

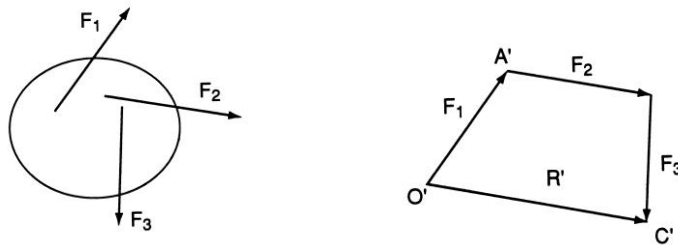
CHƯƠNG 2: HỆ LỰC PHẪNG**1. VÉC TƠ CHÍNH VÀ MÔMEN CHÍNH CỦA HỆ LỰC PHẪNG****1.1. Véc tơ chính của hệ lực phẳng****1.1.1. Định nghĩa**

Cho hệ lực phẳng $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$. Véc tơ chính của hệ lực, ký hiệu $\vec{R}'$ là véc tơ tổng của các véc tơ lực của hệ lực.

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

1.1.2. Xác định véc tơ chính của hệ lực phẳng

* Có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác lực. Trong trường hợp này, đa giác lực là đa giác phẳng



* Cũng có thể xác định véc tơ chính qua các hình chiếu của nó trên các trục tọa độ vuông góc. Trong trường hợp này, chỉ cần xác định hai hình chiếu của nó trên hai trục vuông góc nhau.

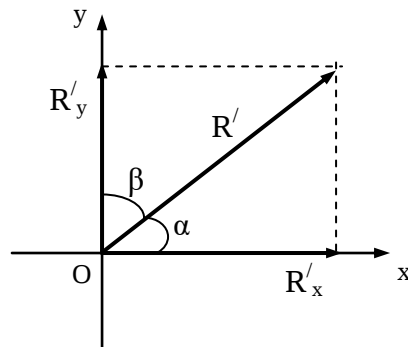
$$R'_x = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{2x} + \dots + \bar{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix}$$

$$R'_y = \bar{F}_{1y} + \bar{F}_{2y} + \dots + \bar{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy}$$

Trị số và phương chiều của véc tơ chính được xác định theo công thức:

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y}, \quad \cos\alpha = \frac{R'_x}{R'}, \quad \cos\beta = \frac{R'_y}{R'}$$

(α, β là góc hợp bởi $\vec{R}'$ và các trục ox, oy)



1.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

1.2.1. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của một lực đối với điểm O, ký hiệu $\bar{m}_O(\vec{F})$ là một đại lượng đại số.

$$\bar{m}_O(\vec{F}) = \pm Fd \text{ (Nm)}$$

Trong đó: - F là trị số của lực

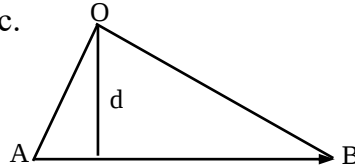
- d là khoảng cách vuông góc từ O đến đường tác dụng của lực.

Qui ước: $\bar{m}_O(\vec{F}) > 0$ khi lực có chiều quay quanh O ngược chiều kim đồng hồ

$\bar{m}_O(\vec{F}) < 0$ trong trường hợp ngược lại.

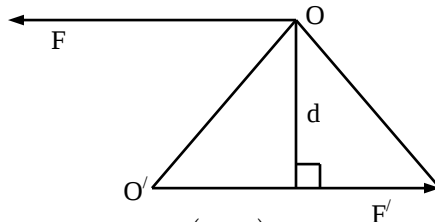
Chú ý: Mômen của lực đối với điểm bằng 0 khi lực đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$).

Về trị số, mômen của lực đối với điểm bằng hai lần diện tích tam giác có đỉnh là điểm lấy mômen, có đáy là véc tơ lực.



$$|\bar{m}_O(\vec{F})| = 2 \text{ dt } \Delta OAB$$

Mômen của ngẫu lực bằng mômen của một lực thành phần đối với điểm nằm trên đường tác dụng của lực thành phần kia.

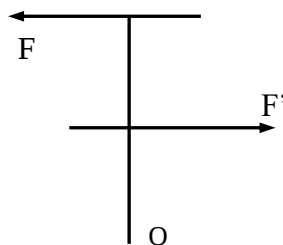


$$\bar{m} = Fd = m_{O'}(\vec{F}) = m_O(\vec{F}')$$

(O nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}$ & O' nằm trên đường tác dụng của $\vec{F}'$)

Mômen của ngẫu lực $(\vec{F}, \vec{F}')$ đối với một điểm O bất kỳ (tức tổng mô men của lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đối với O) chính bằng mômen của ngẫu lực.

$$\bar{m} = \bar{m}_O(\vec{F}) + \bar{m}_O(\vec{F}')$$



1.2.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

Mômen chính của hệ lực phẳng đối với điểm O là đại lượng đại số, ký hiệu $\bar{m}^O$ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với điểm O.

$$\bar{m}^O = \bar{m}_O(\vec{F}_1) + \bar{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \bar{m}_O(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_O(\vec{F}_i)$$

Nhận xét:

- Véc tơ chính tự do, còn mô men chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen, nghĩa là mômen chính đối với hai điểm khác nhau sẽ khác nhau.

$$\vec{m}^0 = \vec{m}^{0'} + \vec{m}_{O'}(\vec{R}'_0)$$

Trong đó: $\vec{m}^0$ và $\vec{m}^{0'}$ là mômen chính của hệ lực đối với điểm O và O' tương ứng

$\vec{m}_{O'}(\vec{R}'_0)$ là mômen đối với điểm O' của véc tơ chính đặt tại điểm O.

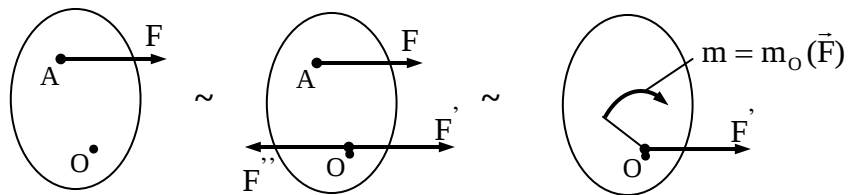
- Đối với hệ lực đồng quy thì mômen chính của hệ lực đối với điểm đồng quy bằng 0.
- Đối với hệ ngẫu lực thì véc tơ chính của hệ ngẫu lực luôn bằng 0, còn mômen chính của hệ ngẫu lực đối với điểm bất kỳ O nào cũng bằng mômen của ngẫu lực tổng cộng (tức là bằng tổng mômen của các ngẫu lực thành phần của hệ ngẫu lực).

