

CHƯƠNG VII: CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG CỦA VẬT RẮN

1. KHÁI NIỆM VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU VẬT CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG :

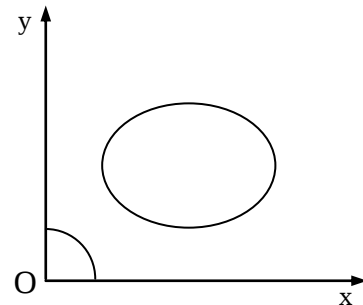
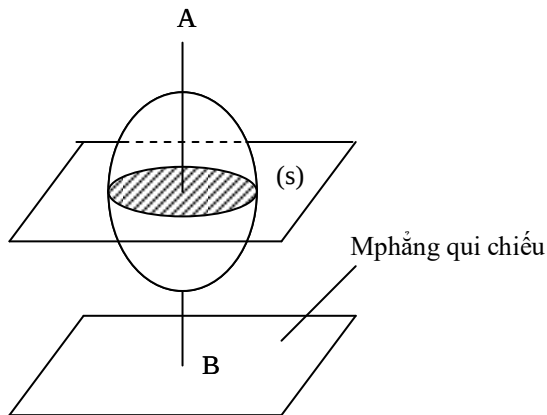
1.1. Định nghĩa:

Chuyển động song phẳng của vật rắn là chuyển động trong đó mỗi điểm thuộc vật luôn di động trong những mặt phẳng cố định song song với mặt phẳng quy chiếu.

Ví dụ: Khi xe chạy trên đường, mọi điểm trên bánh xe di chuyển trong những mặt phẳng song song với mặt phẳng thẳng đứng chứa trục đường, nên bánh xe chuyển động song phẳng.

1.2. Phương pháp nghiên cứu vật chuyển động song phẳng:

Bài toán khảo sát chuyển động song phẳng của vật rắn trong không gian được đưa về bài toán khảo sát chuyển động của một tiết diện phẳng của nó trong mặt phẳng chứa tiết diện phẳng, song song với mặt phẳng quy chiếu.



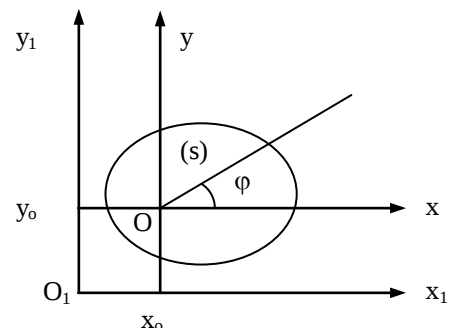
2. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỊNH TIẾN VÀ QUAY

2.1. Khảo sát chuyển động của hình phẳng

2.1.1. Phương trình chuyển động:

Xét chuyển động của hình phẳng (s) trong mặt phẳng (P). Chọn hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$. Lấy điểm O tùy ý thuộc (s) và gắn vào đó hệ trục Oxy có trục Ox và Oy luôn song song với O_1x_1 và O_1y_1 . Chuyển động của hình phẳng (s) được phân tích thành 2 chuyển động:

- Chuyển động tịnh tiến của hệ động Oxy đối với hệ qui chiếu cố định $O_1x_1y_1$ (chuyển động theo).
- Chuyển động quay quanh cực O của hình phẳng đối với hệ động Oxy (chuyển động tương đối)



Vật chuyển động song phẳng của vật rắn có thể phân tích thành 2 chuyển động: chuyển động tịnh tiến cùng với cực và chuyển động quay của vật quanh cực

Do đó, phương trình chuyển động của vật rắn chuyển động song phẳng là:

$$x_o = x_o(t) ; y_o = y_o(t) ; \varphi = \varphi(t)$$

2.1.2. Các yếu tố động học của hình phẳng:

- Chuyển động của hệ trục Oxy là chuyển động tịnh tiến cùng với cực O nên trạng thái động học được xác định là vận tốc $\vec{v}_o$ và gia tốc $\vec{a}_o$.
- Chuyển động quay của hình phẳng đối với hệ động oxy được xác định bằng vận tốc góc ω và gia tốc góc ε

* *Chú ý: Các đại lượng $\vec{v}_o$, $\vec{a}_o$ phụ thuộc vào việc chọn cực*

2.2. Khảo sát chuyển động của điểm thuộc hình phẳng

2.2.1. Phương trình chuyển động

Xét điểm M thuộc hình phẳng S nằm cách cực O một khoảng $OM = R$. Vị trí của M được xác định:

