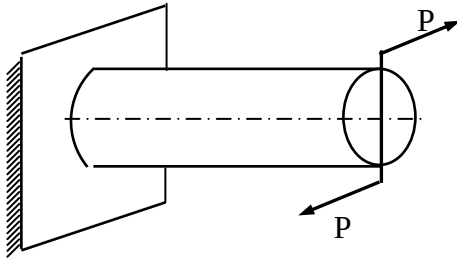


CHƯƠNG 9: XOẮN THUẦN TÚY

1. KHÁI NIỆM VỀ XOẮN THUẦN TÚY

1.1. Định nghĩa:



Xét một thanh tròn chịu tác dụng của ngẫu lực $m = P.a$

- m : momen xoắn ngoại lực
- m phải nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh

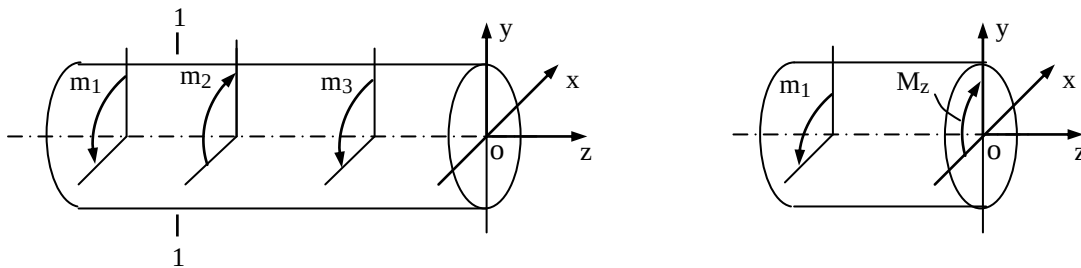
Khi tác dụng vào một thanh những ngoại lực là những ngẫu lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh thì ta có thanh chịu xoắn.

Ví dụ: Các trục truyền động trong hộp số, máy tiện, trục máy khoan, mũi khoan ...

1.2. Nội lực và biểu đồ moment xoắn nội lực:

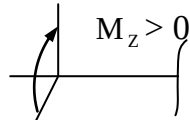
1.2.1. Nội lực:

Xét một thanh chịu tác dụng ngoại lực m_1, m_2, m_3 như hình vẽ. Dùng mặt cắt 1 - 1, xét cân bằng bên trái của thanh. Để cân bằng với momen ngoại lực thì trên mặt cắt, nội lực phải là một mômen. Mômen đó gọi là mômen xoắn nội lực, ký hiệu M_z

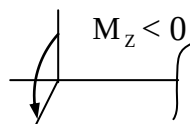


Dấu của mômen xoắn nội lực M_z :

- Xét cân bằng bên trái:



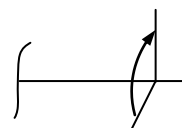
Mômen ngoại lực thuận chiều kim đồng hồ



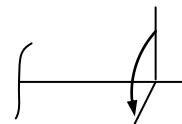
Mômen ngoại lực ngược chiều kim đồng hồ

- Xét cân bằng bên phải:

$M_z < 0$



$M_z > 0$



Trị số moment xoắn nội lực ở mặt cắt của phần thanh đang xét bằng tổng đại số các moment xoắn ngoại lực tác dụng lên phần thanh đang xét đó.

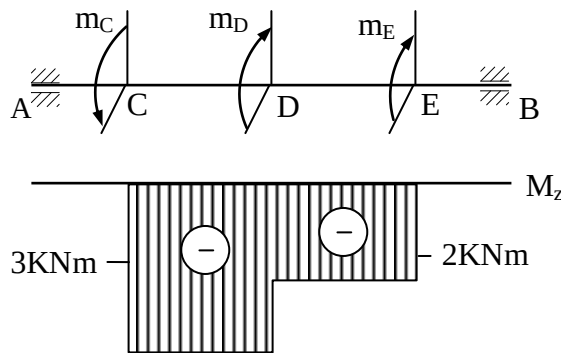
1.2.2. Biểu đồ mômen xoắn nội lực

Các bước vẽ biểu đồ:

- Vẽ đường chuẩn song song với trục thanh.
- Tính mômen nội lực trong từng đoạn, biểu diễn bằng các tung độ theo tỷ lệ xích
- Đặt (+) bên trên, đặt (-) bên dưới đường chuẩn

Ví dụ:

Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của thanh như hình vẽ có $m_C = 3\text{KNm}$, $m_D = 1\text{KNm}$, $m_E = 2\text{KNm}$