2. THU GỌN HỆ LỰC PHẪNG

2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}'$ đặt tại O và một ngẫu lực có mômen bằng mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \sim [\vec{F}' \text{ \& } \vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F})]$$



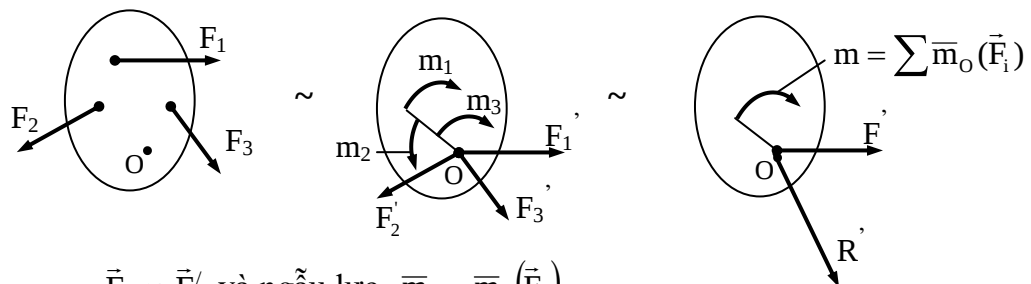
Chứng minh : Đặt tại O hai lực cân bằng $(\vec{F}', \vec{F}'')$ có cùng trị số với lực $\vec{F}$.

Theo tiên đề 2, ta có $\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim [\vec{F}' \text{ và } (\vec{F}, \vec{F}'')]$

$(\vec{F}, \vec{F}'')$ là một ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F})$

2.2. Thu gọn hệ ngẫu lực phẳng về một tâm

Lấy một điểm O trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực gọi là tâm thu gọn. Áp dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O.



$$\vec{F}_1 \sim \vec{F}'_1 \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_1 = \vec{m}_O(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \sim \vec{F}'_2 \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_2 = \vec{m}_O(\vec{F}_2)$$

.....

$$\vec{F}_n \sim \vec{F}'_n \text{ và ngẫu lực } \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_n)$$

Như vậy: Thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ về tâm O, ta được hệ lực $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n)$ đồng qui tại O và hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$

* Hệ lực đồng qui đó có hợp lực đi qua O, được biểu diễn bằng vector chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vector chính của hệ lực đồng qui thu về O và vector chính của hệ lực đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}'_0 = \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}'$$

Trong đó: $\vec{R}'_0$ là hợp lực của hệ lực đồng qui thu về O

$\vec{R}'$ là vector chính của hệ lực phẳng đã cho.

* Hệ ngẫu lực phẳng $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n)$, tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$ nằm trong mặt phẳng của hệ lực.

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i) = \vec{m}^0$$

Vậy: Hệ lực phẳng bất kỳ tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực. Chúng được gọi là lực và ngẫu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vector chính bằng vector chính của hệ lực còn ngẫu lực thu gọn có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Chú ý:

- Phương, chiều và trị số lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn vì vector chính là vector tự do.
- Ngẫu lực thu gọn phụ thuộc vào tâm thu gọn

2.3. Các dạng chuẩn của hệ lực phẳng

Từ kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm, ta nhận được các dạng chuẩn sau:

- Hệ lực phẳng cân bằng khi vector chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu:

$$\vec{R}' = 0, \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

- Hệ lực phẳng tương đương với một ngẫu lực khi vector chính triệt tiêu và mômen chính đối với một điểm bất kỳ không triệt tiêu.

$$\vec{R}' = 0, \vec{m}^0 \neq 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{m}^0$$

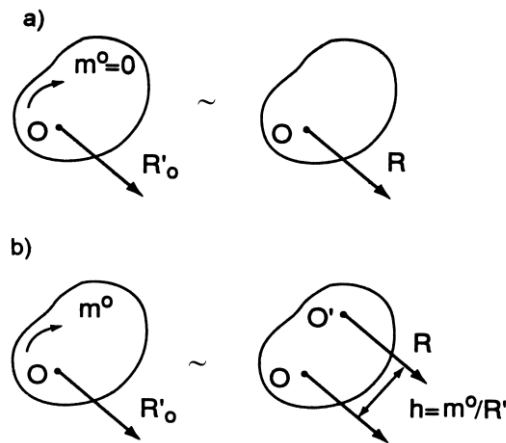
Trong hai trường hợp trên, vì $\vec{R}' = 0$, mômen chính đối với mọi tâm đều bằng nhau. Trong trường hợp (a) bằng 0 đối với mọi tâm, còn trong trường hợp (b) bằng $\overline{m^0}$ đối với mọi tâm.

- Hệ lực phẳng có hợp lực

$$* \text{ Khi } R' \neq 0, \overline{m^0} = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}'_0$$

$$* \text{ Khi } \vec{R}' = 0, \overline{m^0} \neq 0:$$

Hệ lực thu về tâm O được một lực $\vec{R}_0$ và một ngẫu lực $\overline{m^0}$. Theo định lý dời lực song song, có thể đưa về một lực có phương chiều và trị số bằng phương chiều và trị số của vector chính nhưng đặt tại điểm O' khác O cách O một đoạn $h = \frac{m^0}{R'}$, sao cho mômen của hợp lực $\vec{R}$ đối với điểm O bằng $\overline{m^0}$, tức là: $\overline{m}_0(\vec{R}) = \overline{m^0} = \sum_{i=1}^n \overline{m}_0(\vec{F}_i)$



2.4. Định lý Varignon

Trong trường hợp hệ lực có hợp lực, mômen của hợp lực đối với một điểm bất kỳ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với cùng điểm đó.

$$\overline{m}_0(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n \overline{m}_0(\vec{F}_i)$$

Từ đó dễ dàng suy ra:

- Hệ lực phẳng đồng qui có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu vector chính của hệ lực triệt tiêu.
 - * Hợp lực nếu vector chính của hệ lực không triệt tiêu.
- Hệ ngẫu lực có hai dạng chuẩn sau:
 - * Cân bằng nếu mômen chính của hệ ngẫu lực triệt tiêu.
 - * Ngẫu lực nếu mômen chính của hệ ngẫu lực không triệt tiêu.
- Hệ lực phẳng song song cùng chiều có một dạng chuẩn là hợp lực vì vector chính của hệ lực không triệt tiêu.