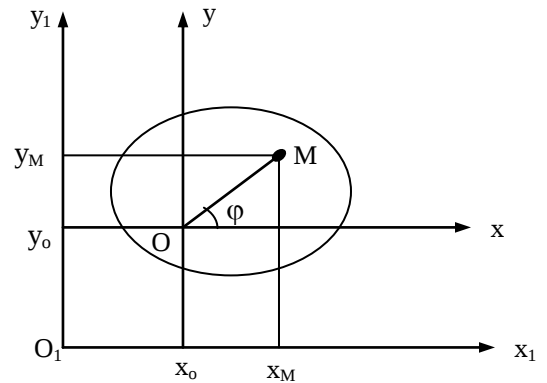
$$x_M = x_o + R \cdot \cos \varphi$$

$$y_M = y_o + R \cdot \sin \varphi$$

Vì x_o , y_o , φ luôn thay đổi theo thời gian, nên phương trình chuyển động của M là:

$$x_M(t) = x_o(t) + R \cdot \cos \varphi(t)$$

$$y_M(t) = y_o(t) + R \cdot \sin \varphi(t)$$



2.2.2. Vận tốc của điểm

- Biểu thức giải tích của vận tốc: Vận tốc của điểm M được xác định qua hình chiếu của nó trên hệ trục cố định $O_1x_1y_1$

$$v_{Mx} = \frac{dx_M}{dt} = x'_o - R \cdot \varphi' \cdot \sin \varphi = x'_o - R \cdot \omega \cdot \sin \varphi$$

$$v_{My} = \frac{dy_M}{dt} = y'_o + R \cdot \varphi' \cdot \cos \varphi = y'_o + R \cdot \omega \cdot \cos \varphi$$

- Quan hệ vận tốc giữa hai điểm thuộc hình phẳng:

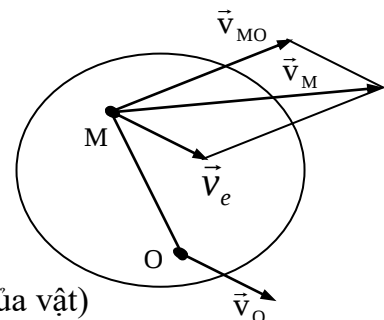
Như đã phân tích, chuyển động song phẳng của vật thực chất là tổng hợp của hai chuyển động:

- Chuyển động tịnh tiến cùng với cực O (chuyển động theo nên $\vec{v}_e = \vec{v}_o$)
- Chuyển động quanh cực O (chuyển động tương đối). Nên vận tốc của M:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{Mo}$$

Mà $\vec{v}_{Mo} \perp OM$ và $v_{Mo} = OM \cdot \omega$ (ω là vận tốc góc của vật)

Theo định lý hợp vận tốc, ta có: $\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{v}_{Mo}$



Định lý: Vận tốc của điểm thuộc hình phẳng bằng tổng hình học vận tốc của cực với vận tốc của điểm khi hình phẳng quay quanh cực.

Áp dụng cho 2 điểm A, B bất kỳ thuộc hình phẳng

Ta có: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$

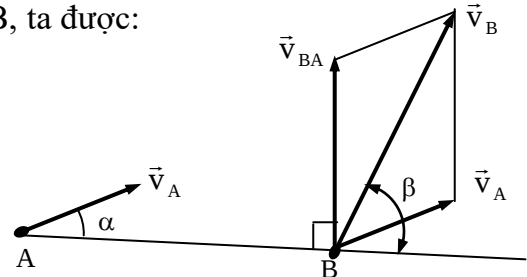
Trong đó, $\vec{v}_{BA}$ là vận tốc của điểm B do hình phẳng quay quanh cực A.

Chiếu đẳng thức vừa thiết lập lên phương AB, ta được:

$$hc_{AB} \vec{v}_B = hc_{AB} \vec{v}_A$$

$$\text{Hay } v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$$

Vậy: Hình chiếu vận tốc 2 điểm bất kỳ thuộc hình phẳng lên phương nối với hai điểm thì bằng nhau.



3. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÂM VẬN TỐC TỨC THỜI

3.1. Định Nghĩa tâm vận tốc tức thời:

Tại thời điểm khảo sát, tồn tại điểm P thuộc hình phẳng có vận tốc bằng không thì điểm đó gọi là tâm vận tốc tức thời.