Dùng phương pháp mặt cắt, tính mômen xoắn nội lực trên từng đoạn thanh:

- + Đoạn AC : Tại mặt cắt 1 - 1 có $M_{zAC} = 0$
- + Đoạn CD : Tại mặt cắt 2 - 2 có $M_{zCD} = -m_C = -3\text{KNm}$
- + Đoạn DE : Tại mặt cắt 3 - 3 có $M_{zDE} = -m_C + m_D = -3 + 1 = -2\text{KNm}$
- + Đoạn EB : Tại mặt cắt 4 - 4 có $M_{zEB} = 0$

Vẽ biểu đồ theo qui ước

*** Nhận xét:**

- Trên các đoạn thanh không có mômen phân bố, biểu đồ là một đường thẳng song song hay trùng với đường chuẩn.
- Tại vị trí đặt các mômen tập trung, biểu đồ có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng trị số các mômen tập trung

1.3. Liên hệ giữa moment ngoại lực với công suất và vận tốc góc:

Gọi n là số vòng quay của trục trong một phút (vòng/phút)

N là công suất của trục truyền động (W)

M là moment xoắn ngoại lực (Nm)

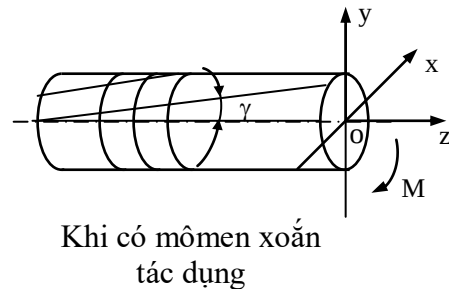
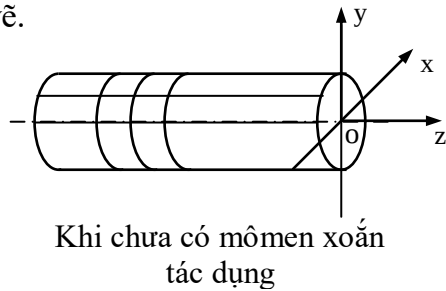
Ta có sự liên hệ giữa moment ngoại lực với công suất và vận tốc góc như sau:

$$M = 9,55 \frac{N}{n}$$

2. ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG TRONG THANH MẶT CẮT TRÒN CHỊU XOẮN:

2.1. Ứng suất:

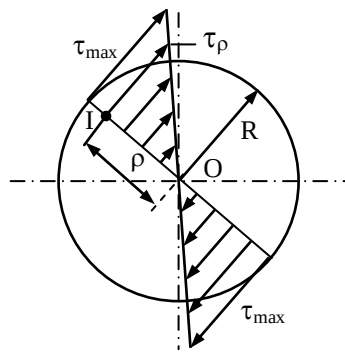
Để thiết lập công thức tính ứng suất người ta thực hiện các thí nghiệm và xem biến dạng bên trong thanh cũng như biến dạng bên ngoài thanh. Xét thanh chịu xoắn như hình vẽ.



Quan sát thanh sau khi chịu tác dụng lực ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn không có hiện tượng co hay giãn dài nên nên không có ứng suất pháp.
- Các mặt cắt ngang xoay trượt tương đối với nhau, thanh có biến dạng trượt và chỉ có ứng suất tiếp có phương vuông góc với bán kính đi qua điểm đang xét, phân bố dọc theo bán kính bất kỳ theo qui luật đường thẳng.

Ứng suất tại một điểm I bất kỳ trên mặt cắt được tính như sau:



Ứng suất tiếp phân bố trên mặt cắt ngang tròn đặc

$$\tau_{\rho} = \frac{M_z}{J_o} \cdot \rho$$

Trong đó :

- M_z : trị số tuyệt đối mômen xoắn nội lực tại mặt cắt ngang chứa điểm tính ứng suất (Nm)
 - J_o : Momen quán tính độ cực của mặt cắt đối với trọng tâm O của nó (m^4)
 - ρ : khoảng cách từ điểm tính ứng suất I đến trọng tâm mặt cắt O (m)
- Tại một mặt cắt, M_z và J_o không đổi, τ_{ρ} phụ thuộc vào ρ

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{J_o} \cdot R$$

$$\text{Đặt } \frac{J_o}{R} = W_o \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \quad (N/m^2)$$

W_o : mômen chống xoắn của mặt cắt ngang thanh (m^3)

J_o : Momen quán tính độ cực (m^4)