- Hệ lực phẳng song song ngược chiều có thể có ba dạng chuẩn: Cân bằng, ngẫu lực và hợp lực.

3. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG

3.1. Điều kiện cân bằng

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là vector chính và mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ phải đồng thời triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \\ \vec{m}_O = \sum_{i=1}^n \vec{m}_O(\vec{F}_i) = 0 \end{array} \right\}$$

Chứng minh:

- Điều kiện cần được chứng minh dựa vào các dạng chuẩn của hệ lực, vì nếu điều kiện trên không thỏa mãn thì hệ lực phẳng hoặc tương đương với một lực hoặc một ngẫu lực, chúng đều không thỏa mãn tiên đề 1.
- Điều kiện đủ là hiển nhiên vì khi vector chính bằng 0, hệ lực thu gọn về tâm 0 sẽ được một ngẫu lực, tức là thu gọn về hai lực. Nếu ngẫu lực bằng 0 thì hai lực đó là hai lực cân bằng.

3.2. Các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

- Dạng 1: Điều kiện cần và đủ để hệ lực cân bằng là tổng hình chiếu các lực lên hai trục tọa độ vuông góc và tổng mômen các lực đối với một điểm bất kỳ đồng thời triệt tiêu.

$$R_x = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{iy} = 0$$

$$M_O = \sum \bar{m}_O(\vec{F}_i) = 0$$

- Dạng 2: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực lên một trục và tổng momen các lực đối với hai điểm A & B tùy ý triệt tiêu, với điều kiện AB không vuông góc với trục chiếu.

$$R_x = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ix} = 0$$

$$M_A = \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_B = \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0$$

– Dạng 3: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng mômen của các lực đối với 3 điểm A, B, C không thẳng hàng triệt tiêu.

$$M_A = \sum_{i=1}^n \bar{m}_A(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_B = \sum_{i=1}^n \bar{m}_B(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_C = \sum_{i=1}^n \bar{m}_C(\vec{F}_i) = 0$$

3.3. Điều kiện cân bằng của vật rắn không tự do

Trường hợp vật rắn không tự do, ngoài các lực chủ động tác dụng lên vật rắn còn có các phản lực liên kết. Giải phóng các liên kết, ta có vật tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ gồm có các lực tác dụng và các phản lực liên kết.

Ví dụ 1:

Tại điểm A của một giá đỡ gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng có trọng lượng $P = 500\text{N}$ theo sơ đồ hình vẽ. Xác định phản lực của hai thanh AB và AC.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{S}_{AB}, \vec{S}_{AC}) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

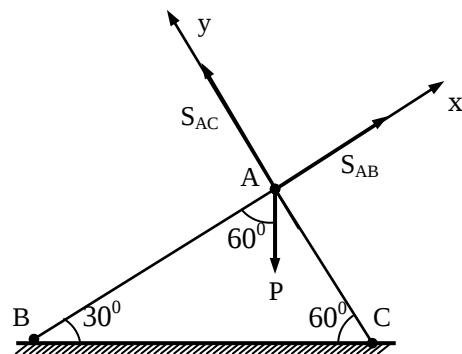
$$R_x = S_{AB} - P \cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = S_{AC} - P \sin 60^\circ = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$S_{AB} = P \cos 60^\circ = 250(\text{N})$$

$$S_{AC} = P \sin 60^\circ = 250\sqrt{3} (\text{N})$$



Ví dụ 2:

Thanh AB có trọng lượng $P = 200\text{N}$ được treo song song bởi 2 dây AC và BD. Tại điểm E trên thanh AB, người ta treo vật nặng có trọng lượng $Q = 600\text{N}$. Xác định sức căng của 2 dây AC và BD. Biết $AE = 60\text{cm}$ và $EB = 20\text{cm}$ (hình vẽ)

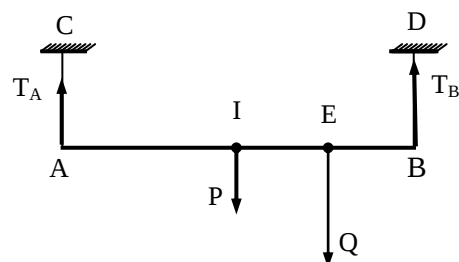
Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{T}_A, \vec{T}_B) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:

$$R_y = T_A + T_B - P - Q = 0$$

$$M_A = T_B \cdot AB - P \cdot AI - Q \cdot AE = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:



$$T_B = \frac{P \cdot AI + Q \cdot AE}{AB} = 550(\text{N})$$

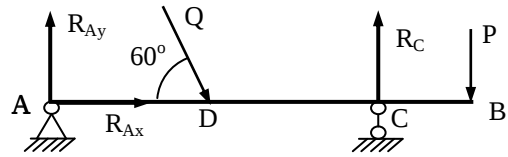
$$T_A = P + Q - T_B = 250 (\text{N})$$

Ví dụ 3:

Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn C. Tại D và B, người ta lần lượt tác dụng các lực $P = 1000\text{N}$ và $Q = 500\text{N}$ (hình vẽ). Biết $AD = DC = 1\text{m}$ và $CB = 0,5\text{m}$. Hãy xác định phản lực tại A và C.

