

PHẦN I. TĨNH HỌC

CHƯƠNG I

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ TĨNH HỌC

1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1.1. Vật rắn tuyệt đối

Vật rắn tuyệt đối là tập hợp các chất điểm mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ thuộc vật luôn luôn không đổi.

(Vật rắn tuyệt đối là vật có hình dáng hình học luôn luôn không đổi trong quá trình chịu lực).

1.2. Vật rắn cân bằng

Là trạng thái vật rắn đứng yên hoặc chuyển động đều so với một vật khác được chọn làm chuẩn (hệ qui chiếu). Trong tĩnh học, hệ qui chiếu được chọn phải thoả mãn định luật quán tính của Newton (hệ qui chiếu đứng yên tuyệt đối), cân bằng như vậy được gọi là cân bằng tuyệt đối.

1.3. Lực

1.3.1. Định nghĩa

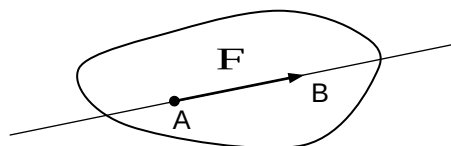
Lực là tác dụng tương hỗ giữa các vật mà kết quả gây nên sự thay đổi hình dáng và trạng thái chuyển động của các vật đó.

Lực được ký hiệu bằng các chữ in hoa có mũi tên ở trên: $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}, \vec{S}, \vec{T}$

- Đơn vị: Đơn vị của lực là Newton (N).

$$1\text{KN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1\text{MN} = 10^3 \text{ KN} = 10^6 \text{ N}$$



- Các yếu tố xác định lực:

Lực là đại lượng vector được xác định bởi ba yếu tố:

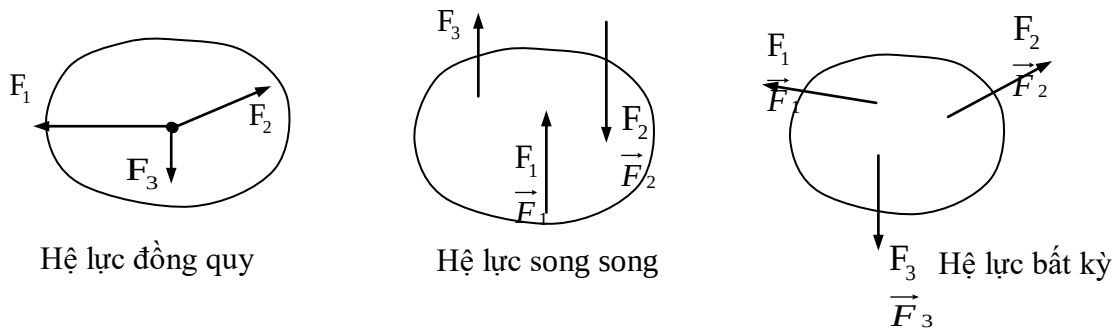
- . Điểm đặt
- . Phương chiều
- . Trị số

- Cách biểu diễn lực: Vector lực có:

- . Góc trùng với điểm đặt lực.
- . Hướng (phương chiều) trùng với hướng của lực.
- . Độ dài tỷ lệ với trị số của lực.

Đường thẳng chứa vector lực gọi là đường tác dụng lực.

1. 3.2. Hệ lực: Là tập hợp nhiều lực cùng tác dụng lên một vật.



Hệ lực ký hiệu: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

- Hệ lực cân bằng: Là hệ lực khi tác dụng vào vật sẽ không làm thay đổi trạng thái cơ học của vật đó hay nói cách khác là hệ lực tương đương với 0

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx 0$$

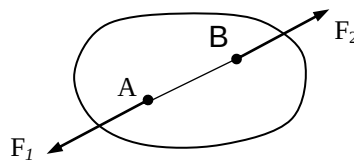
- Hai hệ lực tương đương: Là hai hệ lực có cùng tác dụng cơ học

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$$

- Hợp lực: Là một lực có tác dụng cơ học tương đương với tác dụng cơ học của cả một hệ lực.

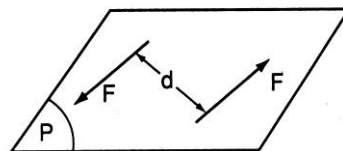
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \approx \vec{R}$$

- Hai lực trực đối: Là hai lực có cùng đường tác dụng, cùng trị số và ngược chiều nhau.



