

CHƯƠNG VII**THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP****1. Uốn xiên:****1.1. Định nghĩa:**

Cũng như uốn ngang phẳng, ta chỉ xét những thanh thẳng, mặt cắt ngang có hai trục đối xứng vuông góc (mặt cắt ngang hình chữ nhật). Khi thanh chịu tải trọng vuông góc với trục thanh nhưng không nằm trong mặt phẳng đối xứng của thanh thì thanh bị uốn xiên.

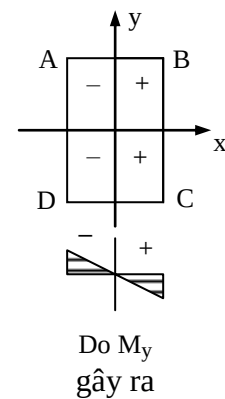
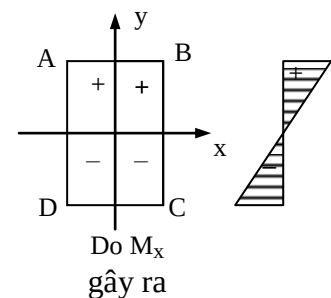
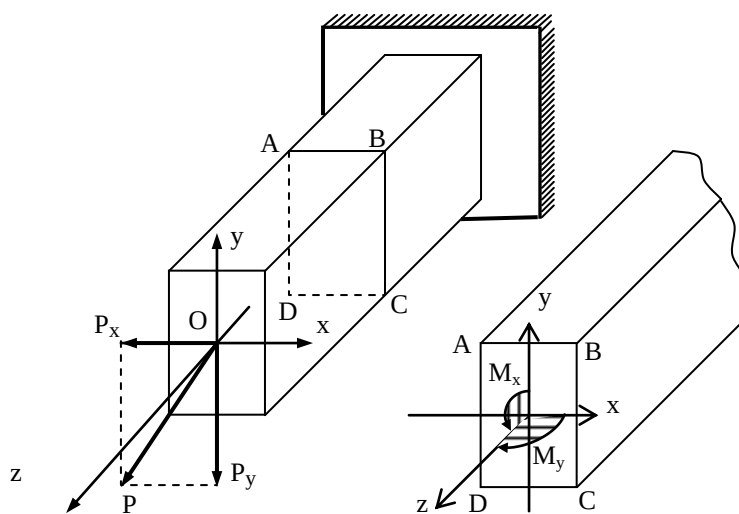
Ví dụ: các khung dầm cầu, nhà . . .

Xét thanh chịu uốn như hình vẽ

Nếu lực uốn P phân thành P_x và P_y thì

+ P_x gây ra mômen uốn M_y : Uốn quanh trục y

+ P_y gây ra mômen uốn M_x : Uốn quanh trục x



Như vậy: Trong thanh chịu uốn xiên, tại mỗi mặt cắt ngang thanh, nội lực thu gọn gồm, hai mô men uốn M_x và M_y nằm trong mặt phẳng đối xứng của thanh (bỏ qua lực cắt)

1.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Gọi σ' là ứng suất do M_x gây ra, ta có: $\sigma'_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$

σ'' là ứng suất do M_y gây ra, ta có: $\sigma''_{\max} = \frac{M_y}{W_y}$

M_x và M_y : trị số tuyệt đối của những mômen uốn tại mặt cắt đang xét

W_x và W_y : mô men chống uốn của mặt cắt đối với trục x và trục y

Nếu đồng thời tác dụng hai mômen uốn M_x và M_y thì theo nguyên lý cộng tác dụng.

$$\sigma_{\max} = \sigma'_{\max} + \sigma''_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

(vì σ' và σ'' đều là ứng suất pháp và cùng vuông góc với mặt cắt)

Ta nhận thấy, nếu mặt cắt ngang là hình chữ nhật, chữ I... thì ứng suất phát sinh lớn nhất là tại hai trong bốn điểm góc (điểm B,D). Vì chúng đều lớn nên ứng suất tổng hợp có trị tuyệt đối lớn nhất so với mọi điểm khác trên mặt cắt.

1.3. Điều kiện bền.