Giải:

- Xác định phản lực liên kết theo hình vẽ
- Hệ lực $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}_A, \vec{R}_C) \sim 0$
- Theo điều kiện cân bằng, ta có:



$$R_x = R_{Ax} + Q \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$R_y = R_{Ay} - Q \cdot \sin 60^\circ - P + R_C = 0$$

$$M_A = -Q \cdot AD \cdot \sin 60^\circ - P \cdot AB + R_C \cdot AC = 0$$

- Giải hệ phương trình, ta được:

$$R_{Ax} = -250(\text{N})$$

$$R_{Ay} = -33(\text{N})$$

$$R_C = 1466 (\text{N})$$

Vậy, chiều của $\vec{R}_{Ax}, \vec{R}_{Ay}$ ngược với chiều hình vẽ

CÂU HỎI ÔN TẬP

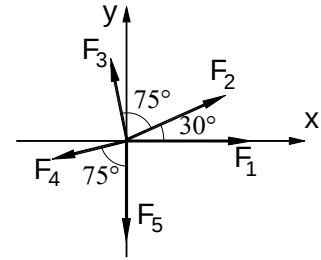
1. Phát biểu và vẽ minh họa định lý dời lực?
2. Nêu cách thu gọn hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm, kết quả thu được? Các trường hợp xảy ra và cách nhận biết?
3. Vì sao các tâm thu gọn khác nhau thì vectơ chính không đổi còn mômen chính thay đổi?
4. Vật tự do chịu tác dụng của hệ lực phẳng bất kỳ có thể chuyển động như thế nào?
5. Nêu các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng bất kỳ?
6. Bài toán hệ lực phẳng bất kỳ cân bằng giải được nhờ các phương trình cân bằng khi tối đa có mấy yếu tố chưa biết? Vì sao?
7. Định nghĩa vectơ chính của hệ lực phẳng? Phương pháp xác định vectơ chính của hệ lực phẳng?

8. Định nghĩa môment chính của hệ lực phẳng: mômen của lực đối với một điểm – mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm?
9. Kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm cho trước ? Phương pháp xác định lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn về một tâm?

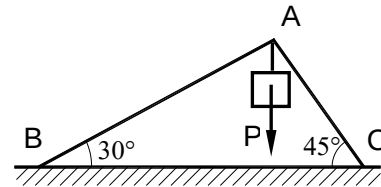
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUI

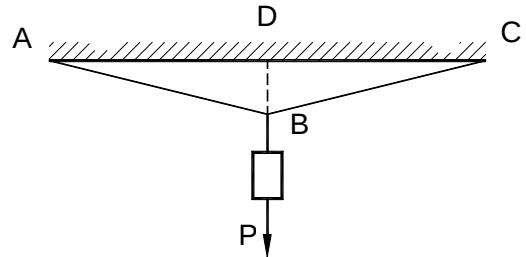
1. Một vật rắn chịu tác dụng của năm lực đồng qui (hình vẽ), $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 = 150\text{N}$,
 $F_3 = 100\text{N}$, $F_4 = 80\text{N}$, $F_5 = 120\text{N}$.
 Xác định hợp lực của hệ lực này?



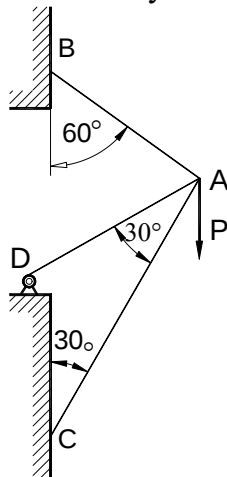
2. Tại điểm A của giá gồm hai thanh AB và AC, người ta treo vật nặng trọng lượng $P = 1000\text{N}$.
 Xác định phản lực của các thanh?



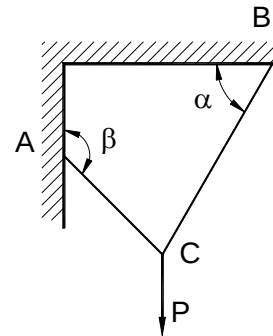
3. Đèn trọng lượng 80N gắn vào điểm giữa B của dây cáp ABC. Hai đầu dây gắn vào móc A và C trên mặt phẳng ngang. Độ dài dây ABC là $1,6\text{ m}$, độ dài $BD = 0,1\text{m}$. Xác định lực kéo $\vec{T}_A, \vec{T}_C$ lên các phần AB, BC của dây?



4. Vật nặng có trọng lượng $P = 20\text{KN}$ được giữ bởi trục tời D có dây vắt ra ròng rọc A, các góc cho trên hình vẽ. Xác định phản lực của các thanh AB và AC. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc, trọng lượng thanh và dây.



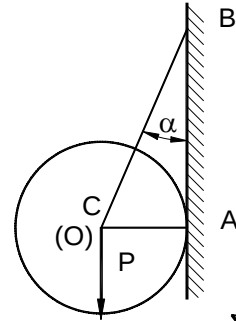
Hình câu 4



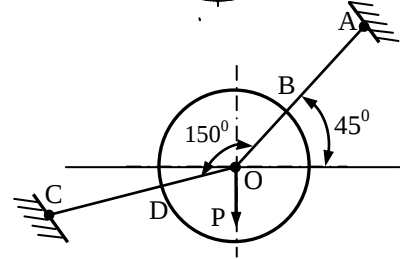
Hình câu 5

5. Một vật có trọng lượng 200N được treo vào nút C của hai sợi dây AC và BC. Tính phản lực của hai sợi dây đó? Cho $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 135^\circ$

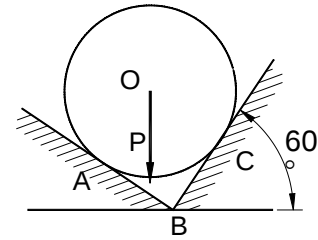
6. Quả cầu đồng chất O treo trên tường trơn thẳng đứng AB nhờ sợi dây BC. Dây lập với tường một góc α , trọng lượng của quả cầu là P. Hãy xác định sức căng $\vec{T}_B$ của dây và áp lực $\vec{N}_A$ của quả cầu lên tường?



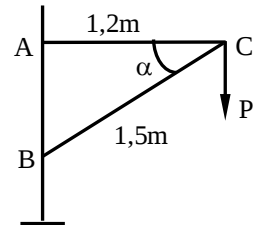
7. Quả cầu đồng chất trọng lượng 100N được giữ cân bằng nhờ hai sợi dây AB và CD nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng và hợp với nhau một góc 150° , dây AB nghiêng với phương ngang một góc bằng 45° . Hãy xác định sức căng của dây?