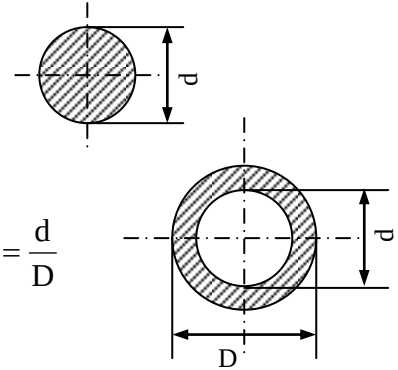
J_o và W_o đặc trưng cho khả năng chống xoắn của mặt cắt ngang thanh, nếu W_o tăng thì $\tau_{\max}$ giảm, thanh có khả năng chịu xoắn tốt.

+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn đặc

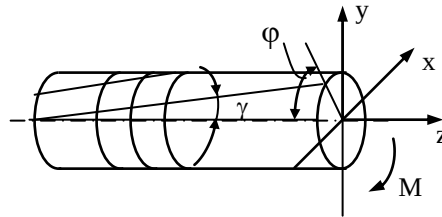
$$J_o = 0,1 d^4, \quad W_o = 0,2 d^3$$

+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn rỗng

$$J_o = 0,1 D^4 (1 - \alpha^4), \quad W_o = 0,2 D^3 (1 - \alpha^4) \text{ với } \alpha = \frac{d}{D}$$



2.2. Biến dạng:



Quan sát biến dạng của thanh chịu xoắn ta thấy: giữa các mặt cắt ngang có góc xoay, được gọi là góc xoắn tuyệt đối, ký hiệu φ

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G \cdot J_o} \text{ (rad)} \quad \text{hay} \quad \varphi = \frac{180 \cdot M_z \cdot l}{\pi \cdot G \cdot J_o} \text{ (độ)}$$

Và góc xoắn tương đối, ký hiệu θ

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \Rightarrow \theta = \frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot G \cdot J_o} \text{ (độ/m)}$$

Trong đó : G - Mô đun đàn hồi của vật liệu chịu xoắn (N/m^2)

3. TÍNH TOÁN VỀ XOẮN THUẦN TÚY:

3.1. Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản:

3.1.1. Điều kiện bền:

Ứng suất tiếp lớn nhất trong thanh không được vượt quá ứng suất tiếp cho phép

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau] \text{ (N/m}^2\text{)}$$

- M_z : Giá trị tuyệt đối của mômen xoắn nội lực (Nm)

- W_o : Mômen chống xoắn của mặt cắt ngang (m^3)

3.1.2. Ba bài toán cơ bản

a) Bài toán kiểm tra bền : $\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau]$

b) Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : $W_o \geq \frac{M_z}{[\tau]}$

Suy ra công thức tính đường kính thanh tròn

$$+ \text{ Với thanh tròn đặc : } d \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2[\tau]}}$$

$$+ \text{ Với thanh tròn rỗng } \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 \cdot (1 - \alpha^4)[\tau]}}$$

$$c) \text{ Bài toán tính tải trọng cho phép : } M_z \leq W_o \cdot [\tau] \text{ hay } [M_z] = W_o \cdot [\tau]$$

3.2. Điều kiện cứng và ba bài toán cơ bản:

3.2.1. Điều kiện cứng:

Góc xoắn tương đối (hay biến dạng xoắn) lớn nhất không vượt quá giới hạn cho phép

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \leq [\theta] \text{ (độ/m)}$$

Trong đó : $[\theta]$: Góc xoắn tương đối cho phép của thanh (độ/m)

G : Môđun đàn hồi của vật liệu (N/m^2)

J_o : Mômen quán tính độ cực của mặt cắt ngang thanh (m^4)

3.1.2. Ba bài toán cơ bản

$$a) \text{ Bài toán kiểm tra độ cứng : } \theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \leq [\theta]$$

$$b) \text{ Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : } J_o \geq \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot [\theta]}$$

$$+ \text{ Mặt cắt tròn đặc } \Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot G \cdot [\theta]}}$$

$$+ \text{ Mặt cắt tròn rỗng } \Rightarrow D \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot G \cdot [\theta]}}$$

$$c) \text{ Bài toán tính tải trọng cho phép: } M_z \leq G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180} \text{ hay } [M_z] = G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180}$$

*** Ví dụ:**

Một trục có đường kính không đổi $d = 5\text{cm}$, chịu lực như hình vẽ. Các ngoại lực, mômen $m_B = 3\text{KNm}$, $m_A = m_C = m_D = 1\text{KNm}$. Các đoạn $AB = BC = CD = 2\text{m}$.

a) Vẽ biểu đồ moment xoắn nội lực của trục.