Tại mỗi thời điểm nếu $\omega \neq 0$, có một điểm duy nhất thuộc hình phẳng s có vận tốc bằng không (tồn tại duy nhất một tâm vận tốc tức thời).

3.2. Sự phân bố vận tốc các điểm thuộc hình phẳng:

Ta xét sự phân bố vận tốc của điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng. Có 2 khả năng có thể xảy ra:

- Trường hợp $\omega \neq 0$:

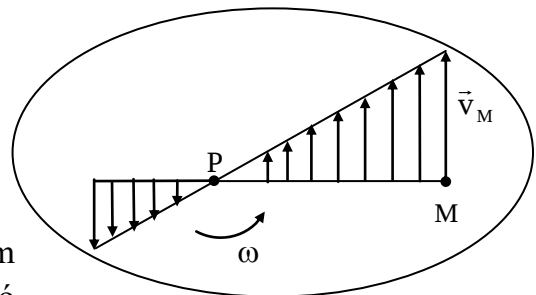
Lấy tâm vận tốc tức thời P làm cực, khi đó:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP}$$

$$\text{Hay } \vec{v}_M = \vec{v}_{MP} \quad (\text{vì } \vec{v}_P = 0)$$

$$\text{Với } \vec{v}_M \perp MP \text{ và } v_M = MP \cdot \omega$$

Vậy, tại mỗi thời điểm, vận tốc các điểm thuộc hình phẳng phân bố giống như khi nó đang quay quanh tâm vận tốc tức thời P với vận tốc góc ω



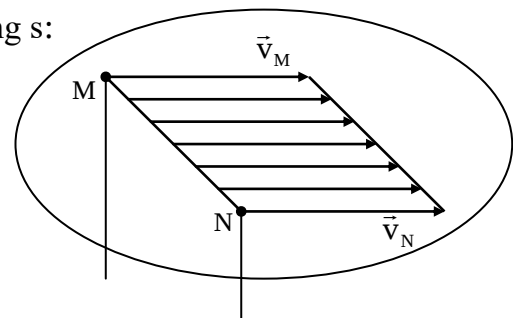
- Trường hợp $\omega = 0$ (không tồn tại tâm vận tốc tức thời)

Xét vận tốc 2 điểm M, N bất kỳ của hình phẳng s:

$$\text{Ta có: } \vec{v}_M = \vec{v}_N + \vec{v}_{MN}$$

$$\text{Do đó: } v_{MN} = MN \cdot \omega = 0 \text{ nên } \vec{v}_M = \vec{v}_N$$

Vậy khi $\omega = 0$ thì vận tốc các điểm thuộc hình phẳng đều bằng nhau (hình phẳng chuyển động tịnh tiến tức thời)