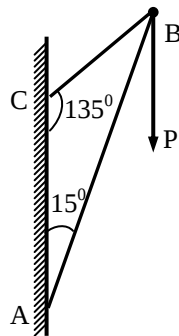
8. Quả cầu đồng chất O có trọng lượng 60N nằm trên hai mặt nghiêng trơn AB và BC vuông góc với nhau. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên mỗi mặt phẳng? Cho biết mặt phẳng BC tạo với phương ngang một góc $= 60^\circ$



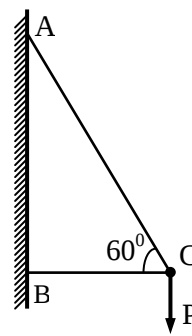
9. Chiếc đèn đường phổ nặng 30kG treo vào cột thẳng đứng nhờ thanh ngang AC = 1,2m và thanh chống BC = 1,5m. Hãy tìm ứng lực trong các thanh AC và BC? Giả thiết rằng các điểm A, B, C gắn bản lề



10. Cần trục kiểu cột gồm cần nâng AB gắn vào cột nhờ bản lề A và dây xích CB. Tải trọng $P = 200\text{kG}$ treo vào đầu nút B của cần nâng, các góc $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây xích CB và ứng lực $\vec{Q}$ trong cần nâng AB?



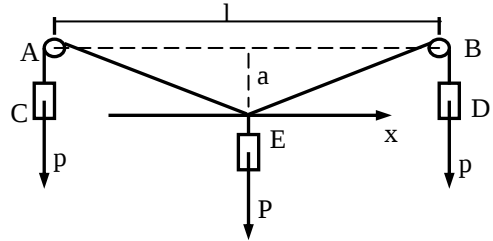
Hình câu 10



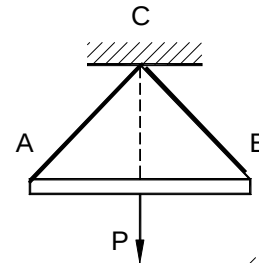
Hình câu 11

11. Các thanh AC và BC nối với nhau và với tường thẳng đứng. Tại bulông khớp C tác dụng một lực $P = 1000\text{N}$. Xác định các phản lực các thanh AC và BC, cho $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$.

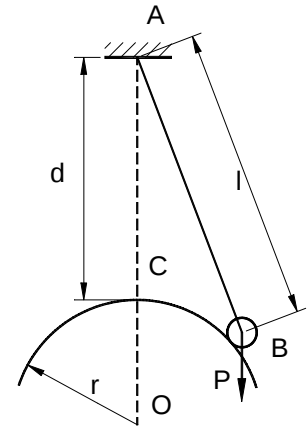
12. Sợi dây CAEBD vắt qua hai ròng rọc nhỏ không đáng kể A và B cùng nằm trên một đường thẳng nằm ngang $AB = l$. Tại các đầu C và D của các sợi dây treo các quả cân, mỗi quả có trọng lượng p , còn tại điểm E treo vật nặng có trọng lượng P (hình b). Bỏ qua ma sát tại các ròng rọc và trọng lượng của dây. Hãy xác định khoảng cách x từ điểm E đến đường thẳng AB ở vị trí cân bằng?



13. Thanh đồng chất AB nặng 160N dài $1,2\text{m}$ treo vào điểm C nhờ hai dây AC và BC cùng độ dài 1m (hình a). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của các dây?

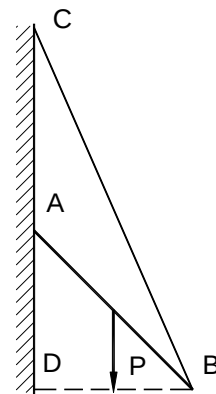


14. Viên bi trọng lượng P treo vào điểm cố định A nhờ sợi chỉ AB và nằm trên mặt cầu tròn bán kính r . Khoảng cách từ điểm A đến mặt cầu $AC = d$. độ dài của sợi chỉ $AB = l$, đường thẳng AO đứng thẳng (hình b). Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của sợi chỉ và phản lực $\vec{Q}$ của mặt cầu? Bỏ qua bán kính của viên bi.

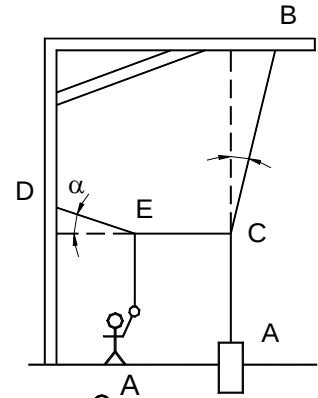


15. Xà đồng chất AB dài 2m nặng 5 kG tựa đầu trên A vào tường trơn thẳng đứng. Sợi dây BC buộc vào đầu dưới B của xà.

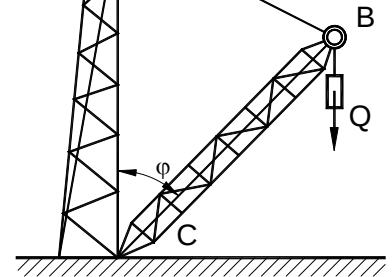
- a) Hãy tìm xem cần cột dây vào tường ở khoảng cách AC bằng bao nhiêu để xà tạo thành góc $BAD = 45^\circ$ ở trạng thái cân bằng, đồng thời tìm sức căng $\vec{T}$ của dây và phản lực $\vec{R}$ của tường.
- b) Nếu tại A, thay liên kết tựa bằng liên kết bản lề thì có gì thay đổi. Tìm độ lớn và hướng phản lực của bản lề



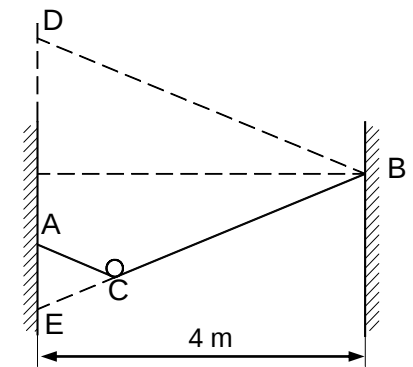
16. Để nhỏ cọc khỏi đất người công nhân đã buộc vào nó một sợi dây ở điểm A, còn đầu kia của dây buộc vào điểm B. Người đó cột một đầu sợi dây khác vào dây này tại điểm C, còn đầu kia cột chặt vào điểm D. Sau đó, anh ta nắm lấy dây CD tại điểm E. Khi đó dây AC có hướng thẳng đứng, CE nằm ngang, CB tạo với đường thẳng đứng và DE tạo với đường ngang những góc α như nhau bằng 4° ($\cotg 4^\circ = 14,3$). Hãy xác định sức căng của dây AC. Cho biết trọng lượng của người công nhân là 80 kG.