1.3.3. Ngẫu lực: là hệ gồm có hai lực song song, ngược chiều và cùng cường độ

Một ngẫu lực được xác định bởi các yếu tố sau:



- Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực: là mặt phẳng chứa hai lực thành phần của ngẫu lực (gọi tắt là mặt phẳng ngẫu lực)

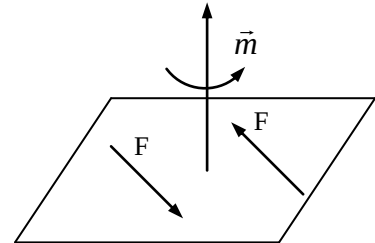
- Chiều quay của ngẫu lực trong mặt phẳng ngẫu lực (cùng hay ngược chiều kim đồng hồ)

- Cường độ tác dụng của ngẫu lực được đặc trưng bởi tích số $F \cdot d$ được gọi là trị số mômen ngẫu lực. Trong đó F là trị số của các lực thành phần, d là khoảng cách vuông góc giữa hai lực thành phần, được gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực.

Đơn vị ngẫu lực: Nm và các bội số của nó là KNm, MNm

Trong không gian: Ngẫu lực được biểu diễn bằng vector mômen ngẫu lực, ký hiệu là $\vec{m}$, được xác định như sau:

- Phương: vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
- Chiều nhìn từ ngọn xuống gốc vectơ thấy chiều quay của ngẫu lực ngược chiều quay kim đồng hồ.
- Môđun của vectơ mômen ngẫu lực bằng trị số mô men ngẫu lực.



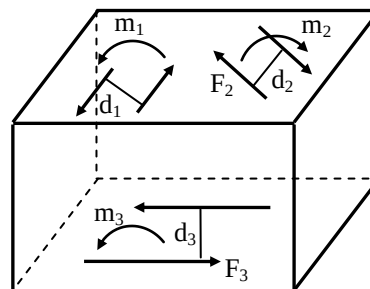
Quy ước: gốc vectơ $\vec{m}$ nằm trên mặt phẳng ngẫu lực.

Trong trường hợp các ngẫu lực tác dụng trong cùng một mặt phẳng hoặc trong các mặt phẳng song song với nhau, ngẫu lực được biểu diễn qua mômen đại số ngẫu lực, ký hiệu $m = \pm F \cdot d$

Quy ước: $m > 0$ khi chiều quay ngẫu lực ngược chiều kim đồng hồ.

$m < 0$ trong trường hợp ngược lại.

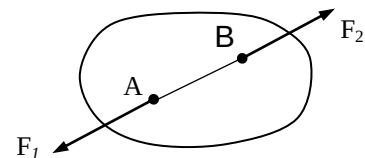
Ví dụ:



2. CÁC TIÊN ĐỀ TĨNH HỌC:

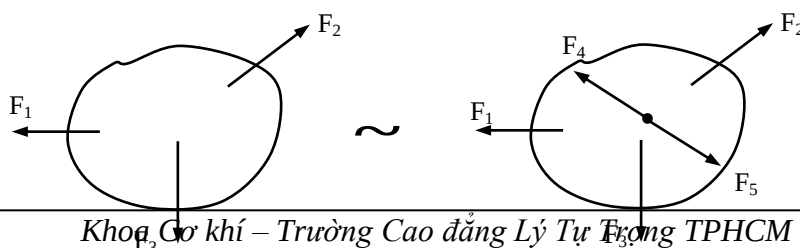
2.1. Tiên đề 1 (Tiên đề về cặp lực cân bằng)

Điều kiện cần và đủ để hai lực tác dụng lên một vật rắn cân bằng là chúng phải trực đối nhau.