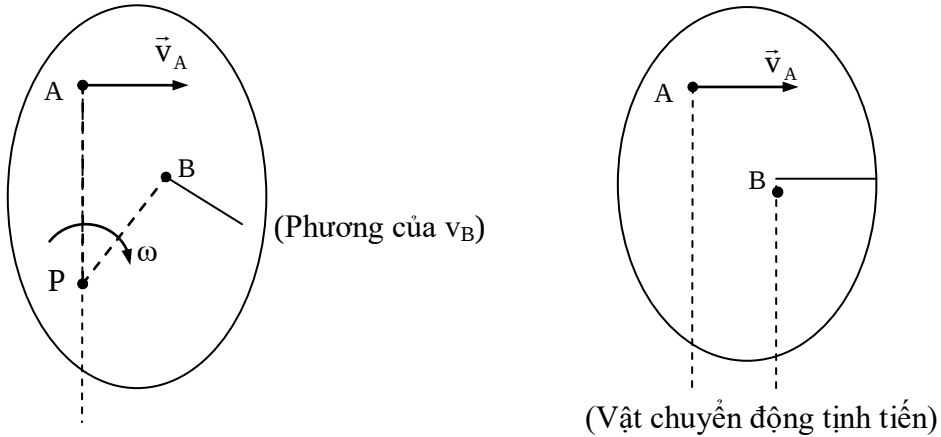


3.3. Một số quy tắc xác định tâm vận tốc tức thời:

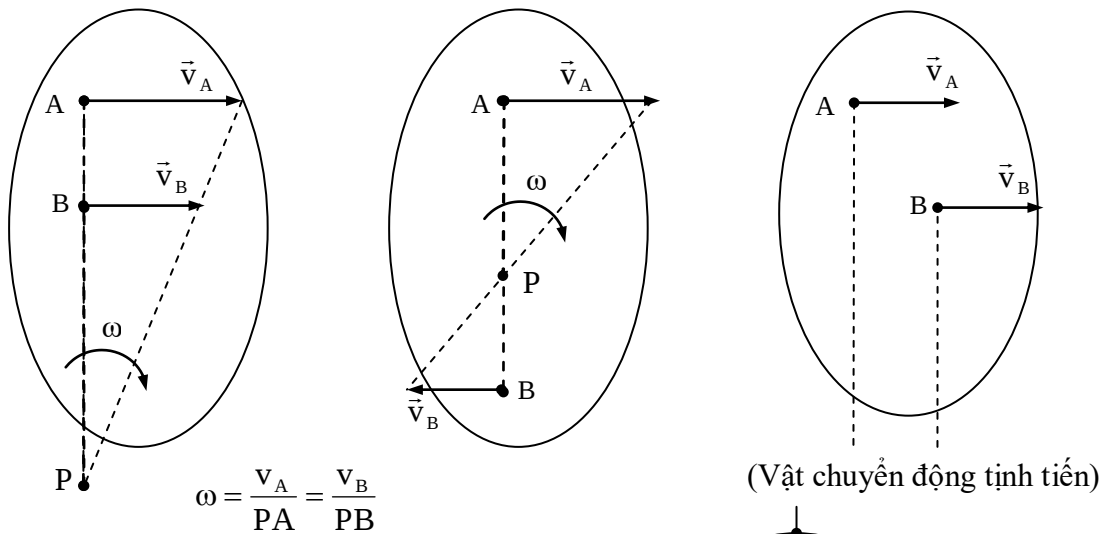
- Biết vận tốc điểm A và phương vận tốc điểm B:

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}$$

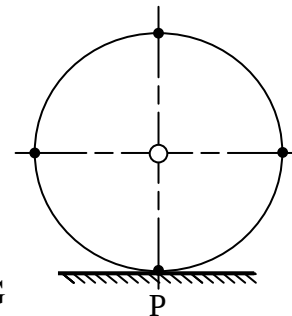
$$v_B = \frac{v_A \cdot PB}{PA}$$



- Biết vận tốc 2 điểm A và B có phương // nhau và $\perp AB$:



- Vật lăn không trượt trên mặt phẳng cố định:
Tiếp điểm là tâm vận tốc tức thời



4. GIA TỐC CỦA ĐIỂM THUỘC HÌNH PHẪNG

4.1. Biểu thức giải tích:

$$a_{Mx} = \frac{d^2 x_M}{dt^2} = x_o'' - R \cdot \varepsilon \cdot \sin \varphi - R \omega^2 \cos \varphi$$

$$a_{My} = \frac{d^2 y_M}{dt^2} = y_o'' + R \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi - R \omega^2 \sin \varphi$$

4.2. Quan hệ gia tốc giữa hai điểm:

Định lý: Gia tốc của điểm M thuộc hình phẳng bằng tổng hình học của gia tốc cực O và gia tốc của điểm M trong chuyển động tròn quanh O.

$$\vec{a}_M = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO} = \vec{a}_O + \vec{a}_{MO}^{\tau} + \vec{a}_{MO}^n$$

Trong đó:

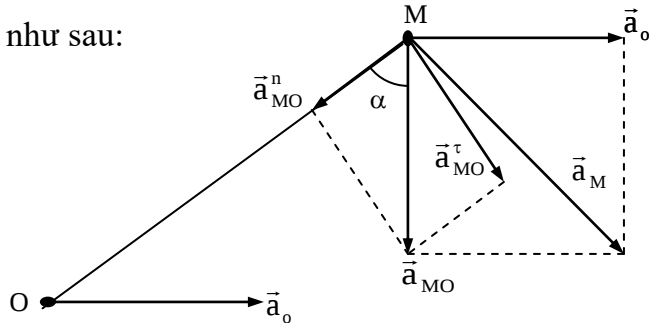
$\vec{a}_{MO}^{\tau}$ và $\vec{a}_{MO}^n$ được tính như sau:

$$\vec{a}_{MO}^{\tau} = MO \cdot \varepsilon$$

$$\vec{a}_{MO}^n = MO \cdot \omega^2$$

$$a = MO\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\vec{a}_{MO}^{\tau}}{\vec{a}_{MO}^n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$



4.3. Tâm gia tốc tức thời:

Điểm Q thuộc vật có gia tốc bằng không ở thời điểm khảo sát được gọi là tâm gia tốc tức thời. Tại thời điểm vận tốc góc và gia tốc góc của hình phẳng không đồng thời bằng không thì tồn tại duy nhất một tâm gia tốc.