17. Cần trục gồm tháp cố định AC và dàn động BC. Dàn có khớp bản lề C và được giữ bằng dây cáp AB. Tải trọng 40 tấn treo trên dây xích vắt qua ròng rọc tại điểm B và vào ròng rọc theo đường thẳng BC. Độ dài $AC = BC$. Bỏ qua trọng lượng của dàn và ma sát tại ròng rọc. Hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây cáp AB, lực nén dàn theo đường thẳng BC phụ thuộc vào góc $ACB = \varphi$

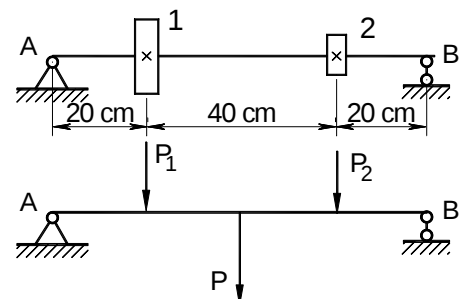
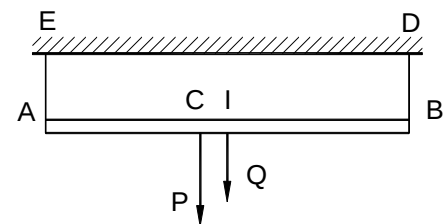


18. Ròng rọc không cùng với tải trọng $P = 18 \text{ kG}$ có thể trượt theo dây cáp mềm ACB, các đầu A và B của dây cột chặt vào tường. Khoảng cách giữa các tường là 4m, độ dài của dây cáp là 5m. Hãy xác định sức căng của dây cáp khi ròng rọc cùng tải trọng ở vị trí cân bằng, bỏ qua trọng lượng của dây và ma sát giữa dây và ròng rọc (sức căng của phần AC và CB như nhau, độ lớn của chúng có thể xác định từ hệ quả đồng dạng của tam giác lực và tam giác cân có cạnh bên là đường thẳng BCE còn đáy nằm trên đường thẳng đứng AD)

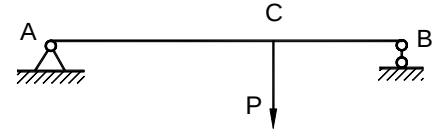


HỆ LỰC PHẪNG SONG SONG

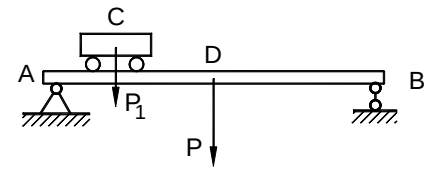
1. Một thanh đồng chất AB trọng lượng $Q = 200\text{N}$ được treo bằng các dây song song AE và BD. Vật nặng có trọng lượng $P = 800\text{N}$ được treo vào điểm C của thanh AB. Xác định lực kéo của vật lên hai dây? Biết $AC = 30 \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$.
2. Một trục AB trọng lượng 120N, trên đó có lắp hai bánh răng 1 và 2 lần lượt có trọng lượng 100N và 60N. Kích thước cho trên hình vẽ. Tính áp lực của trục lên hai gối đỡ?



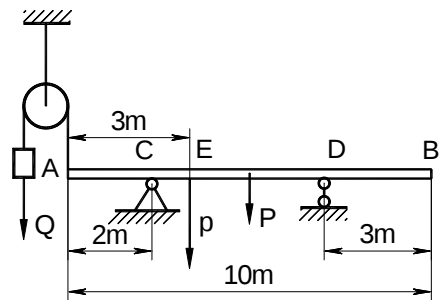
3. Hai người khiêng một vật nặng có trọng lượng $P = 1000\text{N}$ bằng đòn dài 1m (có thể xem đây là khoảng cách giữa vai của hai người). Người thứ nhất chỉ khiêng được tối đa 400N . Tính khoảng cách tối thiểu từ điểm treo vật đến vai người thứ nhất?



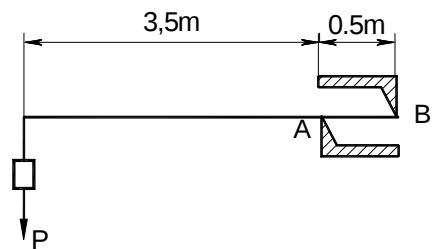
4. Hãy tìm độ lớn áp lực của cần trục AB lên đường ray phụ thuộc vào vị trí của xe tời C có gắn tời trên nó. Vị trí của xe tời tính bằng tỷ số khoảng cách tính từ trung điểm của nó đến đường ray bên trái và độ dài chung của cần ($\frac{AC}{AB} = n$). Biết trọng lượng cần $P = 6$ tấn, trọng lượng của xe tời $P_1 = 4$ tấn.



5. Dầm AB dài 10m nặng 200 kG nằm trên gối đỡ C và D. Gối đỡ C đặt cạnh mút A là 2m , gối đỡ D đặt cạnh mút B là 3m . Đầu mút A của dầm được kéo thẳng lên nhờ tải trọng $Q = 300\text{ kG}$ và sợi dây bắt qua ròng rọc. Tải trọng $p = 800\text{ kG}$ treo vào dầm tại điểm E cách đầu mút A là 3m . Hãy xác định phản lực của các gối đỡ. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc.