2.2. Tiên đề 2 (Tiên đề về thêm hoặc bớt những cặp lực cân bằng)

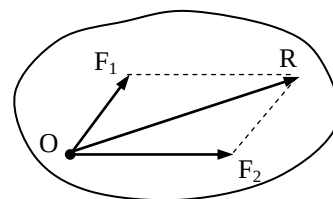
Tác dụng cơ học của một hệ lực lên một vật rắn không thay đổi nếu ta thêm vào hoặc bớt đi những cặp lực cân bằng. Ký hiệu: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5)$



2.3. Tiên đề 3 (Tiên đề về đường chéo hình bình hành)

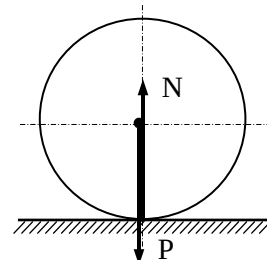
Hai lực đặt tại một điểm tương đương với một lực đặt tại điểm đó và được biểu diễn bằng vectơ đường chéo hình bình hành mà hai cạnh là hai lực đã cho.

$$\vec{R} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ hay } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

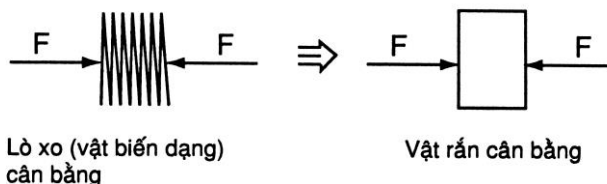
**2.4. Tiên đề 4** (Tiên đề về lực tác dụng và phản lực tác dụng)

Lực tác dụng và phản lực là hai lực trực đối.

Chú ý: Lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng đặt vào hai vật khác nhau.

**2.5. Tiên đề 5** (Tiên đề hoá rắn).

Một vật biến dạng đã cân bằng dưới tác dụng của một hệ lực thì khi hoá rắn nó vẫn cân bằng.



Như vậy hệ lực tác dụng lên “vật biến dạng cân bằng” cũng thỏa mãn các điều kiện của hệ lực tác dụng lên vật rắn cân bằng. Do đó có thể sử dụng các kết quả khảo sát đối với vật rắn cân bằng cho trường hợp vật rắn biến dạng cân bằng. Tuy nhiên nó chỉ là điều kiện cần chứ không phải là điều kiện đủ. Để khảo sát bài toán cân bằng vật rắn biến dạng, ngoài ra kết quả nhận được khi khảo sát vật rắn cân bằng, cần thêm vào các giả thiết về biến dạng.

3. LIÊN KẾT VÀ PHẢN LỰC LIÊN KẾT:**3.1. Khái niệm về vật tự do và vật chịu liên kết**

- Vật tự do khi nó có thể thực hiện chuyển động tùy ý theo mọi phương trong không gian mà không bị cản trở.

- Vật chịu liên kết (vật không tự do) khi nó có một vài phương chuyển động bị cản trở (còn gọi là vật khảo sát).

- Vật gây ra sự cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là vật gây liên kết.

3.2. Khái niệm về liên kết

* Do tác dụng tương hỗ:

- Vật khảo sát tác dụng lên vật gây liên kết một lực gọi là lực tác dụng.

- Vật gây liên kết tác dụng lên vật khảo sát một lực gọi là phản lực liên kết.

- Những điều kiện cản trở chuyển động của vật khảo sát gọi là liên kết.

* Phản lực liên kết có những tính chất sau:

- Phản lực liên kết bao giờ cũng đặt vào vật khảo sát, tại chỗ tiếp xúc giữa hai vật.

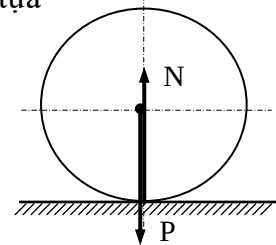
- Phản lực liên kết cùng phương, ngược chiều với chiều chuyển động bị cản trở của vật khảo sát.

- Trị số của phản lực liên kết phụ thuộc vào lực tác dụng lên vật khảo sát.

3.3. Các liên kết thường gặp

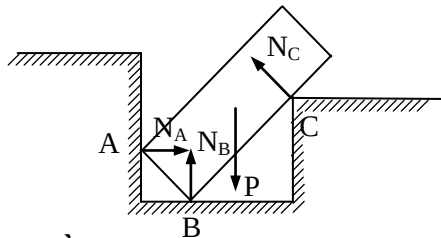
3.3.1. Liên kết hoàn toàn trơn (không có ma sát) hay liên kết tựa

Vật khảo sát tựa trên vật gây liên kết. Phản lực liên kết (áp lực) có phương vuông góc với mặt tiếp xúc chung giữa vật khảo sát và vật gây liên kết, có chiều hướng vào vật khảo sát.



Ký hiệu $\vec{N}$, trị số N chưa biết.