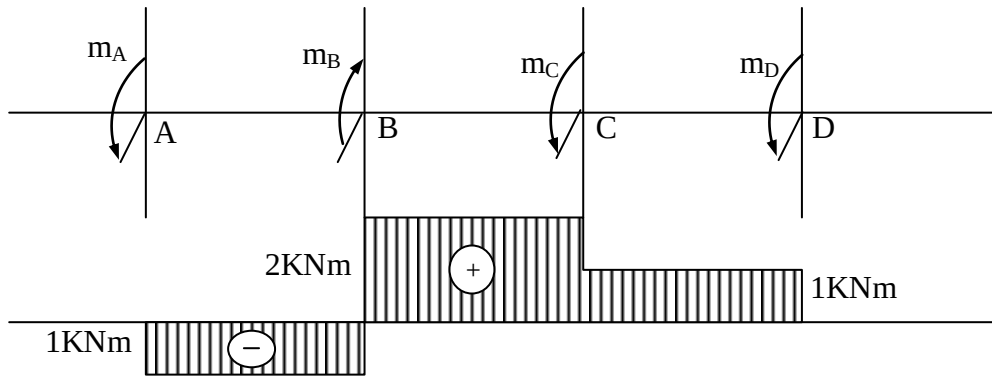
b) Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục.

c) Tính góc xoắn tương đối lớn nhất và góc xoắn tuyệt đối của toàn trục.

Biết $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$

Giải

a) Vẽ biểu đồ moment xoắn nội lực của trục:



$$M_{zAB} = -m_A = -1 \text{ kNm}$$

$$M_{zBC} = -m_A + m_B = 2 \text{ kNm}$$

$$M_{zCD} = -m_A + m_B - m_C = 1 \text{ kNm}$$

b) Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục

Mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn BC

$$\tau_{\max BC} = \frac{M_{zBC}}{W_o} = \frac{M_{zBC}}{0,2 \cdot d^3} = \frac{2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^3} = 80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

c) Tính $\theta_{\max}$:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{zBC}}{GJ_o} \frac{180}{\pi} = \frac{M_{zBC}}{G \cdot 0,1 \cdot d^4} \frac{180}{\pi} = \frac{2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4} \cdot \frac{180}{\pi} = 2,29 \text{ độ/m}$$

* Góc xoắn tuyệt đối của từng đoạn trục là:

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{zAB} \cdot l_{AB}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = \frac{-10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4} \cdot \frac{180}{\pi} = -2,29^\circ$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{zBC} \cdot l_{BC}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = 2\theta_{\max} = 4,58^\circ$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{zCD} \cdot l_{CD}}{G \cdot J_o} \frac{180}{\pi} = 2,29^\circ$$

* Góc xoắn (toàn phần) của trục bằng

$$\varphi_{AD} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = 4,58^\circ$$

Câu hỏi ôn tập :

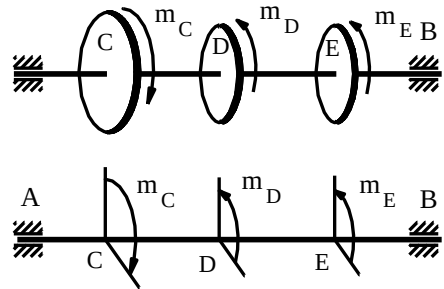
1. Thế nào là thanh tròn chịu xoắn? Cho ví dụ
2. Nội lực trong thanh chịu xoắn là gì? Trình bày cách xác định nội lực đó?
3. Nêu cách vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực?
4. Ứng suất trên mặt cắt thanh chịu xoắn là ứng suất gì? Viết và giải thích công thức tính ứng suất tại một điểm bất kỳ?

- Viết và giải thích công thức tính ứng suất lớn nhất? Nêu qui luật phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang thanh?
- Biến dạng trong xoắn là biến dạng gì? Viết và giải thích công thức tính góc xoắn tuyệt đối và tương đối?
- Khi tính toán về xoắn phải tính theo những điều kiện nào? Nêu các bài toán cơ bản tính toán về xoắn?