* **Ví dụ:** Một bánh xe có bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên một đường thẳng cố định. Tính vận tốc và gia tốc của điểm M_2 . Biết tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1\text{m/s}$, $a_0 = 1,5\text{m/s}^2$

Giải

Vì bánh xe lăn không trượt nên M_1 là tâm vận tốc tức thời: $v_{M_1} = 0$

$$\text{Ta có: } v_0 = M_1O \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{v_0}{M_1O} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ rad/s}$$

$$\text{Tương tự: } v_{M_2} = M_1M_2 \cdot \omega = R \cdot \sqrt{2} \cdot \omega = 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot 2$$

$$v_{M_2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

Gia tốc của điểm M_2 :

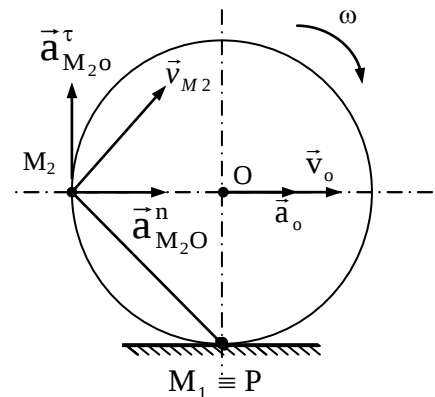
$$\text{Ta có: } \vec{a}_{M_2} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{M_2O}^{\tau} + \vec{a}_{M_2O}^n$$

$$\vec{a}_{M_2O}^{\tau} = M_2O \cdot \varepsilon = R \cdot \varepsilon = a_0 = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{M_2O}^n = R \cdot \omega^2 = 0,5 \cdot 2^2 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vậy: } a_{M_2} = \sqrt{(a_0 + a_{M_2O}^n)^2 + (a_{M_2O}^{\tau})^2}$$

$$a_{M_2} = \sqrt{(1,5 + 2)^2 + (1,5)^2} \approx 1,8 \text{ m/s}^2$$



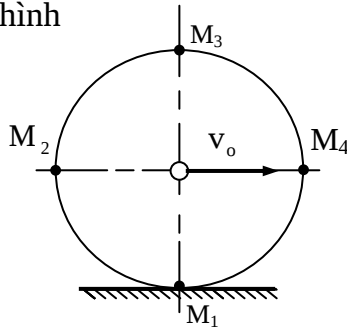
CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Thế nào là chuyển động song phẳng của vật rắn? Cho ví dụ.
2. Hãy lấy ví dụ chứng tỏ rằng luôn luôn có thể phân tích chuyển động song phẳng thành chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

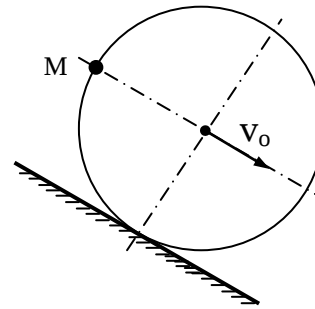
3. Tâm vận tốc tức thời là gì? Trình bày cách xác định tâm vận tốc tức thời?
4. Tâm gia tốc tức thời là gì?
5. Viết biểu thức xác định vận tốc gia tốc giữa 2 điểm thuộc hình phẳng chuyển động song phẳng.

BÀI TẬP CHƯƠNG VII

- 1) Một bánh xe có bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên đường ray thẳng. Vận tốc của trục là $v_0 = 10\text{ m/s}$. Xác định vận tốc tuyệt đối của các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 trên hình



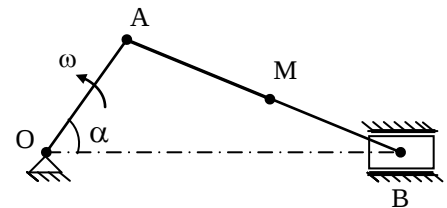
Hình câu 1



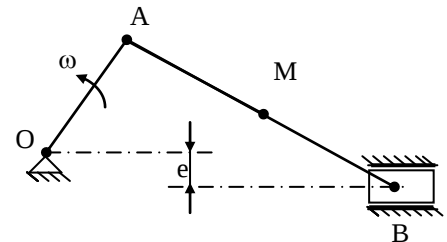
Hình câu 2

- 2) Bánh xe lăn không trượt trên đoạn nằm nghiêng. Tại thời điểm khảo sát, tâm bánh xe có vận tốc $v_0 = 1\text{ m/s}$ và gia tốc $a_0 = 3\text{ m/s}^2$. Bán kính bánh xe $R = 0,5\text{ m}$. Tìm vận tốc và gia tốc điểm M .