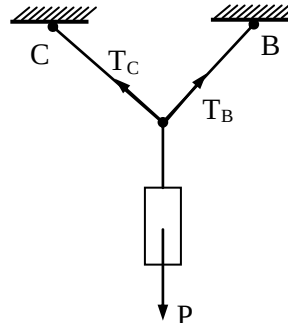
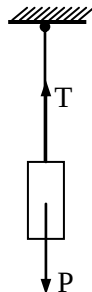
Ví dụ:



3.3.2. Liên kết dây mềm

Vật gây liên kết là dây treo cản trở vật rơi. Phản lực liên kết (sức căng) có phương dọc theo dây và ngược chiều kéo căng.

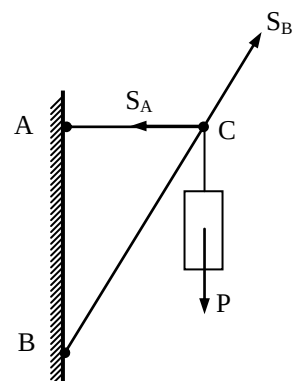
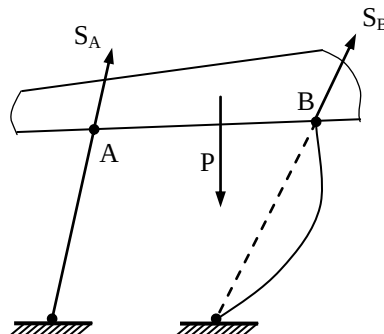
Ký hiệu $\vec{T}$, trị số T chưa biết.



3.3.3. Liên kết thanh

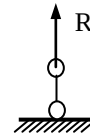
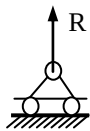
Vật gây liên kết là những thanh thẳng hay cong, không bị biến dạng. Phản lực liên kết (ứng lực) có phương dọc theo thanh, có chiều hướng vào vật khảo sát.

Ký hiệu $\vec{S}$, trị số S chưa biết.



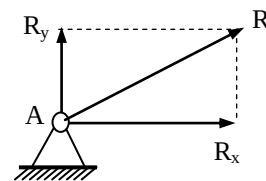
3.3.4. Liên kết bản lề:**a. Liên kết bản lề phẳng:**

- Bản lề di động (Gối đỡ di động)
- + Phản lực giống phản lực liên kết tựa, đặt tại tâm bản lề.
- + Ký hiệu $\vec{R}$, trị số R chưa biết.

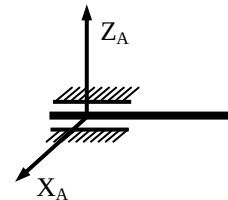


- Bản lề cố định (Gối đỡ cố định)

Bản lề cố định cản trở vật khảo sát chuyển động theo phương ngang và phương thẳng đứng. Do đó phản lực liên kết có hai thành phần $\vec{R}_x$ và $\vec{R}_y$.

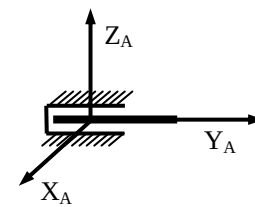
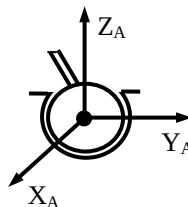
**b. Liên kết bản lề không gian:**

- Bản lề di động (Bản lề trụ, ổ trụ): Hai thành phần phản lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục bản lề.

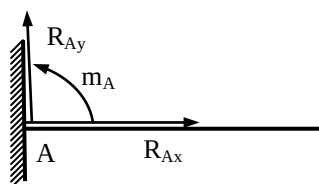


- Bản lề cố định (Bản lề cầu, bản lề cối hay ổ chặn):

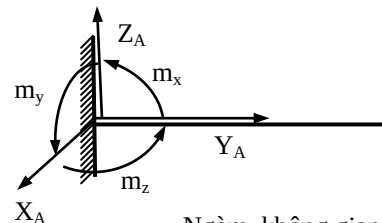
Phản lực gồm ba thành phần theo ba phương vuông góc với nhau.

**3.3.5. Liên kết ngàm:** là liên kết khi vật được nối cứng vào một vật khác.

a. Ngàm phẳng: Phản lực liên kết gồm hai lực vuông góc với nhau và một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng chứa hai lực.