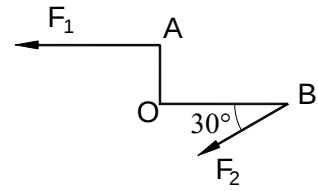


6. Một dầm ngang đồng chất dài 4m nặng $0,5$ tấn đặt sâu vào tường có chiều dày $0,5\text{m}$, sao cho dầm tựa tại các điểm A và B. Hãy xác định phản lực tại những điểm này nếu ta treo tải trọng $P = 4$ tấn vào đầu mút tự do?

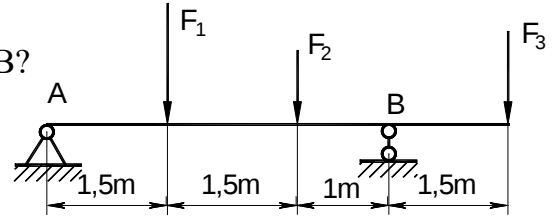


HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ

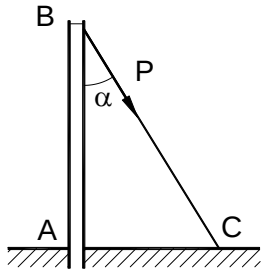
1. Tìm mômen của lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đối với điểm O? Biết $F_1 = 8\text{N}$, $F_2 = 6\text{N}$, $OA = 4\text{m}$, $OB = 6\text{m}$. Các góc cho trên hình vẽ.



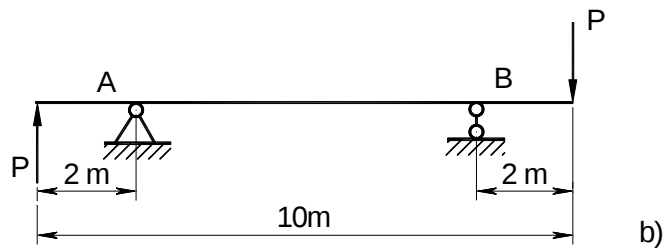
2. Hãy xác định tổng đại số moment của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đặt vào xà AC đối với hai gối đỡ A và B? Cho biết $F_1 = 438\text{ N}$, $F_2 = 146\text{ N}$, $F_3 = 292\text{ N}$. Các dữ kiện khác cho trên hình vẽ.



3. Dây thừng BC = a buộc vào một cột dưới một góc α và chịu lực kéo P. Xác định mômen của lực đối với điểm A? Với giá trị nào của α thì mômen đạt giá trị cực đại? (hình a).

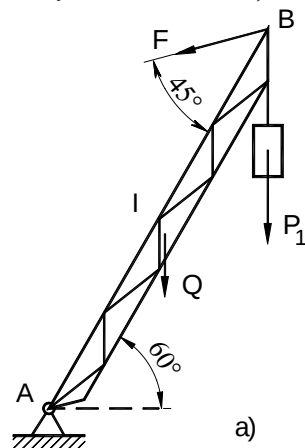


a)

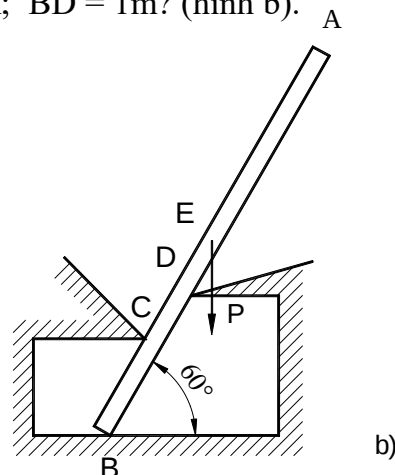


b)

4. Dầm có hai gối đỡ A và B chịu tác dụng bởi ngẫu lực $(\vec{P}, \vec{P})$ có mômen $3 \cdot 10^5 \text{ Nm}$. Xác định phản lực tại các gối đỡ của dầm? (hình b).
5. Cần trục có trục trọng lượng $Q = 150\text{ kN}$, trục AB dài 15m hợp với phương ngang một góc 60° , được kéo bởi $F = 500\text{ kN}$ hợp phương AB một góc 45° . Xác định trọng lượng vật nâng P_1 , trị số và hướng của phản lực bản lề A? (hình a).
6. Dầm AB trọng lượng 200N tựa trên mặt phẳng ngang tại điểm B dưới một góc nghiêng 60° , ngoài ra còn tựa hai điểm C và D. Xác định phản lực tại các điểm tựa B, C, D? Nếu độ dài $AB = 3\text{m}$; $CB = 0,5\text{m}$; $BD = 1\text{m}$? (hình b).

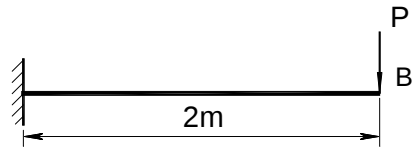


a)

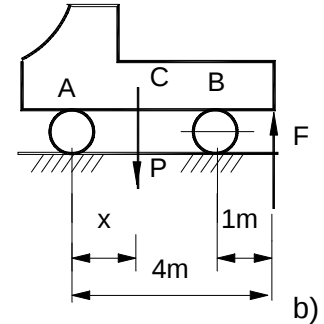
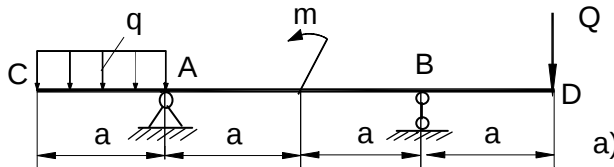


b)

7. Dầm AB có đầu A ngàm chặt vào tường, còn đầu B tự do chịu tác dụng bởi lực $P = 10^3 \text{N}$, có phương vuông góc với trục của nó. Xác định phản lực tại điểm A bị kẹp chặt? Biết $AB = 2\text{m}$.



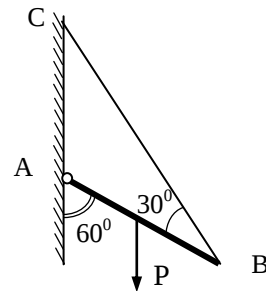
8. Dầm CD đặt trên hai gối đỡ A và B. Dầm chịu tác dụng của ngẫu lực $m = 8 \text{KNm}$, lực có trị số $Q = 20 \text{KN}$ và lực phân bố đều $q = 20 \text{KN/m}$. Xác định trị số phản lực tại các gối đỡ?
Biết $a = 0.8\text{m}$ (hình a).