Nếu thanh làm bằng vật liệu dẻo có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = \sigma$ thì điều kiện bền là :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$$

- Trị số M_x và M_y phải chọn tại mặt cắt ngang nguy hiểm, với thanh có mặt cắt ngang không đối thì mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có M_x và M_y đều lớn.
- Nếu thanh làm bằng vật liệu giòn.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma_k]$$

Từ điều kiện bền ta suy ra ba bài toán cơ bản

- Bài toán kiểm tra bền
- Bài toán tìm tải trọng cho phép: Gọi $[P_i]$ tải trọng suy rộng cho phép (tải trọng tập trung, tải trọng phân bố, mômen tập trung hay mô men phân bố) thì tại mặt cắt nguy hiểm, ta có: $M_x = k_1 [P_i]$, $M_y = k_2 [P_i]$

k_1, k_2 là các hằng số. Từ điều kiện bền ta suy ra:

$$\frac{k_1 [P_i]}{W_x} + \frac{k_2 [P_i]}{W_y} \leq [\sigma]$$

$$\text{hay } [P_i] \leq \frac{[\sigma]}{\frac{k_1}{W_x} + \frac{k_2}{W_y}}$$

- Chọn kích thước mặt cắt ngang, ta phải chọn trước tỉ số : $\frac{W_x}{W_y} = C$

$$\Rightarrow W_x = \frac{M_x + C \cdot M_y}{[\sigma]}$$

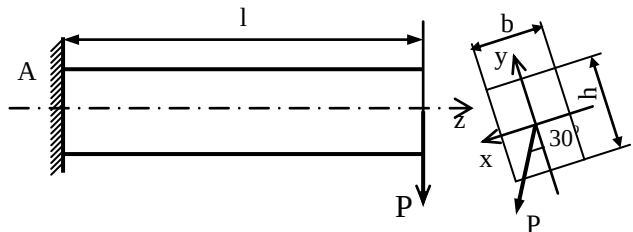
- Đối với hình chữ nhật có chiều cao h và bề rộng b thì $c = h/b$
- Đối với mặt cắt hình chữ I thì có thể lấy $c = 8$
- Đối với mặt cắt hình chữ U thì có thể lấy $c = 6$
- *Chú ý: Với thanh có mặt cắt ngang tròn thì không có uốn xiên vì mặt phẳng nào chứa trục thanh cũng là đối xứng.*

* **Ví dụ:** Một dầm chịu lực $P = 12\text{KN}$ hợp với trục y một góc 30° (hình vẽ). Dầm có chiều dài $l = 1\text{m}$, mặt cắt ngang dầm hình chữ nhật có các cạnh $h = 12\text{cm}$, $b = 7,2\text{cm}$. Biết $[\sigma] = 120\text{MN/m}^2$. Hãy kiểm tra bền của dầm.

Giải

Đây là dầm chịu uốn xiên.

Phân lực P làm hai thành phần, ta có:



$$P_x = P \sin \alpha = 12.0,5 = 6 \text{ KN}$$

$$P_y = P \cos \alpha = 12.0,866 = 10,4 \text{ KN}$$

Theo kết cấu, môment uốn lớn nhất là tại mặt cắt ngàm A.

$$M_{xA} = P_y \cdot l = 10,4 \cdot 1 = 10,4 \text{ KNm}$$

$$M_{yA} = P_x \cdot l = 6 \cdot 1 = 6 \text{ KNm}$$

Môment chống uốn của mặt cắt ngang hình chữ nhật:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{7,2 \cdot 10^{-2} (12 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 17,28 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(7,2 \cdot 10^{-2})^2 12 \cdot 10^{-2}}{6} = 10,368 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Dầm bằng vật liệu dẻo nên ứng suất lớn nhất tại mặt cắt ngàm

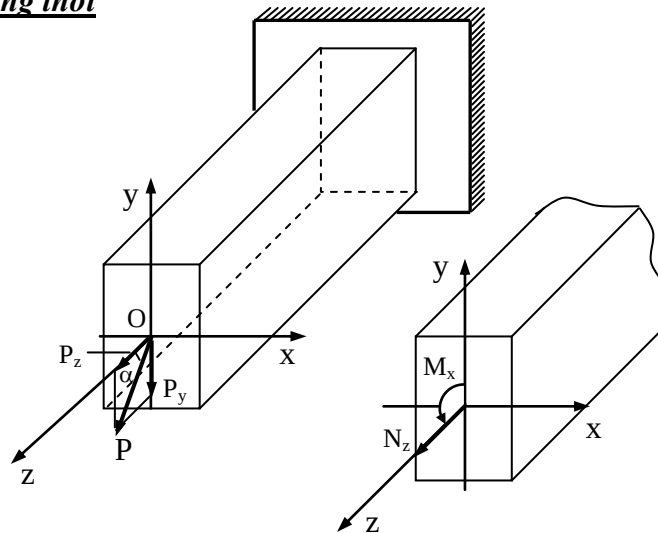
$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{10,4 \cdot 10^3}{17,28 \cdot 10^{-3}} + \frac{6 \cdot 10^3}{10,368 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 118,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 < [\sigma] = 120 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

Kết luận : Dầm đảm bảo độ bền

2. Uốn – Kéo (nén) đồng thời

2.1. Định nghĩa:



Xét trường hợp đơn giản, tác dụng vào thanh một lực P trùng với mặt phẳng đối xứng của thanh và nghiêng với trục thanh một góc α . Lực P được phân thành hai thành phần:

$P_y = P \sin \alpha$: tác dụng vuông góc với trục thanh làm thanh bị uốn ngang phẳng

$P_z = P \cos \alpha$: tác dụng dọc theo trục thanh làm thanh bị kéo (nén) đúng tâm

⇒ Khi thanh chịu tác dụng đồng thời của hai loại lực : lực gây ra uốn phẳng và lực gây ra kéo (nén) đúng tâm, ta nói thanh chịu uốn đồng thời kéo (nén)

• Định nghĩa

Trong thanh chịu uốn đồng thời kéo (nén) tại mọi mặt cắt ngang của thanh, nội lực gồm một lực dọc N_z và một mô men uốn M_x .

2.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang

– Ứng suất do lực dọc gây ra:

$$\sigma' = \pm \frac{N_z}{F}$$

- Ứng suất do mômen uốn gây ra tại một điểm bất kỳ:

$$\sigma'' = \pm \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\text{Ta có : } \sigma = \sigma' + \sigma'' = \pm \frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\text{Như vậy : + Khi uốn kéo: } \sigma_{\max}^{\min} = \frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}$$

$$+ \text{ Khi uốn - nén: } \sigma_{\max}^{\min} = -\frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}$$

2.3. Điều kiện bền

- a. Thanh chịu uốn - kéo đồng thời với cả vật liệu dẻo và dòn luôn có $[\sigma_k] \leq [\sigma_n]$

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

- b. Thanh chịu uốn - nén đồng thời

- + Với vật liệu dẻo có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = \sigma$

$$|\sigma_{\max}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

- + Với vật liệu dòn có $[\sigma_k] < [\sigma_n]$

$$\sigma_{\max} = -\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

$$|\sigma_{\min}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_n]$$

• N_z và M_x là giá trị tuyệt đối của nội lực ở mặt cắt nguy hiểm. Đối với thanh có mặt cắt ngang không đổi, mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt ngang có N_z và M_x đều cùng lớn.

Từ điều kiện bền, ta có ba bài toán cơ bản khi tính toán về thanh chịu uốn, đồng thời kéo (nén). Riêng bài toán về chọn kích thước mặt cắt ngang, vì có cả F và W_x đều chưa biết, do đó phải giải bằng phương pháp đúng đắn.

* **Ví dụ :**

Thanh thép AB chịu lực $P = 20\text{KN}$ như hình vẽ. Mặt cắt ngang của thanh hình chữ nhật có tỷ số giữa cạnh đứng và cạnh nằm $\frac{h}{b} = 2,5$, $[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$. Tính kích thước mặt cắt ngang.

Giải:

- Phân lực P làm hai thành phần.

$$P_1 = P \cos 60^\circ = 20,0,5 = 10 \text{ KN gây nén đoạn AC}$$

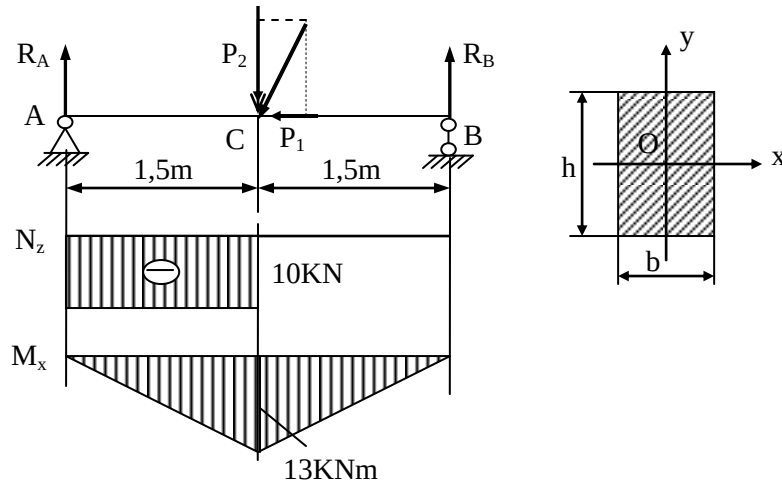
$$P_2 = P \sin 60^\circ = 20,0,866 = 17,32 \text{ KN gây uốn thanh}$$

- Biểu đồ nội lực N_z và M_x như hình vẽ

- Mặt cắt ngang tại C là nguy hiểm nhất vì có N_z và M_x đều lớn nhất

$$N_{z\max} = 10 \text{ KN}$$

$$M_{x\max} = \frac{P}{2} \cdot AC = \frac{17,32}{2} \cdot 1,5 = 13 \text{ KNm}$$