Ngàm phẳng



Ngàm không gian

b. Ngàm không gian: Phản lực liên kết gồm ba thành phần lực vuông góc với nhau (dọc theo ba trục tọa độ) và ba thành phần ngẫu lực trong mặt phẳng tọa độ.

Khi khảo sát vật rắn, ta phải tách vật rắn ra khỏi liên kết và xác định hệ lực tác dụng lên vật rắn đó. Hệ lực tác dụng gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

Muốn thế, ta lần lượt thay các liên kết bằng các phản lực liên kết tương ứng, công việc đó gọi là giải phóng liên kết. Sau khi giải phóng liên kết, vật khảo sát được coi như vật rắn tự do cân bằng chịu tác dụng của hệ lực gồm các lực cho và các phản lực liên kết.

3.4. Tiên đề 6: Tiên đề giải phóng liên kết

“Vật chịu liên kết có thể xem là vật tự do nếu thay thế tác dụng của vật gây liên kết lên vật khảo sát bằng các phản lực liên kết tương ứng”

4. CÁC HỆ QUẢ:

4.1. Hệ quả 1

Tác dụng của lực không thay đổi khi ta trượt lực dọc theo đường tác dụng của nó (lực được coi là vector trượt)

4.2. Hệ quả 2

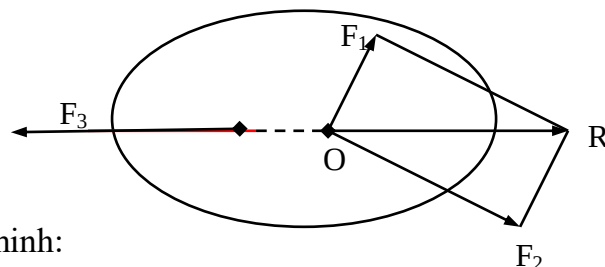
Với một hệ lực cân bằng thì một lực bất kỳ thuộc hệ lấy ngược lại sẽ là hợp lực của các lực còn lại.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

$$-\vec{F}_1 \sim (\vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$

4.3. Định lý ba lực cân bằng

“Ba lực cân bằng cùng nằm trong một mặt phẳng, nếu không song song thì đường tác dụng phải đồng qui tại một điểm”.



* Chứng minh:

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2 \text{ đồng qui nên } (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$$

$$\text{Vì } (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim 0 \text{ nên } (\vec{R}, \vec{F}_3) \sim 0$$

Theo tiên đề 1, $(\vec{R} \& \vec{F}_3)$ là hai lực có cùng đường tác dụng nên chúng đồng qui nhau.

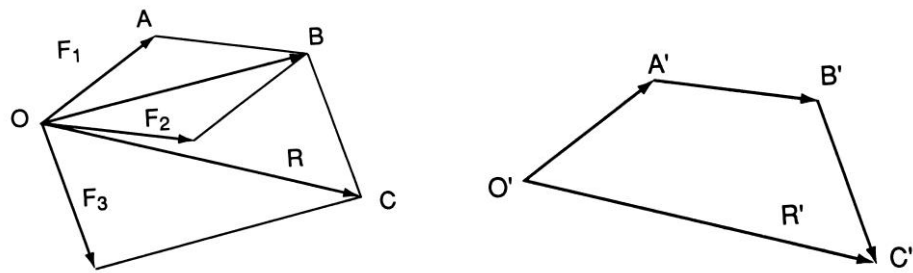
4.4. Hợp các lực đồng qui

Giả sử có hệ lực đặt tại 0 (trường hợp lực có đường tác dụng gặp nhau tại 0 thì áp dụng hệ quả 1 để đưa về dạng hệ lực đặt tại 0). Từ tiên đề 3, ta tìm được hợp lực $\vec{R}$ của hệ lực.