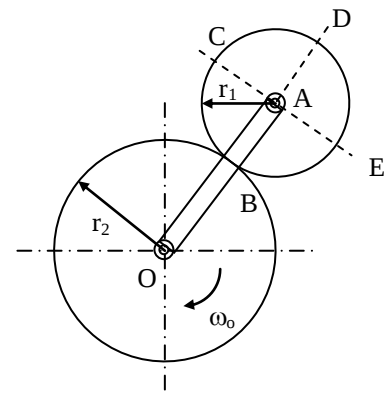
- 3) Cơ cấu tay quay con trượt có tay quay OA quanh trục O với vận tốc $n = 180$ vòng/phút.. Xác định vận tốc góc thanh truyền AB , vận tốc điểm giữa M tại thời điểm $\alpha = 0^\circ$ và $\alpha = 90^\circ$. biết $OA = 0,4\text{ m}$, $AB = 2\text{m}$



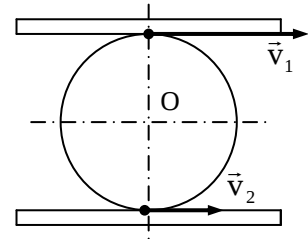
- 4) Cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm có tay quay OA quay đều quanh O với vận tốc góc $\omega = 1,5\text{ rad/s}$. Hãy xác định vận tốc con trượt B ứng với hai vị trí nằm ngang và hai vị trí thẳng đứng của tay quay OA . Biết $OA = 40\text{cm}$, $AB = 200\text{cm}$, và $e = 20\text{cm}$.



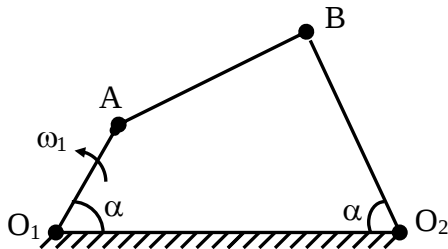
- 5) Tay quay OA quay đều với vận tốc góc $\omega_0 = 2,5\text{ rad/s}$ quanh trục O của bánh khía cố định. Tay quay OA truyền chuyển động cho bánh khía động lắp ở đầu A Cho $r_1 = 5\text{ cm}$, $r_2 = 15\text{ cm}$. Xác định trị số và hướng vận tốc các điểm A, B, C, D, E của bánh động nếu $CE \perp BD$



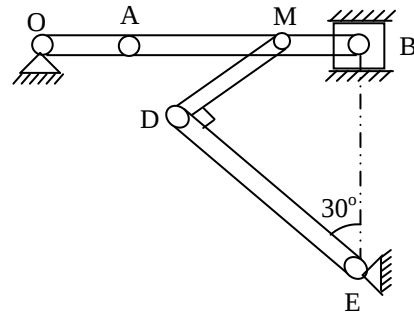
- 6) Hai thước song song cùng chuyển động về một phía với các vận tốc không đổi $v_1 = 6 \text{ m/s}$ và $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Giữa các thước, người ta đặt đĩa tròn bán kính $r = 0,5 \text{ m}$, đĩa lăn không trượt theo các thước. Tìm vận tốc góc và vận tốc của tâm đĩa.



- 7) Cho cơ cấu bốn khâu bản lề có tay quay O_1A quay đều với vận tốc góc $\omega_1 = 6 \text{ rad/s}$. Xác định vận tốc góc của thanh truyền AB ở thời điểm mà các thanh O_1A và O_2B làm với O_1O_2 những góc bằng nhau $\alpha = 60^\circ$. Biết chiều dài $O_1A = 10\text{cm}$, $O_1O_2 = 50\text{cm}$, $O_2B = 30\text{cm}$
- 8) Cơ cấu tay quay nối khớp tại điểm giữa M của thanh biên AB với thanh MD , thanh MD nối với thanh DE , thanh này có thể quay quanh trục E . Biết tay quay OA quay quanh O với vận tốc $\omega_0 = 8 \text{ rad/s}$, $OA = 25\text{cm}$, $DE = 100\text{cm}$, $MDE = 90^\circ$ và $BED = 30^\circ$. Xác định vận tốc góc của thanh DE .



Hình câu 7



Hình câu 8