- Thanh bằng vật liệu dẻo, chịu uốn nén do đó dùng điều kiện bền để tính
- + Trước hết bỏ qua ảnh hưởng của nén, tính mô men chống uốn W_x của mặt cắt ngang

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{13 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 86,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

- + Mặt cắt ngang là hình chữ nhật có $w_x = \frac{bh^2}{6}$

$$\Rightarrow W_x = \frac{b(2,5b)^2}{6} = 1,04 b^3$$

- + Ta có : $1,04 b^3 \geq 86,66 \cdot 10^{-6}$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{86,66 \cdot 10^{-6}}{1,04}} = 0,0435 \text{ m}$$

- + Chọn $b = 0,05$ (chọn lớn hơn)

$$\Rightarrow h = 2,5 b = 2,5 \cdot 0,05 = 0,125 \text{ m}$$

- Kiểm tra độ bền uốn nén với mặt cắt vừa chọn

$$|\sigma_{\min}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,05 \cdot 0,125} + \frac{13 \cdot 10^3}{\frac{0,05 \cdot (0,125)^2}{6}}$$

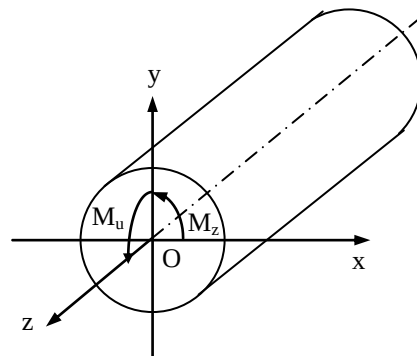
$$|\sigma_{\min}| = 101,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 < [\sigma] = 150 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

- Thanh đảm bảo độ bền
- Vậy chọn kích thước $b = 0,05 \text{ m}$
 $h = 0,125 \text{ m}$

3. Uốn – Xoắn đồng thời:

3.1. Định nghĩa:

Một thanh gọi là uốn - xoắn đồng thời khi trên mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần nội lực là mô men xoắn và mô men uốn (khi kể đến ảnh hưởng của lực cắt Q do uốn thì có thêm thành phần lực cắt)



Ví dụ : Trục của bộ truyền bánh răng, bánh đai. Ở đây ta chỉ xét các thanh có mặt cắt ngang tròn.

3.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

a) Ứng suất pháp: do mômen uốn M_u gây ra có phương song song với trục z và có giá trị lớn nhất là $\sigma_{\max} = \frac{M_u}{W_u}$ trong đó $W_u = W_x = W_y = 0,1d^3$

b) Ứng suất tiếp: do mômen xoắn M_z gây ra nằm trong mặt cắt vuông góc với trục thanh

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \text{ trong đó } W_o = 0,2d^3 = 2W_u$$

* Như vậy : tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt của thanh vừa chịu uốn và xoắn sẽ phát sinh đồng thời hai ứng suất pháp và tiếp (bỏ qua ứng suất tiếp do lực cắt $\vec{Q}_y$ gây ra khi uốn). Theo thuyết bền về ứng suất tiếp lớn nhất

$$\sigma_{\text{tương đương}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4\tau_{\max}^2} \quad (\text{vì } \sigma \text{ và } \tau \text{ vuông góc với nhau})$$

3.3. Điều kiện bền:

$$\sigma_{td} \leq \frac{M_{td}}{W_x} \leq [\sigma]$$

M_{td} : mô men tương đương

$$M_{td} = \sqrt{M_u^2 + M_z^2}$$

M_u : mô men uốn nội lực (Nm)

M_z : mô men xoắn nội lực (Nm)

W_x : mô men chống uốn (m^3)

Từ điều kiện bền ta cũng có ba bài toán cơ bản về uốn - xoắn đồng thời

Câu hỏi ôn tập :

1. Thế nào là thanh chịu uốn xiên ? Cho ví dụ.
2. Viết và giải thích công thức tính ứng suất trong uốn xiên?
3. Nêu công thức điều kiện bền và ba bài toán cơ bản trong thanh chịu uốn xiên?
4. Thế nào là thanh chịu uốn đồng thời kéo (nén) ? Cho ví dụ?
5. Khi nào thì thanh chịu uốn – xoắn đồng thời? Tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt của nó có những ứng suất gì?
6. Viết công thức tính ứng suất tại điểm nguy hiểm nhất của mặt cắt tròn chịu uốn – xoắn đồng thời?
7. Viết công thức điều kiện bền cho một trục có mặt cắt ngang tròn chịu uốn- xoắn đồng thời?