Hợp lực đi qua điểm đồng qui O và có vector hợp lực

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i$$



Để xác định vector của hợp lực, ta có thể sử dụng phương pháp vẽ hoặc phương pháp xác định hình chiếu của nó trên ba trục tọa độ vuông góc.

a. Phương pháp vẽ

Từ một điểm O' bất kỳ trong mặt phẳng chứa đường tác dụng của lực, lần lượt đặt liên tiếp các vector sao cho song song, cùng chiều, cùng trị số với các lực thành phần. Hợp lực được biểu diễn bằng vector khép kín của đa giác lực được xây dựng bởi các vector đã vẽ ở trên

Vector khép kín $\vec{R}'$ của đa giác lực xuất phát từ một điểm O' bất kỳ được gọi là vector chính của hệ lực.

$$\vec{R}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Từ đó ta có định lý: Hợp lực của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vector chính của hệ lực đặt tại điểm đồng quy.

b. Phương pháp chiếu lực

Chiếu 2 vế của đẳng thức vector $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ lên 3 trục tọa độ vuông góc, ta được:

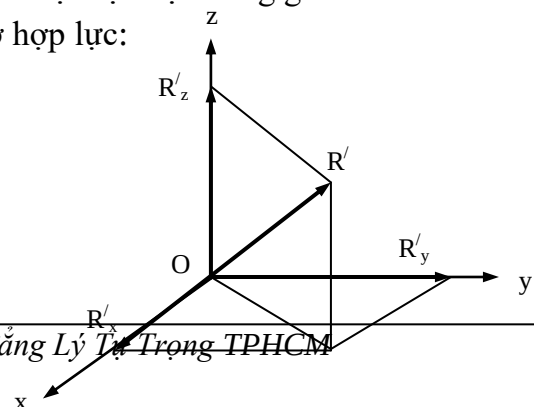
$$R_x = \overline{F}_{1x} + \overline{F}_{2x} + \dots + \overline{F}_{nx} = \sum_{i=1}^n \overline{F}_{ix}$$

$$R_y = \overline{F}_{1y} + \overline{F}_{2y} + \dots + \overline{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \overline{F}_{iy}$$

$$R_z = \overline{F}_{1z} + \overline{F}_{2z} + \dots + \overline{F}_{nz} = \sum_{i=1}^n \overline{F}_{iz}$$

Đó là ba hình chiếu của vector hợp lực lên 3 trục tọa độ vuông góc. Từ đó có thể xác định được trị số, phương, chiều của vector hợp lực:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

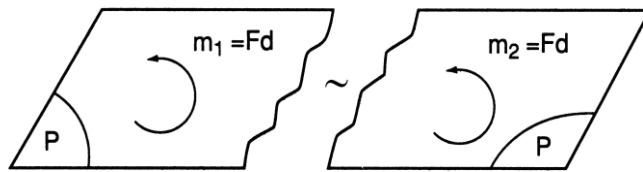


$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{R_x}{R} \\ \cos\beta = \frac{R_y}{R} \\ \cos\gamma = \frac{R_z}{R} \end{cases}$$

(α, β, γ là các góc hợp bởi $\vec{R}$ với các trục Ox, Oy, Oz)

4.5. Các định lý biến đổi tương đương ngẫu lực

Định lý: Hai ngẫu lực cùng nằm trong một mặt phẳng, có cùng chiều quay và cùng trị số mômen (tức cùng mômen đại số) thì tương đương nhau.

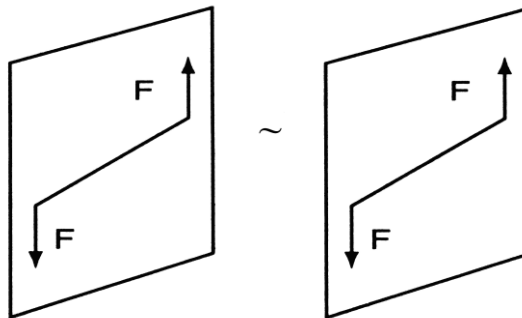


Từ định lý này có thể suy ra hai hệ quả:

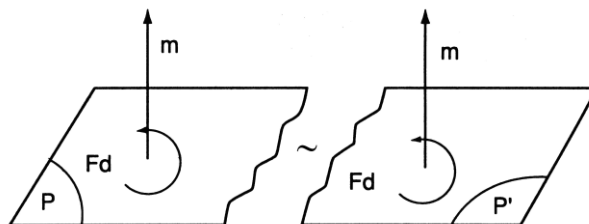
Hệ quả 1: Tác dụng ngẫu lực không thay đổi khi dời tùy ý nó (giữ nguyên chiều quay và trị số mômen) trong mặt phẳng ngẫu lực.

Hệ quả 2: Có thể thay đổi tay đòn của ngẫu lực mà tác dụng của nó không thay đổi, nếu giữ nguyên chiều quay và trị số mômen.

Định lý: Tác dụng ngẫu lực không thay đổi khi dời nó đến những mặt phẳng song song.