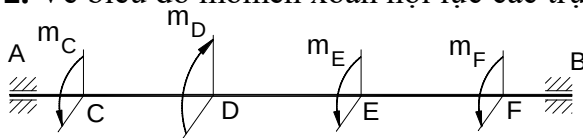
BÀI TẬP CHƯƠNG 9

- Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của thanh như hình vẽ có :

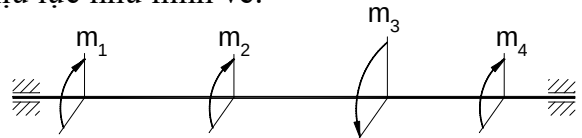
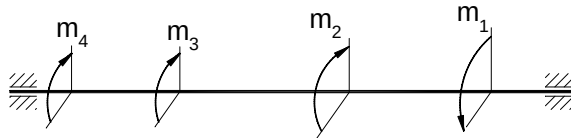
$$m_C = 3\text{KNm} ; m_D = 1\text{KNm} ; m_E = 2\text{KNm}$$



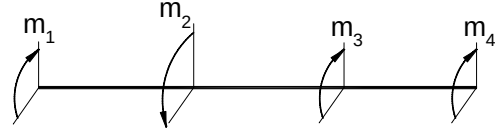
- Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực các trục chịu lực như hình vẽ:



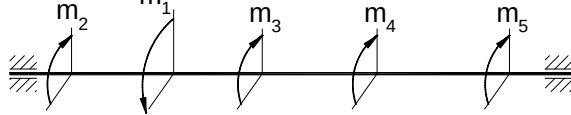
a) $m_C = 10\text{KNm}$, $m_D = 30\text{KNm}$, $m_E = 10\text{KNm}$
 $m_F = 10\text{KNm}$



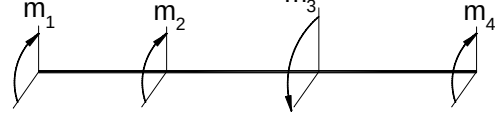
b) $m_1 = 8\text{KNm}$, $m_2 = 20\text{KNm}$, $m_3 = 40\text{KNm}$
 $m_4 = 12\text{KNm}$



c) $m_1 = 100\text{KNm}$, $m_2 = 60\text{KNm}$, $m_3 = 20\text{KNm}$
 $m_4 = 20\text{KNm}$



d) $m_1 = 20\text{KNm}$, $m_2 = 60\text{KNm}$, $m_3 = 10\text{KNm}$
 $m_4 = 30\text{KNm}$



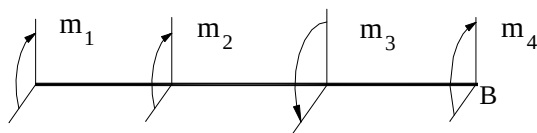
e) $m_1 = 400\text{KNm}$, $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 100\text{KNm}$

f) $m_1 = 10\text{KNm}$, $m_2 = 10\text{KNm}$, $m_3 = 50\text{KNm}$
 $m_4 = 30\text{KNm}$

- Một thanh tròn đường kính $d = 6\text{cm}$, chịu xoắn bởi mômen $m = 5000\text{Nm}$. Môđun đàn hồi khi trượt của vật liệu thanh là $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$, $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,6^\circ/\text{m}$. Kiểm tra thanh theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
- Một trục truyền quay với tốc độ $n = 200\text{v/p}$, truyền công suất $N = 300\text{KW}$; trục bằng thép có ứng suất cho phép $[\tau_c] = 40\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,3^\circ/\text{m}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$. Tính đường kính của trục.

5. Xác định đường kính của trục truyền có mômen xoắn ngoại lực $m = 300\text{Nm}$; biết $[\tau] = 25\text{MN/m}^2$.
6. Một trục truyền đường kính $d = 10\text{cm}$, quay với vận tốc $n = 300\text{v/p}$, công suất $N = 330\text{KW}$, trục bằng thép có $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$. Kiểm tra trục theo điều kiện bền.
7. Một trục rỗng quay với tốc độ $n = 100\text{v/p}$, truyền công suất $N = 5882\text{KW}$; trục bằng thép có ứng suất cho phép $[\tau_c] = 30\text{MN/m}^2$. Theo điều kiện bền, tính các đường kính của mặt cắt ngang trục, biết tỷ số $\alpha = d/D = 0,6$.
8. Một trục truyền $d = 20\text{cm}$, trục bằng thép có $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$.
 - a. Tính mômen xoắn cho phép của trục.
 - b. Tính công suất truyền cho phép, biết tốc độ quay của trục $n = 100\text{v/p}$.
9. Một trục truyền có đường kính $d = 10\text{cm}$, trục bằng thép có $[\tau] = 40\text{MN/m}^2$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$, $[\theta] = 0,3^\circ/\text{m}$. Tính mômen xoắn ngoại lực cho phép của trục.
10. Một trục bằng thép chịu mômen xoắn nội lực $M_z = 5000\text{Nm}$. Trục rỗng có $\alpha = d/D = 0,7$, biết $[\tau] = 60\text{MN/m}^2$.
 - a. Tính các đường kính của mặt cắt ngang trục.
 - b. Nếu làm trục tròn đặc thì đường kính mặt cắt ngang bằng bao nhiêu? So sánh?
11. Đường kính hai trục sẽ khác nhau như thế nào khi truyền động cùng công suất nhưng với vận tốc khác nhau $n_2 = 2n_1$, biết hai trục được làm bằng một loại vật liệu như nhau?