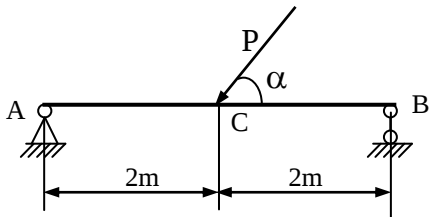
9. Ôtô có sơ đồ như hình vẽ (hình b).

- a) Khi không chở hàng, trục trước chịu tác dụng của lực có trị số $1,5 \text{KN}$ - trục sau 1KN . Xác định khoảng cách x từ trọng tâm xe đến trục trước?
b) Muốn thay bánh sau, người ta đặt kích ở cuối xe, tìm trị số lực $\vec{F}$ nhỏ nhất mà kích tác dụng vào xe?

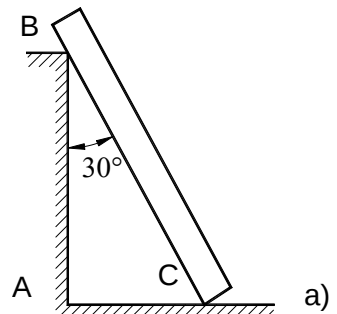
10. Thanh đồng chất AB gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề A và giữ nghiêng một góc $\alpha = 60^\circ$ so với tường thẳng đứng nhờ sợi dây BC tạo với thanh một góc 30° . Hãy xác định độ lớn và hướng phản lực $\vec{R}$ của bản lề? Biết trọng lượng của thanh là 20N



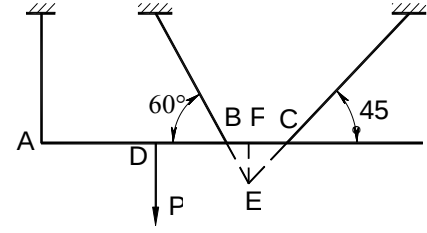
11. Dầm AB gắn bản lề tại gối đỡ A và đặt trên con lăn B. Tại trung điểm của dầm tác dụng lực $P = 20 \text{KN}$ nghiêng một góc 45° so với trục của nó. Hãy xác định phản lực tại A và B? Kích thước cho trên hình vẽ.



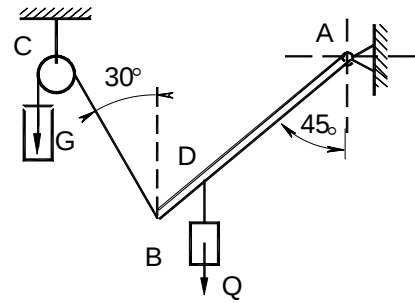
12. Một dầm đồng chất nặng 60 kG dài 4m tựa một đầu trên sàn trơn và tựa trên cột cao 3m tại điểm trung gian B. Dầm hợp với đường thẳng đứng một góc 30° và giữ ở vị trí đó nhờ sợi dây AC căng theo sàn. Bỏ qua ma sát hãy xác định sức căng $\vec{T}$ của dây, phản lực $\vec{N}_B$ của cột và phản lực $\vec{N}_C$ của sàn? (hình a).



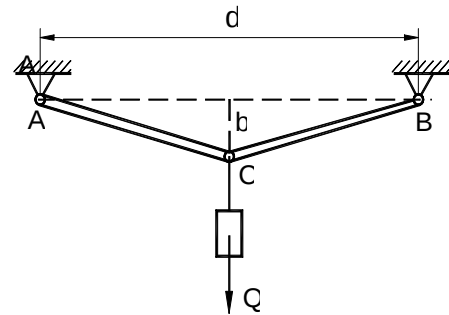
13. Khi lắp ghép cầu, phần dầm cầu ABC được nâng lên nhờ ba sợi dây cáp bố trí như hình vẽ. Trọng lượng của phần dầm cầu là 520 kG. Trọng tâm nằm tại điểm D. Các khoảng cách tương ứng $AD = 4\text{ m}$, $DB = 2\text{ m}$, $BF = 1\text{ m}$. Hãy tìm sức căng của các dây nếu dầm cầu ABC nằm ngang



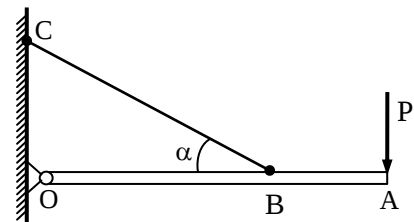
14. Dầm đồng chất AB có trọng lượng $P = 100\text{ kG}$ gắn bản lề đầu A vào tường và giữ nghiêng một góc 45° so với phương thẳng đứng nhờ sợi dây bắt qua ròng rọc và mang tải trọng G, nhánh BC của dây tạo với phương thẳng đứng một góc 30° . Tải trọng $Q = 200\text{ kG}$ treo vào dầm tại điểm D. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Hãy xác định giá trị tải trọng G và phản lực của khớp bản lề A nếu $BD = \frac{1}{4} AB$



15. Hai xà đồng chất dài như nhau nối khớp với nhau tại điểm C. Tại các điểm A và B chúng cũng được gắn khớp với gối đỡ. Trọng lượng của mỗi xà là P. Tải trọng Q treo vào điểm C. Khoảng cách $AB = d$; khoảng cách từ C đến đường thẳng nằm ngang $AB = b$. Hãy xác định phản lực tại các khớp A và B?



16. Thanh OA nằm ngang có trọng lượng không đáng kể, được gắn vào tường thẳng đứng nhờ bản lề O và được giữ bởi dây BC nghiêng một góc $\alpha = 30^\circ$ so với thanh OA. Tại đầu A tác dụng lực $P = 1000\text{ N}$. Biết $OB = 2\text{ m}$ và $BA = 1\text{ m}$. Hãy xác định phản lực tại bản lề O và sức căng dây BC.



17. Thanh AB trọng lượng không đáng kể, có liên kết và chịu lực như hình vẽ. Cường độ lực phân bố là q (N/m). Tìm phản lực liên kết tại ngàm B.