Định lý: Hai ngẫu lực có cùng vector mômen thì tương đương nhau.

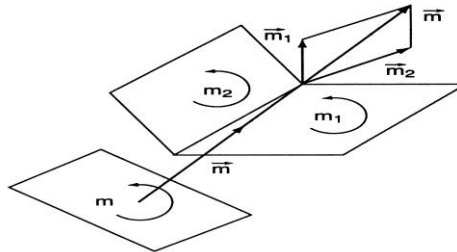


Như vậy, tác dụng của ngẫu lực hoàn toàn được đặc trưng bằng véc tơ mômen ngẫu lực $\vec{m}$.

Trong trường hợp riêng, khi xét tác dụng của ngẫu lực trong mặt phẳng thì tác dụng của nó hoàn toàn được đặc trưng bằng mômen đại số ngẫu lực.

$$\overline{m} = \pm Fd$$

Định lý: Hợp các ngẫu lực được một ngẫu lực có véc tơ mômen bằng tổng các véc tơ mômen của các ngẫu lực đã cho.



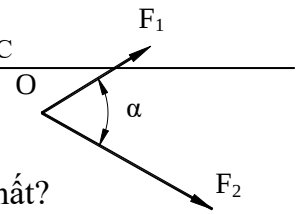
$$\vec{m} = \sum_{i=1}^n \vec{m}_i$$

Trường hợp đặc biệt: Hợp các ngẫu lực nằm trong cùng mặt phẳng, ta được một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng đã cho, có mômen đại số bằng tổng các mômen đại số của các ngẫu lực đã cho.

$$\overline{m} = \sum_{i=1}^n \overline{m}_i$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Nêu các khái niệm cơ bản về lực và hệ lực. Trình bày hệ thống các tiên đề tĩnh học – ý nghĩa và vai trò của từng tiên đề.
2. Định nghĩa liên kết và phản lực liên kết. Nêu phương pháp xác định các phản lực liên kết.
3. Nêu các phép biến đổi tương đương về lực. Tại sao lực được biểu diễn bằng vectơ trượt?
4. Định nghĩa ngẫu lực. Các yếu tố đặc trưng của ngẫu lực. Nêu các phép biến đổi tương đương ngẫu lực? Mômen đại số của ngẫu lực? Véc tơ mômen ngẫu lực? Tại sao ngẫu lực được biểu diễn bằng 1 véc tơ tự do?
5. Xác định ngẫu lực tương đương với hệ ngẫu lực đã cho (trường hợp hệ ngẫu lực phẳng, hệ ngẫu lực không gian).
6. Thế nào là vật rắn tuyệt đối? Khi nào có thể xem vật là vật rắn tuyệt đối?
7. Lực là gì? Nêu các yếu tố xác định lực và trình bày cách biểu diễn lực?
8. Hai hệ lực cân bằng có tương đương nhau không? Vì sao?
9. Nêu và giải thích các tiên đề tĩnh học?



10. Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cùng đặt ở điểm O.
 - Với góc α bằng bao nhiêu thì hợp lực $\vec{R}$ có trị số lớn nhất?
 - Đặt thêm vào điểm O lực $\vec{F}_3$ như thế nào thì hệ $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ cân bằng?
11. Vì sao lực tác dụng và lực phản tác dụng không phải là hai lực cân bằng?
12. Liên kết là gì? Phản lực liên kết là gì? Nêu các tính chất của phản lực liên kết?
13. Biểu diễn các liên kết thường gặp trên hình vẽ. Xác định phản lực các liên kết đó?
14. Giải phóng liên kết là gì? Phát biểu tiên đề giải phóng liên kết?
15. Ngẫu lực là gì? Vì sao nói ngẫu lực không tương đương với một lực?
16. Trị số mômen ngẫu lực và mômen ngẫu lực có gì khác nhau? Cho ví dụ cụ thể?
17. Hãy chứng minh: “Trị số mômen ngẫu lực bằng hai lần diện tích tam giác lập bởi một lực của ngẫu lực và điểm đặt của lực kia”.
18. Hãy lấy những ví dụ chứng tỏ rằng ngẫu lực chỉ sinh ra tác dụng quay.
19. Nêu các tính chất của ngẫu lực?
20. Nêu điều kiện cân bằng của hệ ngẫu lực phẳng?