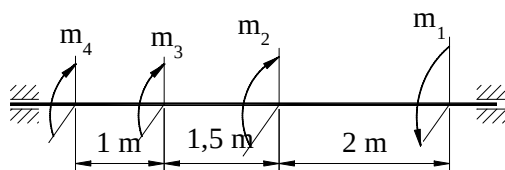
12. Trục truyền bằng thép có mặt cắt tròn không đổi trên suốt chiều dài AB. Trên trục



lắp bốn bánh răng có các mômen ngoại lực $m_1 = 0,8\text{KNm}$, $m_2 = 2\text{KNm}$, $m_3 = 4\text{KNm}$, $m_4 = 1,2\text{KNm}$.

- a. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của trục
- b. Xác định đường kính của trục theo điều kiện bền và điều kiện cứng, biết $[\tau] = 30 \text{ MN/m}^2$, $[\theta] = 7,5.10^{-3} \text{ }^\circ/\text{m}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$.

13. Trục có đường kính không đổi $d = 7,5\text{cm}$, chịu tác dụng của các mômen xoắn: $m_1 = 1 \text{ KNm}$, $m_2 = 0,6\text{KNm}$, $m_3 = m_4 = 0,2\text{KNm}$;



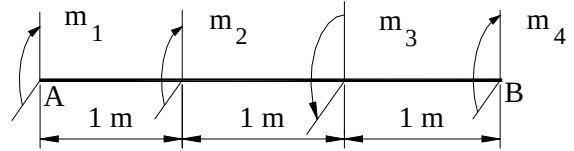
- a. Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của trục
- b. Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục
Biết $[\tau] = 90\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$.
- c. Tính góc xoắn tuyệt đối φ trên từng đoạn trục và trên toàn chiều dài của trục.

14. Một trục chịu các mômen xoắn ngoại lực;

$$m_1 = 2387\text{Nm}, m_2 = 1432\text{Nm},$$

$$m_3 = 7161\text{Nm}, m_4 = 3342\text{Nm};$$

Trục có đường kính không đổi $d = 8\text{cm}$, $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$.



a. Tính ứng suất lớn nhất của trục?

b. Tính góc xoắn tuyệt đối φ của từng đoạn trục và toàn trục?

15. Một trục bằng thép có đường kính $d = 90\text{mm}$ truyền mômen xoắn $m = 2,4\text{KNm}$, chiều dài trục giữa hai bánh truyền động là $l = 4\text{m}$. Xác định ứng suất lớn nhất phát sinh trong trục? Góc xoắn giữa hai bánh truyền động?

16. Trục thép rỗng có đường kính ngoài $D = 400\text{mm}$, đường kính trong $d = 225\text{mm}$, truyền mômen xoắn $m = 600\text{KNm}$. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất tại mặt cắt ngang trục?

17. Một trục truyền $d = 20\text{cm}$, bằng thép có $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$, $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$,

$$G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2;$$

a. Tính mômen xoắn cho phép của trục.

b. Tính công suất truyền cho phép, biết tốc độ quay của trục $n = 100\text{v/p}$.

18. Thanh tròn chịu xoắn bởi các mômen ngoại lực: $m_1 = m_2 = 1000\text{Nm}$, $m_3 = 5000\text{Nm}$, $m_4 = 3000\text{Nm}$; Thanh có đường kính $d = 6\text{cm}$, môđun đàn hồi trượt của vật liệu $G = 8.10^{10} \text{ N/m}^2$, ứng suất cho phép khi xoắn $[\tau] = 80\text{MN/m}^2$, góc xoắn tương đối cho phép $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$. Hãy kiểm tra các điều kiện bền và cứng cho thanh? (sơ đồ lực như bài 2f).